

В. В. ЕГОРШИН, С. М. ШИРОКОВ

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО МНОГОМЕРНОГО ТРАНСФОРМАТОРНОГО МОСТА

Чувствительность является одним из важнейших показателей качества любого измерительного устройства, т. к. только при знании характера чувствительности такого устройства возможен последующий анализ его сходимости и точности.

В последние годы в процессе обобщения и развития электроизмерительных методов сравнения была разработана теория многомерных измерительных цепей, предназначенных для определения параметров многополюсников. На основе этой теории создан двухчастотный трансформаторный мост для измерения Y — параметров пассивных четырехполюсников [1]. Функциональная схема прибора представлена на рис. 1.

На схеме X и K — соответственно исследуемый и эталонный четырехполюсники, Γ_1 и Γ_2 — генераторы синусоидальных напряжений двух различных частот ω_1 и ω_2 . В каждой измерительной диагонали включены два синхронных нуль-индикатора таким образом, что индикаторы $СИ_1^1$ и $СИ_2^1$ реагируют на сигнал частоты ω_1 , а $СИ_1^2$ и $СИ_2^2$ — частоты ω_2 .

Как известно [2] многомерная мостовая цепь, частным случаем которой можно рассматривать схему, изображенную на рис. 1, описывается матричным уравнением

$$\bar{I}^{(v)} = F(Y_x; Y_k) \bar{E}_v, \quad (1)$$

где $\bar{I}^{(v)}$ — вектор составляющих токов измерительных диагоналей; $\bar{E}_v (\bar{E}_1 = [E_1^1]; \bar{E}_2 = [E_2^1])$ — вектор задающих напряжений;

$$F(Y_x; Y_k) = Y_n [Y_{nb} + (Y_{bc} - Y_{ba} Y_{ca}^{-1} Y_{kc})(Y_{xa} Y_{ca}^{-1} Y_{kc} - Y_{ac})^{-1} \times \\ \times Y_{ab} + (Y_{ba} - Y_{bc} Y_{ac}^{-1} Y_{xa})(Y_{kc} Y_{ac}^{-1} Y_{xa} - Y_{ca})^{-1} \cdot Y_{cb}]^{-1} \times \\ \times [Y_{bc} (Y_k - Y_{cb})^{-1} - Y_{ba} \cdot (Y_x - Y_{ab})^{-1}] \cdot [1] - Y_{ac} \cdot (Y_k - Y_{cb})^{-1} -$$

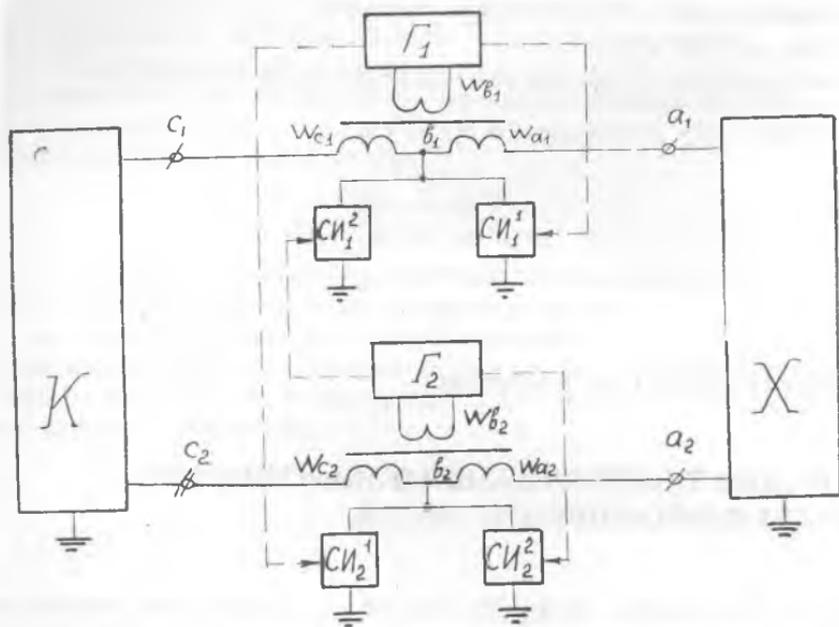


Рис. 1.

$$- Y_{ac} \cdot (Y_x - Y_{ab})^{-1}]^{-1} \cdot Y_1,$$

x — матрица проводимостей объекта измерения;

k — матрица проводимостей образцового четырехполюсника;

r — матрица приведенных внутренних проводимостей генераторов;

Y_{ab} ; Y_{ba} ; Y_{ac} ; Y_{bc} ; Y_{cb} и т. д. — матрицы проводимостей измерительной цепи (в соответствии с индексами узлов a , b , c).

В момент равновесия схемы вектор $\bar{I}^0 = 0$ и параметры объекта измерения и эталона оказываются связанными простым соотношением

$$Y_x = Y_k \cdot Y_{bc}^{-1} Y_{ba}. \quad (2)$$

Если в схеме (рис. 1) $W_{a1} = W_{a2} = W_{c1} = W_{c2} = W$ и $W_{b1} = W_{b2} = W_b$, то нетрудно показать, что:

$$Y_{ab} = Y_{ba} = Y_{cb} = Y_{bc}. \quad (3)$$

С учетом (3) уравнение (2) примет вид

$$Y_x = Y_k. \quad (4)$$

Как было отмечено, для анализа процесса уравнивания исследуемого устройства необходимо знать степень влияния параметров эталона на токи измерительных диагоналей, т. е. чувствительность данной мостовой цепи. Как известно, чувствитель-

ность мостовой цепи определяется отношением бесконечно малых приращений токов, протекающих через нуль-индикаторы, к приращениям измеряемых проводимостей. Так как токи в нуль-индикаторах и проводимости эталона объединены в многомерные векторы:

$$\bar{I}^{(v)} = \begin{bmatrix} \bar{I}^{(1)} \\ \bar{I}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1^1 \\ i_2^1 \\ -i_1^2 \\ i_2^2 \end{bmatrix}; \quad \bar{Y}_k = \begin{bmatrix} \bar{Y}_k^{(1)} \\ \bar{Y}_k^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{k11} & y_{k12} \\ y_{k21} & y_{k22} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $\bar{Y}_k^{(1)}$ и $\bar{Y}_k^{(2)}$ — столбцы матрицы Y_k , то под чувствительностью многомерной мостовой цепи (3) в общем случае естественно понимать производную от вектора $\bar{I}^{(v)}$ по вектору \bar{Y}_k , т. е. матрицу-якобиан

$$S = \frac{\partial \bar{I}^{(v)}}{\partial \bar{Y}_k} = \left[\frac{\partial \bar{I}^{(v)}}{\partial \bar{Y}_k^{(\beta)}} \right]_1^n = [S^{\nu\beta}]_1^n. \quad (6)$$

Для рассматриваемой схемы можно записать

$$S = \begin{bmatrix} S^{11} & S^{12} \\ S^{21} & S^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \bar{I}^{(1)}}{\partial \bar{Y}_k^{(1)}} & \frac{\partial \bar{I}^{(1)}}{\partial \bar{Y}_k^{(2)}} \\ \frac{\partial \bar{I}^{(2)}}{\partial \bar{Y}_k^{(1)}} & \frac{\partial \bar{I}^{(2)}}{\partial \bar{Y}_k^{(2)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_1^1}{\partial y_{k11}} & \frac{\partial i_1^1}{\partial y_{k21}} & \frac{\partial i_1^1}{\partial y_{k12}} & \frac{\partial i_1^1}{\partial y_{k22}} \\ \frac{\partial i_2^1}{\partial y_{k11}} & \frac{\partial i_2^1}{\partial y_{k21}} & \frac{\partial i_2^1}{\partial y_{k12}} & \frac{\partial i_2^1}{\partial y_{k22}} \\ \frac{\partial i_1^2}{\partial y_{k11}} & \frac{\partial i_1^2}{\partial y_{k21}} & \frac{\partial i_1^2}{\partial y_{k12}} & \frac{\partial i_1^2}{\partial y_{k22}} \\ \frac{\partial i_2^2}{\partial y_{k11}} & \frac{\partial i_2^2}{\partial y_{k21}} & \frac{\partial i_2^2}{\partial y_{k12}} & \frac{\partial i_2^2}{\partial y_{k22}} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Блоки матрицы (7)

$$S^{\nu\beta} = \begin{bmatrix} s_{11}^{\nu\beta} & s_{12}^{\nu\beta} \\ s_{21}^{\nu\beta} & s_{22}^{\nu\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_1^\nu}{\partial y_{k1\beta}} & \frac{\partial i_1^\nu}{\partial y_{k2\beta}} \\ \frac{\partial i_2^\nu}{\partial y_{k1\beta}} & \frac{\partial i_2^\nu}{\partial y_{k2\beta}} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

являются частными матричными чувствительностями мостовой цепи.

Элемент $s_{\eta\gamma}^{\nu\beta}$ частной матричной чувствительности $s^{\nu\beta}$ выражает чувствительность нуль-индикатора SI'_η к изменению проводимости у $k_{\gamma\beta}$ эталона

$$s_{\eta\gamma}^{\nu\beta} = \frac{\partial i_\eta^\nu}{\partial y_{k_{\gamma\beta}}}. \quad (9)$$

($\nu; \eta=1,2$).

используя введенные понятия матричных чувствительностей, можно записать соотношения, связывающие приращения токов ганса с изменениями проводимостей эталонного четырехполюсника:

$$d\bar{I}^{(\nu)} = \sum_{\beta} S^{\nu\beta} d\bar{Y}_{\beta}^{\beta} \quad (10)$$

в скалярной форме:

$$\begin{aligned} di_{11}^{\nu} &= s_{11}^{\nu 1} dy_{k_{11}} + s_{12}^{\nu 1} dy_{k_{21}} + s_{11}^{\nu 2} dy_{k_{12}} + s_{12}^{\nu 2} dy_{k_{22}}; \\ di_{21}^{\nu} &= s_{21}^{\nu 1} dy_{k_{11}} + s_{22}^{\nu 1} dy_{k_{21}} + s_{21}^{\nu 2} dy_{k_{12}} + s_{22}^{\nu 2} dy_{k_{22}}, \end{aligned} \quad (11)$$

di_{11}^{ν} ; di_{21}^{ν} — приращения токов в нуль-индикаторах, реагирующих на частоту ω_{ν} .

Необходимо отметить, что характер процесса уравнивания токовой цепи определяется структурой матрицы чувствительности, которая в общем случае может быть найдена дифференцированием уравнения (1)

$$S = I \cdot B \otimes A, \quad (12)$$

$$A = \{ [1] + Y_k Y_{bc}^{-1} (Y_{bc} Y_n^{-1} + Y_{ab} Y_n^{-1} - [1]) \}^{-1};$$

$$B = [Y_k - Y_{bc} - Y_{ac} ([1] + Y_{ab}^{-1} Y_{bc})]^{-1}$$

$$I = \begin{bmatrix} y_{r_1} E_1 & 0 \\ 0 & y_{r_2} E_2 \end{bmatrix};$$

\otimes — знак кронекеровского произведения матриц (4).

Отсюда можно получить выражение для частной матричной чувствительности

$$S^{\nu\beta} = A \cdot b_{\beta\nu} \cdot y_{r\nu} E_{\nu}; \quad (13)$$

где b_{ν} — элемент матрицы B .

Анализ выражения (13) с учетом (3) показывает, что при малых значениях остаточных параметров и при низкоомных источниках ЭДС все элементы матрицы Y_{ac} намного превосходят по модулю элементы Y_k . При этом матрица B , как видно из (12), близка к диагональной. Таким образом,

$$S^{\nu\beta} = \begin{cases} 0 & \text{при } \nu \neq \beta \\ - [[1] - Y_k Y_{bc}^{-1} (Y_n + Y_{bb}) Y_n^{-1}]^{-1} \frac{W}{W_b} E_{\nu} & \end{cases} \quad (14)$$

При $\nu = \beta$.

Учитывая, что в данном устройстве входные сопротивления нуль-индикаторов выбраны достаточно малыми, что в пределе приводит к диагонализации матрицы A и, следовательно, к неза-

висимому уравниванию по отдельным проводимостям $Y_{\kappa\gamma\beta}$.
 получаем выражения для скалярных чувствительностей:

$$S_{\eta\gamma}^{\nu\beta} = \begin{cases} 0 & \text{при } \eta \neq \tau; \quad \gamma \neq \beta. \\ -\frac{W}{W_b} E_\nu \left[\frac{B}{100\%} \right] & \text{при } \eta = \nu; \quad \gamma = \beta, \end{cases} \quad (15)$$

Из вышесказанного можно сделать весьма важный вывод: определенный выбор параметров схемы приводит к диагонализации матриц A и B . Матричная чувствительность при этом оказывается чисто диагональной и независимое уравнивание производится по отдельным параметрам, т. е. на изменение проводимости $Y_{\kappa\gamma\beta}$ реагирует только нуль-индикатор SI_{γ}^{β} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Егоршин В. В., Лихтциндер Б. Я. Двухчастотный мост для измерения параметров четырехполюсников. Труды КуАИ, вып. 44. «Исследования по акустике и радиоэлектронике», 1970.
2. Лихтциндер Б. Я. Многомерные мостовые электронизмерительные цепи. Изв. вузов «Приборостроение», т. XII, № 5, 1969.
3. Лихтциндер Б. Я., Широков С. М. О сходимости процессов уравнивания многомерных измерительных цепей сравнения. Труды КуАИ, вып. 44, «Исследования по акустике и радиоэлектронике», 1970.
4. Беллман Р. Введение в теорию матриц. Изд. «Наука», М., 1969.