

А.И.Промптов

### РАСЧЕТ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ИЗГИБА И ЗАКРУЧИВАНИЯ ПО ОСТАТОЧНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Отказ от определения остаточных деформаций непосредственно экспериментальным путем или с помощью эмпирических формул, полученных в результате обработки опытных данных, и использование для этой цели аналитических методов - задача, представляющая несомненный интерес. Ее решение создает предпосылки для сокращения объема проводимых исследований, позволяет отказаться от измерения остаточных деформаций в тех случаях, когда это сопряжено со значительными трудностями (например, при больших габаритах детали).

Расчет остаточной деформации изгиба по остаточным напряжениям при односторонней обработке рассматривался в работах [1], [2]. При этом в качестве одной из основных предпосылок принималось, что остаточная деформация вызывается действием изгибающего момента, который создается остаточными напряжениями поверхностного слоя. Такая предпосылка вряд ли безоговорочно приемлема, так как эпюра остаточных напряжений является полностью уравновешенной и, следовательно, не может создавать изгибающего момента. В то же время реализация идеи определения остаточной деформации по остаточным напряжениям, несомненно, заслуживает внимания.

Согласно работе [3], процесс образования остаточных напряжений и деформаций можно представить следующим образом. Как непосредственный результат обработки резанием в поверхностном слое изделия возникают начальные напряжения, т.е. напряжения, возникшие в условиях жесткого закрепления детали (рис. 1). После освобождения изделие под действием изгибающего момента и силы, создаваемых начальными напряжениями, претерпевает деформации изгиба и растяжения - сжатия. Эти деформации будут таковы, что появляющиеся дополнительные напряжения  $\sigma_p$  и  $\sigma_m$  совместно с начальными образуют уравновешенную эпюру остаточных напряжений.

Таким образом, остаточные напряжения в соответствии с рис. 1 определяется как [3]

$$\sigma^0 = \sigma_n - \sigma_p - \sigma_m, \quad (1)$$

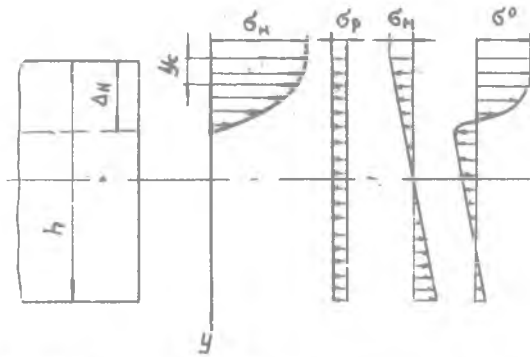


Рис. I. Схема образования остаточных напряжений при односторонней обработке [3]

где  $\sigma_n$  - начальные напряжения;  
 $\sigma_p$  - напряжения, уравнивающие начальные по силе;  
 $\sigma_m$  - напряжения, уравнивающие начальные по изгибающему моменту.

При прямоугольном сечении изделия [3]

$$\sigma_p = \frac{1}{h} \int_0^{\Delta H} \sigma_n dy; \quad (2)$$

$$\sigma_m = \frac{12}{h^3} \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \left( \frac{h}{2} - y \right) \int_0^{\Delta H} \sigma_n dy. \quad (3)$$

Стрелу остаточного прогиба можно найти, воспользовавшись зависимостью

$$f = \frac{M_{изг} l^2}{8EJ}$$

Принимая во внимание, что

$$M_{изг} = \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \int_0^{\Delta H} \sigma_n dy,$$

получаем

$$f^0 = \frac{3l^2}{2Eh^2} \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \int_0^{\Delta H} \sigma_n dy$$

или с учетом (3)

$$f^0 = \frac{l^2}{4Eh} \sigma_{m \max}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что если ставить задачу определения остаточной деформации изгиба по остаточным напряжениям, то, как следует из (4), промежуточным этапом стать нахождение начальных напряжений. При известной эпюре остаточных напряжений это можно сделать, воспользовавшись уравнениями (1), (2), (3). Из них имеем

$$\sigma^0 = \sigma_n - \frac{1}{h} \int_0^{\Delta h} \sigma_n dy - \frac{12}{h^3} \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \left( \frac{h}{2} - y \right) \int_0^{\Delta h} \sigma_n dy \quad (5)$$

Расчет начальных напряжений по этому уравнению ведется методом последовательных приближений. Первоначально можно принять

$$\int_0^{\Delta h} \sigma_n dy = \int_0^{\Delta h} \sigma^0 dy$$

В связи с известной сложностью и громоздкостью расчета начальных напряжений возникает вопрос о допустимости прямой замены начальных напряжений остаточными, представленными активной частью их эпюры, т.е. относящейся к пластически деформированному поверхностному слою, как это было сделано в работах [1], [2]. Для ответа на него были рассчитаны остаточные прогибы по двум вариантам: по начальным напряжениям и по отвечающим им остаточным с непосредственной подстановкой их значений в формулу (4), а затем установлена погрешность, которую дает второй вариант в сопоставлении с первым. Для получения достаточно общих результатов расчет производился для эпюр, имеющих различную форму.

Результаты расчетов представлены на рис. 2. Исходя из этих данных, следует сделать заключение, что при ориентировочном определении остаточных прогибов замена начальных напряжений остаточными, представленными активной частью эпюры, допустима. Правомерность такого заключения становится тем более очевидной, если принять во внимание, что отношения  $\frac{h}{\Delta} < 20$  имеют место сравнительно редко, а при  $\frac{h}{\Delta} \geq 20$  погрешность, связанная с заменой  $\sigma_n$  на  $\sigma^0$  не превышает 20%. В тех случаях, когда требуется более точное определение остаточных прогибов, их расчет должен производиться через начальные напряжения.

С учетом изложенного не представляет труда наметить путь расчета деформации закручивания в зависимости от остаточных касательных напряжений.

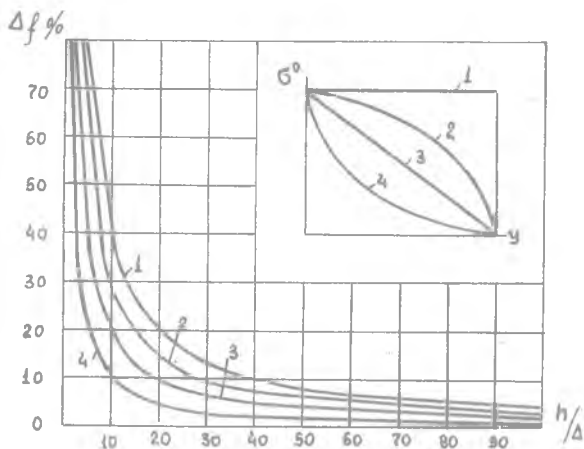


Рис. 2. Зависимость погрешности, возникающей при расчете остаточного прогиба непосредственно по остаточным напряжениям, от отношения толщины образца к глубине проникновения остаточных напряжений, относящихся к активной части эпюры

Угол закручивания

$$\psi = \frac{M_{кр} \ell}{G J_k}$$

где  $M_{кр}$  - крутящий момент;  
 $G$  - модуль сдвига;  
 $J_k$  - геометрическая характеристика жесткости при кручении.

По аналогии с предыдущим крутящий момент выразим через начальные напряжения. Можно принять, что эти напряжения зависят только от координаты  $y$ . Основанием для такого заключения служит то обстоятельство, что начальные напряжения по своей сущности непосредственно определяются степенью пластической деформации, которую претерпел образовавшийся в результате обработки поверхностный слой, а она изменяется лишь по толщине слоя (без учета, конечно, краевых зон). Таким образом имеем

$$M_{кр} = \left( \frac{h}{2} - y_c \right) b \int_0^{\Delta h} \tau_{нд} dy,$$

где  $\tau_n$  - начальные касательные напряжения (для упрощения записи индекс "ху" при  $\tau$  опускаем),

откуда

$$\psi^0 = \frac{2B}{G J_k} \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \int_0^{\Delta H} \tau_n dy. \quad (6)$$

Для определения  $\tau_n$  воспользуемся системой уравнений, подобранных [1] - [3], поскольку и касательные остаточные напряжения должны быть полностью самоуравновешены. Следовательно, можно записать

$$\tau^0 = \tau_n - \tau_p - \tau_m. \quad (7)$$

В свою очередь из условия уравнивания начальных касательных напряжений по создаваемой ими силе

$$\tau_p = \frac{1}{h} \int_0^{\Delta H} \tau_n dy. \quad (8)$$

При определении касательных напряжений, обеспечивающих равновесие по моменту, исходим из того, что в скручиваемом стержне, имеющем форму вытянутого прямоугольника, касательные напряжения вдоль длинных сторон за исключением точек, близких к углам, постоянны, а по толщине их распределение следует линейному закону. Тогда

$$\tau_m = \frac{1}{W_k} \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \left( \frac{h}{2} - y \right) \int_0^{\Delta H} \tau_n dy, \quad (9)$$

где  $W_k$  - момент сопротивления.

При подстановке (8), (9) в (7) получаем зависимость, имеющую ту же форму, что и (5)

$$\tau^0 = \tau_n - \frac{1}{h} \int_0^{\Delta H} \tau_n dy - \frac{1}{W_k} \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \left( \frac{h}{2} - y \right) \int_0^{\Delta H} \tau_n dy. \quad (10)$$

Решая ее рассмотренным выше методом последовательных приближений, находим начальные касательные напряжения, а по ним с помощью уравнения (6) и угол закручивания.

#### Л и т е р а т у р а

1. К р а в ч е н к о Б.А. Силы, остаточные напряжения и трение при резании металлов. Куйбышевское книжное издательство, 1962.
2. М а т а л и н А.А., М о и с е е в И.П. Коробление тонкостенных деталей в процессе их механической обработки. "Технология и автоматизация машиностроения". Вып. 4, "Техника", 1968.

3. И с а е в А.И., О в с е е н к о А.Н. Выбор оптимальной толщины образца при определении остаточных напряжений в поверхностном слое. "Вестник машиностроения", 1967, № 8.

В.К.Кононов

К ПРИМЕНЕНИЮ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ  
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ОБОБЩЕННЫХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ  
ОТ МАКСИМАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

О б о з н а ч е н и я

- $\sigma_{\text{ост}}$  - остаточное напряжение, которое исследуется ( $\sigma_x, \sigma_y$  или  $\tau_{xy}$ );
- $V_{\text{кр}}$  - скорость резания шлифовального круга;
- $V$  - скорость продольной подачи;
- $q$  - интенсивность плоского теплового источника;
- $l$  - длина источника в направлении продольной подачи;
- $U$  - глубина уровня, на котором определяется остаточное напряжение (расстояние от поверхности);
- $\theta$  - температура в исследуемой точке тела;
- $\theta^{\text{max}}$  - максимальная температура на поверхности шлифования;
- $t$  - глубина шлифования (подача на один двойной ход);
- $D_{\text{кр}}$  - диаметр шлифовального круга;
- $\alpha$  - коэффициент теплопроводности;
- $\lambda$  - коэффициент теплового линейного расширения;
- $E$  - модуль продольной упругости при нормальной температуре;
- $Pe_1$  - критерий подобия Пекле, содержащий скорость круга;
- $Pe$  - критерий подобия Пекле, содержащий скорость продольной подачи;
- $\bar{\theta}^{\text{max}}$  - безразмерная максимальная температура.

### Введение

Образование температурных остаточных напряжений при плоском шлифовании-сложный процесс. Теоретический анализ его требует решения температурной упруго-пластической задачи при движущемся температурном поле, поэтому подавляющее большинство исследователей в этой