

# Вычисление спектра резонансной флуоресценции трёхуровневой квантовой системы в подходе стохастического уравнения Шрёдингера

А.В. Павельев<sup>1</sup>, В.В. Семин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34а, Самара, Россия, 443086

## Аннотация

Задача вычисления спектральных характеристик квантовых систем малой размерности является актуальной, так как позволяет связать теоретические подходы для описания динамики таких систем и экспериментальные данные. В нашей работе мы рассматриваем способ получения автокорреляционной функции и спектра резонансной флуоресценции трёхуровневой системы на основе решения соответствующий уравнений Шрёдингера с различными начальными условиями.

## Ключевые слова

Стохастическое уравнения Шрёдингера, спектр резонансной флуоресценции, марковская и немарковская динамика

## 1. Введение

Модель трёхуровневой квантовой открытой системы является достаточно общей и может описывать различные реальные физические системы [1]. Например, трёхуровневые системы с одним запрещённым переходом могут использоваться для генерации лазерного излучения [2]. В данной работе мы рассматривает трёхуровневую  $\Lambda$ -систему, в которой запрещён переход между первым и вторым уровнем.

Стохастическое уравнение Шрёдингера для такой системы имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} d|\psi\rangle = & -\frac{\gamma_1}{2}(N_1 + 1)J_+J_-|\psi\rangle dt - \frac{\gamma_1}{2}N_1J_-J_+|\psi\rangle dt - \\ & -\frac{\gamma_2}{2}(N_2 + 1)K_+K_-|\psi\rangle dt - \frac{\gamma_2}{2}N_2K_-K_+|\psi\rangle dt + \\ & +\sqrt{\gamma_1(N_1 + 1)}J_-|\psi\rangle dW_1 + \sqrt{\gamma_1N_1}J_+|\psi\rangle dW_2 + \\ & +\sqrt{\gamma_2(N_2 + 1)}K_-|\psi\rangle dW_3 + \sqrt{\gamma_2N_2}K_+|\psi\rangle dW_4, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $dW_i \sim N_i(0, \sqrt{dt})$  – инкремент винеровского процесса,  $|\psi\rangle$  – волновая функция состояния,  $\gamma_i$  – постоянные затухания для соответствующих переходов,  $N_i$  – число тепловых фотонов,  $J_+, K_+$  - операторы перехода.

Каждое решение данного стохастического дифференциального уравнения представляет из себя стохастическую квантовую траекторию. Усреднение по достаточно большому ансамблю таких траекторий даёт динамику вероятности обнаружить систему в конкретном энергетическом состоянии.

## 2. Вычисление спектра

По теореме Колмогорова-Хинчина спектр резонансной флуоресценции стационарного случайного процесса связан с преобразованием Фурье от автокорреляционной функции [4]:

$$f_{ac} = \langle J_+(0)J_-(\tau) \rangle, \quad (2)$$

где  $J_-(\tau)$  – оператор в представлении Гейзенберга:

$$J_-(\tau) = J_-U(\tau)|\psi_{eq}\rangle, \quad (3)$$

где в свою очередь  $|\psi_{eq}\rangle$  – волновая функция в состоянии равновесия,  $U(\tau)$  – оператор эволюции.

Из этого следует, что автокорреляционная функция, а следовательно и спектр резонансной флуоресценции может быть вычислен через усредненные решения стохастического уравнения Шрёдингера с различными начальными условиями:

$$\begin{aligned} f_{ac} &= \langle \psi_{eq}^-(\tau) | J^- | \psi_{eq}(\tau) \rangle, \\ |\psi_{eq}(\tau)\rangle &= U(\tau) |\psi_{eq}\rangle, \\ |\psi_{eq}^-(\tau)\rangle &= U(\tau) J^- |\psi_{eq}\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Данный подход может быть также применен для стохастических уравнений Шрёдингера, модифицированных для описания немарковской динамики квантовых систем [5]. Таким образом возможно вычислить спектр резонансной флуоресценции, если имеется описание динамики квантовой системы в виде стохастического дифференциального уравнения.

### 3. Заключение

В работе получены автокорреляционная функция и способ вычисления спектра резонансной флуоресценции трёхуровневой квантовой  $\Lambda$ -системы. Данный результат может быть использован для сравнения результатов численного моделирования и экспериментальных данных в квантовой оптике, в том числе для сравнения марковского и немарковского режима релаксации трёхуровневой системы.

### 4. Литература

- [1] Breuer, H.P. The theory of open quantum systems / H.P. Breuer. – Oxford University Press on Demand, 2002.
- [2] Fan, T. Modeling and CW operation of a quasi-three-level 946 nm Nd: YAG laser / T. Fan, R. Byer // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1987. – Vol. 23(5). – P. 605-612.
- [3] Semin, V. Stochastic Non-Markovian Schroedinger equation for a three-level quantum system / V. Semin, A. Pavelev // Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – 2017. – P. 263-265.
- [4] Wiener, N. The prediction theory of multivariate stochastic processes / N. Wiener, P. Masani // Acta Mathematica. – 1957. – Vol. 98(4). – P. 111-150.
- [5] Barchielli, A. Stochastic Schrödinger equations with coloured noise / A. Barchielli, F. Petruccione // Europhysics Letters. – 2010. – Vol. 91(2). – P. 24001.