ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОРОГОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНИЕНИЯ ВИРУСНОЙ ИНФЕКЦИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

А.С. Клюшкин

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика
С.П. Королева (национальный исследовательский университет)

В данной работе рассматривается система нелинейных уравнений параболического типа с сингулярными возмущениями. Исследуется задача о бифуркациях решений при изменении параметра. Установлено, что в рассматриваемых системах существуют критические значения параметров, в которых происходит бифуркация.

Ключевые слова: сингулярные возмущения, бифуркация, модели вирусологии.

Введение

Медико-биологические исследования играют важнейшую роль в современной медицине, биологии и экологии, позволяя получать достоверную и полную информацию о биологических объектах.

Объектами исследования являются динамические модели вирусологии, описывающие взаимодействия вируса и мутировавшего вируса. Интерес к моделям такого рода значительно возрос в последние годы, но еще существует множество моделей, которые до сих пор не были исследованы.

Рассматривается система нелинейных уравнений параболического типа с сингулярными возмущениями. Исследуется задача о бифуркациях решений при изменении параметра. Установлено, что в рассматриваемых системах существуют критические значения параметров, в которых происходит бифуркация.

В качестве иллюстративного примера рассмотрена модель взаимодействия вируса и мутировавшего вируса в одномерном и двумерном случае. Система основана на уравнениях Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова. В моделях вирусологии возможно возникновение эффекта “двойного заражения”. Для решения задачи была реализована программа в среде Matlab, рассчитывающая значения сеточных функций на временном промежутке $0 \leq t \leq 600$.

Рассматриваются случаи, когда коэффициенты первого и второго уравнения равны, т.е. $a_1 = a_2 = 1,\ D_1 = D_2 = 0{,}0001, q_1 = q_2,\ c = 1.1$. В результате обычного для теории бифуркации анализа было установлено бифуркационное значение $q_1 = q_2 = 2$. Для иллюстрации данного явления рассмотрена задача для трех различных случаев:

$$1.\, q_1 = q_2 = 1{,}5;$$
$$2.\, q_1 = q_2 = 2{,}05;$$
$$3.\, q_1 = q_2 = 2{,}5;$$

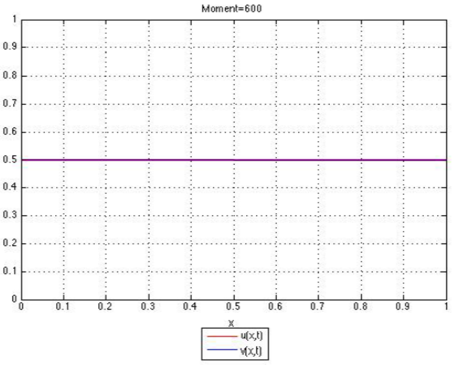

Рис. 1. $q_1 = q_2 = 1{,}5$

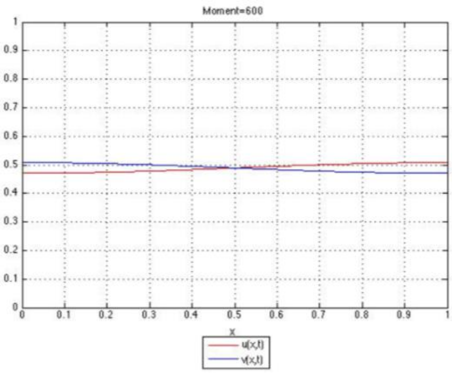

Рис. 2. $q_1 = q_2 = 2{,}05$

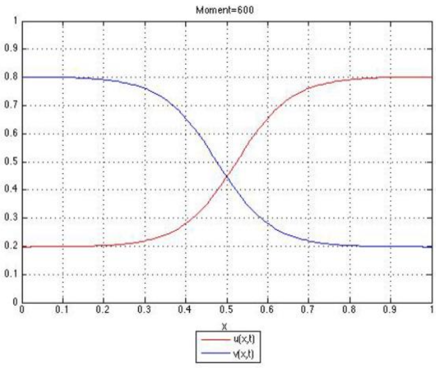

Рис. 3. $q_1 = q_2 = 2{,}5$

Основным результатом данной работы является то, что при исследовании системы были найдены условия, при которых происходит бифуркация.

Литература

1. Фомин С.В. Математические проблемы биологии. М.:Наука, 1973. 200 с.
2. Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 367 с.
3. Шмидт А.В. Точные решения систем уравнений типа реакция-диффузия. // Вычислительные технологии. 1998. Том 3. №4. С. 87-94.
4. Шмидт А.В. Анализ систем реакция-диффузия // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Том 47. №2. С. 256-268.
5. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ им.Баумана, 2002. 368 с.
6. Полуэктов Р.А. Динамическая теория биологических популяций. М.:Наука, 1974. 455 с.