# Внутренние и внешние возмущения структурированных вихревых пучков

А. Воляр Физико-технический институт Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского Симферополь, Россия volyar@singular-optics.org

М. Брецко Физико-технический институт Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского Симферополь, Россия mihailbretcko4@gmail.com Е. Абрамочкин Лаборатория когерентной оптики Физического института им. П.Н. Лебедева РАН Самара, Россия ega@fian.smr.ru

Ю. Егоров Физико-технический институт Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского Симферополь, Россия yuriy.crimea@gmail.com

Аннотация—В данной работе мы коснемся вопроса внутренних возмущений структурированных ЛГ пучков, вызванных гармонической модуляцией каждой ЭГ моды. Мы покажем, что, хотя возмущение вносится в каждую ЭГ моду, не вызывая связи между ними, в структурированном ЛГ пучке возникает перекрестная связь между модами в ЛГ базисе. При этом, несмотря на возрастание информационной энтропии Шеннона и ОУМ, полный топологический заряд (ТЗ) пучка остается неизменным

Ключевые слова— топологический заряд, структурированные пучки Лагерра-Гаусса, орбитальный и спиновый угловой момент.

# 1. Введение

Характерной особенностью структурированных вихревых пучков является их способность переносить большие массивы данных за счет присущих им множества степеней свободы [1]: орбитальный (ОУМ) и спиновый угловой момент, а также радиальные квантовые числа вихревых мод [2]. Однако широкое применение структурированных пучков в различных областях нашей жизни [2] обеспечивается специальными устройствами, получивших название пространственные модуляторы света, что позволяет быстро обрабатывать огромные массивы данных [3]. Важнейшим свойством структурированных пучков является их структурная устойчивость к внешним возмущениям [4]. В частности были исследованы частные случаи разрушения и/или самовосстановления структурированных пучков при действии на них возмущений посредством фигурных диафрагм [5-7], а также случайных фазовых возмущений в многомодовых оптических волокнах [8]. В работе [9] мы рассмотрели преобразования тонкой структуры потоков энергии в структурированных пучках Лагерра-Гаусса (ЛГ), связанной с модуляцией мод Эрмита-Гаусса (ЭГ) в их составе. Знакопеременное возмущение ЭГ мод приводит к структурной перестройке критических точек пучка и изменению картины интенсивности, которая

Ю. Акимова

Физико-технический институт

Крымского федерального

университета им. В.И. Вернадского

Симферополь, Россия

yana\_akimova\_1994@mail.ru

сопровождается переходом между устойчивыми состояниями.

# 2. ВОЗМУЩЕНИЯ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ВИХРЕВЫХ ПУЧКОВ

Вихревой ЛГ пучок с комплексной амплитудой  $LG_{n,\ell}$ записывается в базисе ЭГ мод в виде [9]

$$LG_{n,\ell}\left(\mathbf{r} \mid \varepsilon, \theta\right) = \frac{\left(-1\right)^{n}}{2^{2n+3\ell/2}n!} \times \sum_{k=0}^{2n+\ell} \left(-2i\right)^{k} P_{k}^{\left(n+\ell-k,n-k\right)}\left(0\right) \varepsilon_{k}\left(\theta\right) HG_{2n+\ell-k,k}\left(\mathbf{r}\right),$$

$$(1)$$

где  $P_k^{(n,\ell)}$  - многочлен Якоби, а  $HG_{2n+\ell-k,k}$  - комплексная амплитуда ЭГ моды. В стандартной форме параметр возмущения  $\varepsilon_k$  равен единице  $\varepsilon_k = 1$ . Внесем в каждую моду гармоническое возмущение

$$\varepsilon_k = 1 + \varepsilon e^{ik\theta},\tag{2}$$

где є и  $\theta$  - амплитудный и фазовый управляющие параметры, соответственно, которые превращают стандартную ЛГ моду в структурированный ЛГ пучок, подверженный гармоническому возмущению каждой ЭГ моды.



Рис. 1. Теоретическое (а,г) и экспериментальное (в,е) распределение интенсивности, фазы (б,д) для различных значений  $\varepsilon$ . (а-в)  $\varepsilon = 1$ , (г-е)  $\varepsilon = 100$  при  $\theta \in (0, 3\pi/2)$  для возмущенной  $LG_{n-4}^{\ell=4}$  моды



Рис. 2. ОУМ и полный топологический заряд структурированного пучка ЛГ с  $\ell = 4; n = 4$  и масштабными параметрами  $\varepsilon = 1$ ,  $\varepsilon = 100$ , зависящими от параметра  $\theta$ . Сплошные кружки указывают на разрывы функции ТЗ

Характерное распределение интенсивности и фазы для структурированных ЛГ пучков при двух значениях амплитудного параметра  $\varepsilon = 1$  и  $\varepsilon = 100$  и различных фазовых параметрах  $\theta$  представлено на рис. 1. Две группы рис. (а)-(в) и (г)-(е) представляют собой два различных типа структурированных пучков для амплитудных параметров  $\varepsilon \leq 1$  и  $\varepsilon >> 1$ . Действительно, оба типа пучка имеют исходное состояние с  $\theta = 0$  в форме LG моды с T3, равным  $\ell = 4$ , и радиальным числом n = 4. Например, при  $\theta = \pi / 2$  первый тип пучка  $(\varepsilon = 1, \text{ рис. } 1 \text{ а-в})$  переходит в устойчивое смешанное состояние с регулярной сеткой оптических вихрей в поперечном сечении, в то время как второй тип пучков пучка ( $\varepsilon = 100$ , рис. 1г-е) превращается в стандартную ЭГ моду, повернутую на угол  $\varphi = \pi/4$ . При  $\theta = \pi$ первый тип пучка образует вырожденное состояние с лучами краевых радиальных дислокаций, а второй тип пучка превращается в стандартную ЛГ моду, но с противоположным знаком ТЗ=-4. Было получено выражение (1) в базисе ЛГ мод

$$LG_{n,\pm\ell}^{(pert)}\left(\mathbf{r} \mid \varepsilon, \theta\right) - LG_{n,\ell}\left(\mathbf{r}\right) = \varepsilon \frac{\pm i^{2\ell-n} e^{\pm i(2n+\ell)\theta/2}}{2^{n+\ell} n!} \times \sum_{k=0}^{2n+\ell} (\mp i)^{k} c_{k}^{(n,n+\ell)} \cdot (-1)^{\min} 2^{\max} \min! LG_{\min,2n+\ell-2k}\left(\mathbf{r}\right),$$
(3)

где min = min $(2n + \ell - k, k)$ , max = max $(2n + \ell - k, k)$  и

$$c_{k}^{(n,n+\ell)} = 2^{\max} \min! \sum_{j=\max(0,k-n+\ell)}^{\min(k,n)} (-1)^{k-j} {n \choose j} {n+\ell \choose k-j} \times (\sin\theta/2)^{n+k-2j} (-\cos\theta/2)$$
(4)

Зная амплитуды  $c_k^{(n,n+\ell)}$  ЛГ мод в (4) можно рассчитать ОУМ и информационную энтропию Шеннона [5], а, используя методы статьи [10] и выражение (3), можно найти ТЗ структурированного пучка при различных управляющих параметрах  $\varepsilon$  и  $\theta$ .

Изменение управляющего параметра  $\theta$  приводит к перекрестной связи между вторичными ЛГ модами таким образом, что энергия  $\left|c_{k}^{(n,n+\ell)}\right|^{2}$  равным образом

ЛГ перераспределяется между модами с противоположными знаками ТЗ при  $\varepsilon = 1$  и  $\theta = \pi$ , в то время как при  $\varepsilon >> 1$  ЛГ мода с отрицательным ТЗ подавляет ЛГ моду с положительным ТЗ так, что происходит конверсия знака ТЗ (см. рис.1). На рис.2 приведена зависимость ОУМ  $\ell_{z}(\theta)$  от управляющего параметра  $\theta$  для  $\varepsilon = 1$  и  $\varepsilon = 100$ . Мы видим, что ОУМ обращается в ноль  $\ell_z(\theta = \pi, \varepsilon = 1) = 0$ , но при  $\varepsilon = 100$ ОУМ меняет знак  $\ell_{z}(\theta = \pi, \varepsilon = 100) = -4$ . При  $\varepsilon \le 1$ , T3 не изменяется во всем интервале параметра  $\theta \in (0, 2\pi)$ , но при  $\varepsilon = 1$  возникает особая точка с T3=0, что соответствует вырожденному состоянию. В то же время, при  $\varepsilon = 100$  наблюдается резкое изменение знака T3=-4 при  $\theta = \pi$ . Это означает, что при больших значениях амплитудного параметра  $\varepsilon >> 1$ , сохраняется модуль T3 за исключением единственной  $\theta = \pi$  точки с нулевым топологическим зарядом.

## 3. выводы

В данной работе мы изучили вопрос внутренних возмущений структурированных ЛГ пучков, вызванных гармонической модуляцией каждой ЭГ моды. Мы показали, что, хотя возмущение вносится в каждую ЭГ моду, в структурированном ЛГ пучке возникает перекрестная связь между модами в ЛГ базисе.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № № 20-37-90068, № 20- 37-90066, № 19-29-01233).

### ЛИТЕРАТУРА

- Shen, Yi. Structured ray-wave vector vortex beams in multiple degrees of freedom from a laser / Yi. Shen, Xi. Yang, D. Naidoo, X. Fu, A. Forbes // Optica. – 2020. – Vol. 7(7). – P. 820-831.
- [2] Volyar, A. Digital sorting perturbed Laguerre–Gaussian beams by radial numbers / A. Volyar, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // J. Opt. Soc. Ammer. A. – 2020. – Vol. 37(2920). – P. 959-968.
- [3] Forbes, A. Structured light / A. Forbes, M. de Oliveira, M.R. Dennis // Nature Photonic. – 2021. – Vol. 15. – P. 253-262.
- [4] Абрамочкин, Е. Современная оптика гауссовых пучков / Е. Абрамочкин, В. Волостников. – М.: Физматлит, 2010. – 184 с.
- [5] Volyar, A. Orbital angular momentum and informational entropy in perturbed vortex beams / A. Volyar, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // Opt. Lett. – 2019. – Vol. 44(29). – P. 5687-5680.
- [6] Воляр, А.В. Преобразование структурно устойчивых состояний спиральных пучков под действием секторных возмущений / А.В. Воляр, Я.Е. Акимова // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 6. – С. 789-799. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1009.
- [7] Volyar, A. Digital sorting perturbed Laguerre–Gaussian beams by radial numbers / A. Volyar, E. Abramochkin, M. Bretsko, Ya. Akimova // J. Opt. Soc. Ammer. A. – 2021. – Vol. 38(12). – P. 1793-1802.
- [8] Воляр, А.В. Цифровой анализ спекл картины хаотичной композиции мод и восстановление регулярного узора интенсивности после многомодового волокна / А.В. Воляр, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 2. – С. 179-189. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-831.
- [9] Volyar, A. Fine structure of perturbed Laguerre–Gaussian beams: Hermite–Gaussian mode spectra and topological charge / A. Volyar, E. Abramochkin, Yu. Egorov, M. Bretsko, Ya. Akimova // Appl Opt. – 2021. – Vol. 59(25). – P. 7680-7687.
- [10] Kotlyar, V. Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition / V. Kotlyar, A. Kovalev, A. Volyar // Opt Express. – 2020. – Vol. 28(6). – P. 8266-8281.