

Влияние обратной связи с задержкой на динамику оптического поля в резонаторе с нелинейным метаматериалом

Е.А. Ярунова^{1,2}, А.А. Кренц^{1,2}, Н.Е. Молевич^{1,2}

¹Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, ул. Ново-Садовая 221, Самара, Россия, 443011

²Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию динамики оптического поля в кольцевом резонаторе, содержащем оптический метаматериал с кубической нелинейностью керровского типа. Проведен анализ влияния добавочного излучения на временную динамику, которая описывается уравнением Луджиато-Лефевра. Наличие дополнительного слагаемого усложняет временную динамику, что и представляет интерес в данной работе. В ходе исследования была получена нетривиальная динамика – неустойчивые орбиты. Для характеристики таких графиков введено понятие «ступенька», и на основе этого построена диаграмма, отражающая области с полученными для них значениями.

1. Введение

Предметом изучения являются метаматериалы, состоящие из электромагнитных резонаторов – это металлические полоски, спирали, разорванные кольца [1]. Целью данной работы было исследовать влияние дополнительной обратной связи с задержкой на динамику оптического поля в кольцевом резонаторе с нелинейным метаматериалом. Особенностью настоящего исследования является наличие дополнительного зеркала в системе, которое возвращает часть излучения в резонатор. Резонаторы с нелинейной средой в современной технике используются для хранения и обработки информации. Новые динамические свойства таких резонаторов помогут создать генераторы коротких оптических импульсов, а также позволят осуществлять простейшие логические операции [2]. В ходе исследования были поставлены задачи: модифицировать модель кольцевого оптического резонатора; смоделировать динамику оптического поля и получить зависимости от параметров, входящих в уравнение; провести анализ полученных результатов, сделать вывод о влиянии добавочного излучения на решение уравнения.

2. Модификация модели кольцевого резонатора и численное моделирование эволюции оптического поля

2.1 Модель кольцевого оптического резонатора с дополнительным зеркалом

В обычном кольцевом резонаторе свет распространяется по замкнутой траектории в одном направлении. Принципиальное отличие данной работы состоит в том, что луч попадает через полу-прозрачное зеркало в резонатор, проходит через метаматериал, затем часть излучения выходит через еще одно полу-прозрачное зеркало и отражается от дополнительного зеркала,

возвращающего часть излучения в резонатор. Другая же часть излучения продолжает свое движение по кольцевому резонатору. Схема изображена на рисунке 1.

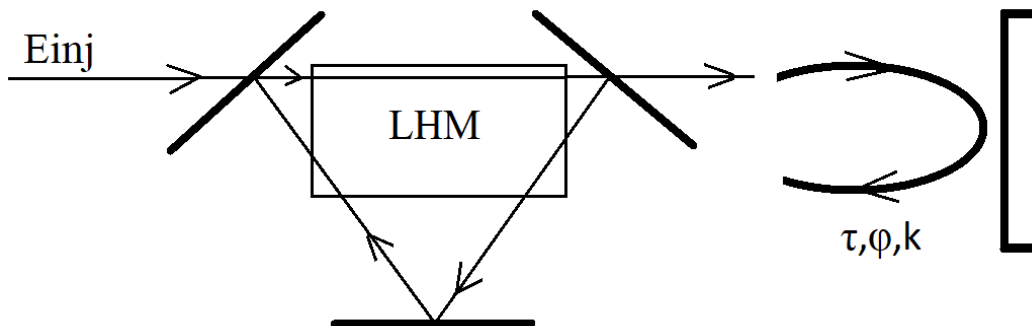


Рисунок 1. Кольцевой резонатор с дополнительным зеркалом.

С учетом этой модификации система описывается уравнением:

$$\frac{dE}{dt} = -(1 + i\theta)E + E_{inj} + i|E|^2E + ke^{i\varphi}E(t - \tau), \quad (1)$$

где k – доля излучения, вернувшегося обратно в резонатор, может изменяться от 0 до 1; φ – набег фазы, может изменяться от 0 до 2π ; τ – задержка, т.е. время, которое нужно излучению, чтобы вернуться обратно, E_{inj} амплитуда входного луча, θ – параметр отстройки. Время –

$$t' = kt, \quad (2)$$

$$k = cT/2L,$$

есть параметр обезразмеренный на время жизни фотона в резонаторе. В данном приближении пренебрегаем пространственными производными в уравнении Луджиато-Лефевра, так как возбуждается единственная мода [3]. Для параметра

$$\theta \leq \sqrt{3}, \quad (3)$$

график $|E_s|^2 (|E_{inj}|^2)$ взаимнооднозначный, а для случая

$$\theta > \sqrt{3} \quad (4)$$

кривая приводит к циклу гистерезиса [4].

2.2 Исследование влияния дополнительного зеркала на эволюцию оптического поля

В ходе работы проведено исследование системы, которая описывается уравнением (1). Решение было получено численным методом Рунге-Кутты 4 порядка. В результате обнаружена нетривиальная динамика, определяемая как неустойчивые периодические орбиты [5]. Преследовалась цель найти зависимость полученной динамики от коэффициента пропускания k , при фиксировании остальных параметров. Обнаружено, что с увеличением значения k вид динамики усложняется, по сравнению с первоначальным. При параметрах $k=0,1$ $\varphi=\pi/2$, $\tau=500$, $\theta=3$, $E_{inj}=2$ наблюдался выход динамики на стационарное значение, что видно из рисунка 2(а). При увеличении k до 0,3 и оставляя неизменными остальные параметры, появляется пороговый режим, изображенный на рисунке 2(б). Если установить $k=0,9$, то динамика усложняется, переходя к неустойчивым периодическим орбитам, что показано на рисунке 2(в). На рисунке 2(г) показано максимальное число «ступенек», так как точки $E1$ и $E4$ очень близки по своему значению, соответственно считаем, что число «ступенек» равно трем.

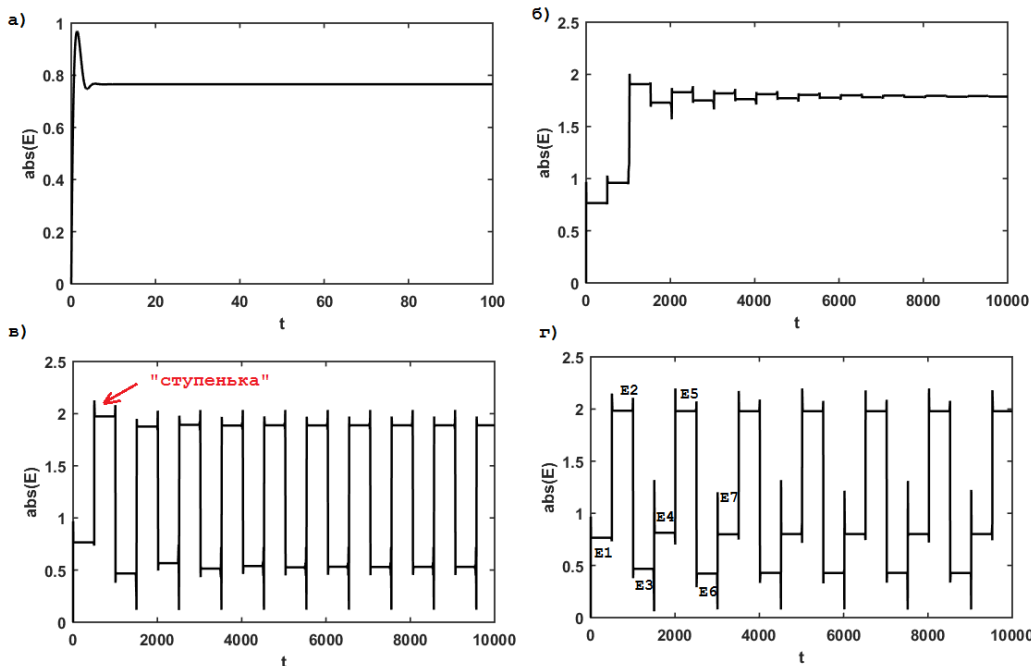


Рисунок 2. Неустойчивые периодические орбиты а) $k=0,1$, б) $k=0,3$, в) $k=0,9$, д) $k=0,99$.

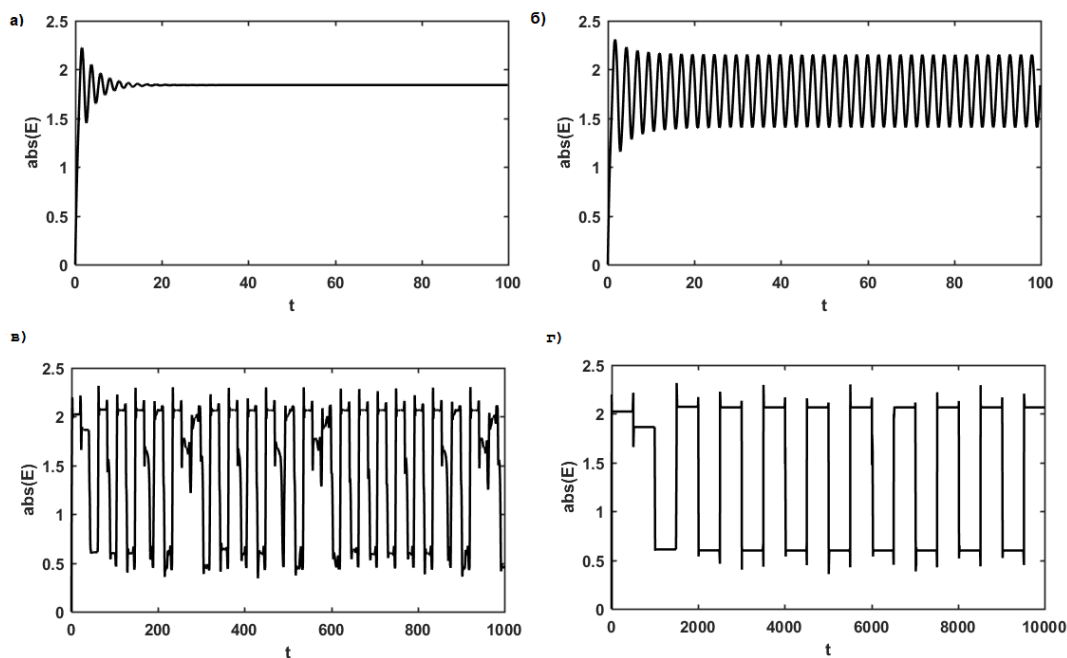


Рисунок 3. Неустойчивые периодические орбиты а) $\tau=0,25$, б) $\tau=0,5$, в) $\tau=20$, д) $\tau=500$.

При увеличении числа τ наблюдается переход от колебаний к смешанному режиму, а при больших значениях были получены неустойчивые периодические орбиты. При параметрах $k=1$, $\varphi=\pi/2$, $\tau=0,1$, $\theta=2$, $E_{inj}=1$ наблюдался выход на стационарное значение, что видно из рисунка 3(а). Увеличив k до 0.3 и оставляя неизменным остальные параметры, динамика приняла вид автоколебаний, изображенных на рисунке 3(б). Начиная со значения τ равного 20, наблюдается смешанный режим, показанный на рисунке 3(в), когда значение параметра

достигает 500— неустойчивые периодические орбиты становятся установившимися, что видно из рисунка 3(г).

В результате была построена диаграмма при параметрах $\varphi=\pi/2$, $\tau=500$, $\theta=2$, изображенная на рисунке 4, отражающая зависимость динамики оптического поля в кольцевом резонаторе при изменении определенных параметров. Исследовалось влияние параметра k и E_{inj} , было найдено несколько режимов с разным числом «ступенек». На рисунке 4 представлена диаграмма, на которой отображены зоны А и В, соответствующие областям формирования неустойчивых периодических орбит с числом «ступенек» 2 и 3, соответственно. Режимы, отраженные на диаграмме, изображены на рисунке 5.

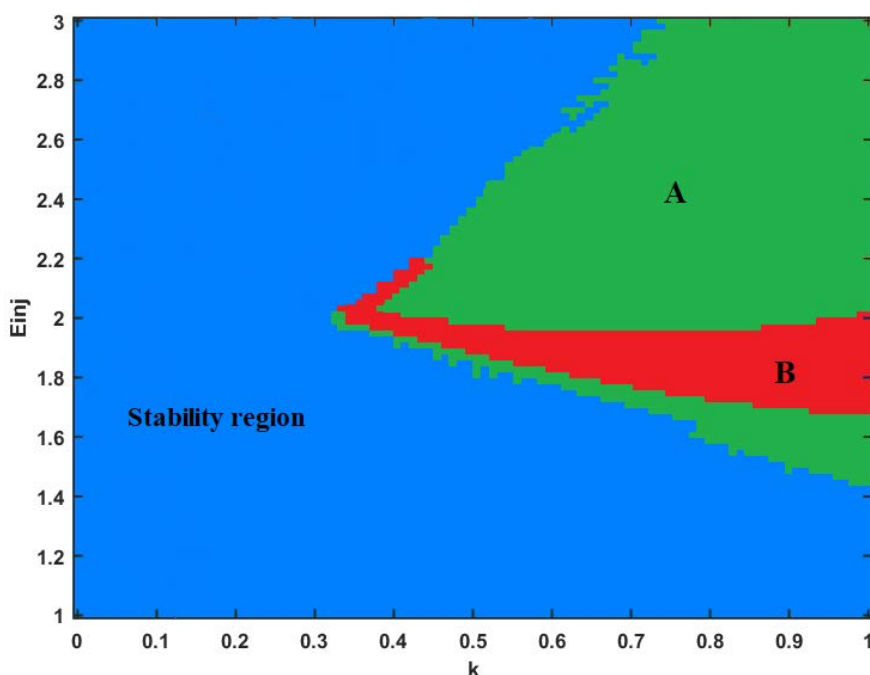


Рисунок 4. Диаграмма, отражающая зависимость динамики от k и E_{inj} .

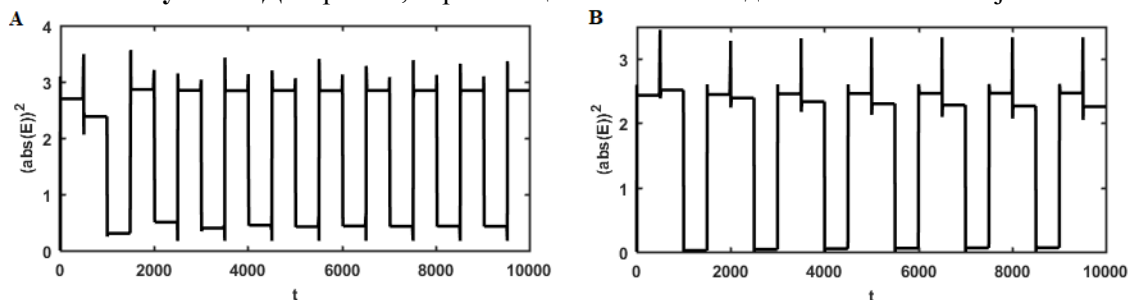


Рисунок 5. А) 2 «ступеньки» В) 3 «ступеньки»

3. Заключение

В результате исследования проведено моделирование эволюции оптического поля в кольцевом резонаторе с нелинейным метаматериалом, изучена зависимость динамики от коэффициента пропускания добавочного зеркала и времени задержки обратной связи. Показано, что с увеличением этих параметров динамика усложняется, постепенно переходя к неустойчивым периодическим орбитам. Представленные здесь результаты могут быть полезны при оптическом переключении или хранении информации. Такая динамика как гетероклинические циклы является предметом интенсивного научного исследования, так как она имеет сложную геометрическую структуру и комплексную асимптотическую устойчивость, а также свойства,

которые еще подробно не изучены. Данные исследований и их результаты очень востребованы, являются многообещающими, имеют большое прикладное значение.

4. Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-32-60151 мол а дк, Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности (3.1158.2017).

5. Литература

- [1] Zharov, A. Nonlinear Properties of Left-Handed Metamaterials / A. Zharov, I. Shadrivov, Y. Kivshar // *Physical Review Letters*. – 2003.– Vol. 91. – P. 03741-1-03741-4.
- [2] Makhout, A. Weakly Nonlinear Analysis and Localized Structures in Nonlinear Cavities with Metamaterials / A. Makhout, M. Tlidi // *Springer Proceedings in Physics*. – 2015. – Vol. 173.
- [3] Lugiato, L.A. Spatial Dissipative Structures in Passive Optical System / L.A. Lugiato, R. Lefever // *Physical Review Letters*. – 1987. – Vol. 58. – P. 2209-2211.
- [4] Denz, C. Nonlinearities in Periodic Structures and Metamaterials / C. Denz, S. Flach, Y.S. Kivshar // *Dordrecht: Springer Heidelberg*. – 2010. – 242 p.
- [5] Podvigina, O. Asymptotic Stability of Pseudo-simple Heteroclinic Cycles in R^4 / O. Podvigina, P. Chossat // *J Nonlinear Sci*. – 2017. – P. 343-375.

Impact of time-delayed feedback on optical field dynamics in cavity with nonlinear metamaterial

E.A. Yarunova^{1,2}, A.A. Krents^{1,2}, N.E. Molevich^{1,2}

¹Lebedev National Research University, Novo-Sadovaya street 221, Samara, Russia, 443011

²Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. This paper is about investigation of dynamics of an optical field in a ring resonator containing an optical metamaterial with a cubical nonlinearity of the Kerr type. The analysis of the effect of additional radiation on time dynamics, which described by Lugiato-Lephever equation is carried out. The presence of an additional term complicates the temporal dynamics, which is the interest of this work. Nontrivial dynamics – unstable periodic orbits were obtained. To characterize such graphs, the notion “step” is introduced, and on the basis of this, a diagram reflecting the regions is constructed with the values obtained for them.

Keywords: nonlinear optics, nonlinear dynamics, metamaterials, optical ring resonator, delayed feedback