

Влияние линейного смещения мод на нелинейные искажения сигналов в малоимодовых оптических волокнах

Р.В. Кутлюяров^а, В.С. Любопытов^{а,б}, А.Х. Султанов^а, В.Х. Багманов^а

^а Уфимский государственный авиационный технический университет, 450000, ул. Карла Маркса, 12, Уфа, Россия

^б Technical University of Denmark (DTU), 2800, Ørsted Plads 343, Kgs. Lyngby, Denmark

Аннотация

В работе исследуется проявление нелинейных эффектов керровского типа, возникающих при одновременной передаче фундаментальной моды и двух сопряженных вихревых мод первого порядка в стандартном ступенчатом волокне на длине волны 850 нм в присутствии случайного линейного смещения мод. Сопряженные моды имеют равные постоянные распространения, поэтому подвержены нелинейному взаимодействию через фазовую кросс-модуляцию и сильному линейному смещению. С помощью численного решения обобщенных связанных нелинейных уравнений шредингеровского типа показано, что, в зависимости от исходной мощности модовых каналов, линейное смещение может приводить как к снижению, так и к увеличению нелинейных искажений сигналов по сравнению со случаем отсутствия модового смещения.

Ключевые слова: спиральные пучки; фазовая кросс-модуляция; MDM

1. Введение

На текущем технологическом уровне пропускная способность волоконно-оптических линий связи уже практически достигла предела, определяемого теоремой Шеннона, поскольку полоса пропускания ограничена окнами прозрачности оптического волокна (ОВ), а максимальное отношение сигнал-шум – нелинейными эффектами в ОВ, в первую очередь нелинейностью Керровского типа [1]. Поэтому значительный исследовательский и практический интерес представляют технологии передачи с модовым уплотнением сигналов [2]. Как известно, при одновременной передаче нескольких модовых каналов возникает сильное линейное смещение между ними [3]. При этом наибольшему смещению подвержены моды с близкими по значению постоянными распространения. Искажения сигналов, возникающие в результате модового смещения, могут быть скомпенсированы на приемной стороне методами цифровой обработки сигналов, однако для этого требуются высокие вычислительные мощности, поэтому организация высокоскоростных каналов передачи с обработкой в режиме реального времени на сегодняшний день не представляется возможной [4, 5]. Более перспективным подходом представляется полностью оптическая компенсация на основе метода модовой декомпозиции [6]. Однако при возникновении нелинейных искажений в системах передачи эффективность линейного компенсатора снижается. Поэтому для малоимодовых систем передачи представляет практический интерес изучение взаимовлияния линейного смещения и нелинейных эффектов керровского типа. В настоящее время существует ряд публикаций о теоретическом и экспериментальном исследовании межмодового четырехволнового смещения при одновременной передаче модовых сигналов на различных длинах волн для соблюдения условия фазового синхронизма [7 – 9]. В данной работе основное внимание уделяется случаю передачи нескольких модовых каналов на одной длине волны, что практически интересно с точки зрения перспектив организации высокоскоростных систем передачи с одновременным уплотнением сигналов по длине волны и по пространственным модам ОВ. Необходимо отметить, что в последнее время существенное внимание уделяется развитию теории и технологии генерации и передачи оптических пучков со спиральным фазовым фронтом, которые принято называть оптическими вихрями (optical vortices). При организации систем передачи с модовым мультиплексированием использование вихревых мод имеет преимущество по сравнению с модами с плоским фазовым фронтом в связи с инвариантностью к повороту, что существенно облегчает прием таких модовых сигналов. Кроме того, экспериментально показано, что при передаче малоимодового сигнала в оптическом волокне фазовая кросс-модуляция между фундаментальной модой и модой первого порядка проявляется с весовым коэффициентом, соответствующим смещению с вихревыми модами LP11+ и LP11–, а не с собственными модами LP11a и LP11b [9]. Таким образом, при малоимодовом режиме передачи Керр-нелинейности корректно рассматривать для случая взаимодействия с вихревыми модами.

2. Теоретическая модель

Электрическое поле, распространяющееся в волоконном световоде, можно записать в частотной области в цилиндрической системе координат как сумму всех мод, поддерживаемых световодом:

$$\tilde{E}(r, \phi, z, \omega) = \sum_{p=1}^N \exp(i\beta_p(\omega)z) \tilde{A}_p(z, \omega) F_p(r) \exp(im_p\phi), \quad (1)$$

где N – количество мод,

β_p – постоянная распространения p -й пространственной моды,
 $F_p(r, \phi) = F_p(r) \exp(im_p\phi)$ – поперечное распределение поля p -й моды,
 m_p – целое число, определяющее азимутальный порядок пространственной моды,
 A_p – медленно меняющаяся амплитуда p -й пространственной моды.

Следуя классическому подходу, для волновода с керровской нелинейностью во временной области можно получить систему уравнений [10]

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} = i(\beta_{0p} - \beta_r)A_p - \left(\beta_{1p} - \frac{1}{v_{gr}}\right) \frac{\partial A_p}{\partial t} - i\frac{\beta_{2p}}{2} \frac{\partial^2 A_p}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2} A_p + i \sum_{lmn} f_{lmnp} \gamma A_l^* A_m A_n + i \sum_m q_{mp} A_m, \quad (2)$$

где A_p – медленно меняющаяся амплитуда в системе координат, движущейся с групповой скоростью v_{gr} вдоль оси z ;
 β_r – произвольная референтная постоянная распространения для всех пространственных мод;

$$\beta_{0p} = \beta_p(\omega_0), \beta_{1p} = \partial\beta_p/\partial\omega|_{\omega_0}, \beta_{2p} = \partial^2\beta_p/\partial\omega^2|_{\omega_0} - \quad (3)$$

постоянная распространения на частоте несущей, обратная величина групповой скорости, и дисперсия групповой скорости p -й пространственной моды соответственно;
 γ – параметр нелинейности.

Линейное и нелинейное смешение между модами определяется, соответственно, коэффициентами q_{mp} и f_{lmnp} (для целей численного решения системы уравнений (2) здесь и далее используется декартова система координат)

$$q_{mp}(z) = \frac{k_0}{2n_{eff}(I_m I_p)^{1/2}} \iint \Delta n^2(x, y, z) F_m F_p dx dy, \quad (4)$$

$$f_{lmnp} = \frac{A_{eff}}{(I_l I_m I_n I_p)^{1/2}} \iint F_l^* F_m F_n F_p^* dx dy. \quad (5)$$

$$I_m = \bar{n}_m / \bar{n}_{eff} \iint F_m^2(x, y) dx dy, \quad (6)$$

где \bar{n}_{eff} – эффективный показатель преломления волокна для фундаментальной моды;

\bar{n}_m – эффективный показатель преломления для m -й моды.

Основной причиной линейного модового смешения является изгиб волокна, поэтому для ступенчатого волновода коэффициент линейной связи мод для секции k может быть вычислен как коэффициент смешения вследствие изгиба [11].

В данной работе рассматривается передача оптических сигналов по стандартному ступенчатому волокну (SSMF) на длине волны 850 нм. При этом световодом поддерживается распространение трех мод: LP11–, LP01, LP11+.

Для численного решения системы уравнений (2) были рассчитаны коэффициенты нелинейного смешения. Учитывая запись (1), для углового множителя интеграла (5) можно получить условие нулевого значения указанных коэффициентов [12]:

$$f_{lmnp} = 0 \text{ при } -m_l + m_m + m_n - m_p \neq 0. \quad (7)$$

Применение данного условия позволяет определить, какие коэффициенты являются ненулевыми вследствие погрешности вычисления интегралов (5). В результате получаем значения коэффициентов, которые представлены в таблице 1.

Рассмотрим более подробно, например, влияние двух модовых каналов на канал моды LP11+. Согласно (2), нелинейный оператор будет определяться как

$$\hat{N} = f_{1223} A_1^* A_2^2 + (f_{1313} + f_{1133}) |A_1|^2 A_3 + (f_{2323} + f_{2233}) |A_2|^2 A_3 + f_{3333} |A_3|^2 A_3, \quad (8)$$

где индексами 1, 2, 3 обозначены, соответственно, моды LP11–, LP01, LP01+.

В выражении (8) первое слагаемое соответствует эффекту межмодового четырехволнового смешения, но в данном случае не выполняется условие фазового синхронизма, поэтому этот член является осциллирующим с малой амплитудой.

Четвертое слагаемое определяет фазовую самомодуляцию, эффективность которой для мод первого порядка ниже, чем для фундаментальной моды, что следует из значения соответствующих коэффициентов из таблицы 1.

Таблица 1. Коэффициенты нелинейного смешения собственных мод ступенчатого волокна

Индексы LP мод	$f_{имп}$
LP01,LP01,LP01,LP01	1,0000
LP11-,LP11-,LP11-,LP11-	
LP11+,LP11-,LP11+,LP11-	
LP11-,LP11+,LP11-,LP11+	0,6975
LP11-,LP11-,LP11+,LP11+	
LP11+,LP11+,LP11+,LP11+	
LP01,LP01,LP11-,LP11-	
LP01,LP11-,LP01,LP11-	
LP11+,LP01,LP01,LP11-	
LP11-,LP01,LP11-,LP01	
LP01,LP11+,LP11-,LP01	
LP11-,LP11-,LP01,LP01	0,6595
LP11+,LP11+,LP01,LP01	
LP01,LP11-,LP11+,LP01	
LP11+,LP01,LP11+,LP01	
LP11-,LP01,LP01,LP11+	
LP01,LP11+,LP01,LP11+	
LP01,LP01,LP11+,LP11+	

Второе и третье слагаемые определяют межмодовую фазовую кросс-модуляцию (ФКМ). При этом необходимо отметить, что эффективность межмодовой ФКМ определяется не только значением коэффициентов нелинейного смешения, но и разностью групповых скоростей взаимодействующих мод [9]. Так как для рассматриваемого волокна групповые скорости фундаментальной моды и мод первого порядка существенно различны, то взаимодействие между фундаментальной модой и каждой из вихревых мод через ФКМ будет слабее, чем взаимодействие сопряженных мод между собой. Таким образом, в выражении (8) основным источником нелинейных искажений сигнала с огибающей $A_3(z)$ будут являться второе и четвертое слагаемые.

Также необходимо отметить, что между сопряженными модами имеет место сильное линейное смешение. Чтобы качественно оценить влияние линейного смешения на нелинейные искажения сигналов, рассмотрим упрощенную модель. Допустим, исходно в каналах с модовыми несущими LP11+ и LP11- присутствует равная оптическая мощность P_0 . В связи с тем, что линейное смешение между указанными модами гораздо сильнее, чем между любой из них и фундаментальной модой, на протяжении некоторого расстояния распространения их суммарную мощность можно считать постоянной и равной $2P_0$. Рассматривая только амплитуду сигналов, можно записать второе слагаемое выражения (8) в виде функции

$$\delta(|A_3|) = |A_1|^2 |A_3| = (2P_0 - |A_3|^2) |A_3|. \quad (9)$$

Легко показать, что максимум функции (9) достигается при $|A_3| = \sqrt{2P_0/3}$. Физический смысл этого результата ясен: наибольшие искажения в канале вследствие межмодовой ФКМ возникают в том случае, когда часть его мощности в результате смешения переходит в сопряженный модовый канал. Таким образом, для случая исходно близких мощностей сопряженных модовых каналов линейное смешение приводит к увеличению нелинейных искажений.

3. Результаты вычислительных экспериментов

В данной работе система уравнений (2) решается численно с использованием Фурье-метода расщепления по физическим параметрам [13]. При этом на каждом шаге моделирования линейное смешение мод учитывается посредством умножения вектор-столбца $\mathbf{A}(t)$ на матрицу

$$\mathbf{T}_\lambda = \exp[i(\mathbf{B}_0 + \mathbf{Q}(z))\Delta z], \quad (10)$$

где \mathbf{B}_0 – квадратная диагональная матрица, элементы главной диагонали которой соответствуют первому слагаемому правой части (2), $\mathbf{Q}(z)$ – квадратная матрица, элементы которой определяются выражением (4), Δz – шаг моделирования.

Величина нелинейных искажений оценивалась следующим образом: для одного и того же набора случайных параметров, определяющих разбиение моделируемого волокна на секции линейного смешения, система уравнений (2) решалась дважды – с учетом нелинейных членов (пятое слагаемое в правой части уравнения) и без них. Затем определялось среднеквадратичное отклонение амплитуды сигнала, полученного в результате воздействия

дисперсионных и нелинейных членов уравнения, от амплитуды сигнала, полученного в результате воздействия только дисперсионных членов.

В первой серии экспериментов все три модовых канала были промодулированы одинаковым NRZ-сигналом, представляющим собой чередование нулей и единиц, с длительностью тактового интервала 100 пс. Мощность всех трех сигналов принималась равной. Длина моделируемого оптического волокна составляла 2500 м. Линейное смещение моделировалось с помощью разбиения волокна на секции средней длины 5 см, что соответствует режиму сильного смещения [3].

Результаты моделирования приводятся на рис. 1.

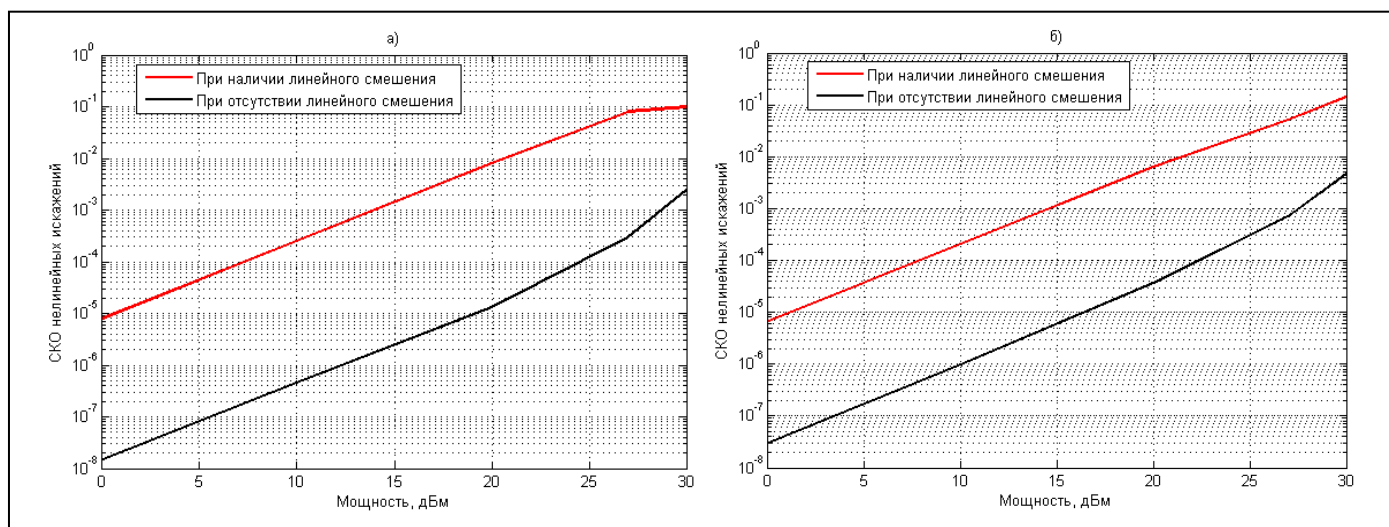


Рис. 1. Нелинейные искажения в модовых каналах: а) LP11+; б) LP01.

В случае, когда исходно в одном из модовых каналов отсутствует сигнал, например, в канале LP11+, линейное модовое смещение приводит к уменьшению мощности других каналов относительно исходной, так как её часть переходит в рассматриваемый канал. При этом в отсутствие линейного смещения единственным источником нелинейных искажений является первое слагаемое в (8), т.к. остальные слагаемые равны нулю. Включение в рассмотрение линейного смещения снижает эффективность процесса межмодового четырехволнового смещения [7], и, в конечном счёте, приводит к снижению нелинейных искажений для данного канала.

4. Заключение

В данной работе с помощью численного решения системы обобщенных связанных нелинейных уравнений шредингерского типа исследовано влияние линейного смещения сигналов на проявление Керр-нелинейностей при одновременной передаче трех модовых каналов в одном волокне на одной длине волны. Результаты моделирования свидетельствуют о том, что в случае одновременной передачи модовых сигналов равной мощности линейное смещение приводит к увеличению нелинейных искажений. Этот результат должен приниматься во внимание при разработке и внедрении технологий линейной компенсации межмодовой интерференции, так как нелинейные искажения сигналов могут существенно снижать эффективность компенсатора.

Благодарности

Исследование проводится при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части государственного задания образовательным организациям высшего образования.

Литература

- [1] Richardson, D. J. Filling the light pipe / D. J. Richardson // *Science*. – 2010. – Vol. 330. – P. 327–328.
- [2] Wang, J. Multimode communications using orbital angular momentum / J. Wang, M.J. Padgett, S. Ramachandran, M.P.J. Lavery, H. Huang, Y. Yue, Y. Yan, N. Bozinovic, S.E. Golowich and A.E. Willner // *Optical Fiber Telecommunications VIB: Systems and Networks* I.P. Kaminow, T. Li and A.E. Willner, Eds.– Elsevier, 2013.
- [3] Ho, K.-P. Mode coupling and its Impact on spatially multiplexed systems / K.-P. Ho, J.M. Kahn // *Optical Fiber Telecommunications VIB: Systems and Networks*, I.P. Kaminow, T. Li and A.E. Willner, Eds.– Elsevier, 2013.
- [4] Winzer, P.J. Spatial multiplexing using multiple-input multiple-output signal processing / P.J. Winzer, R. Ryf, S. Randel // *Optical Fiber Telecommunications VIB: Systems and Networks*, Kaminow, I. P., Li, T. and Willner, A. E., Eds. – 2013 – Elsevier, 2013.
- [5] Uden Van, R.G.H. MIMO equalization with adaptive step size for few-mode fiber transmission systems / R.G.H. Van Uden, Ch.M. Okonkwo, V.A.J.M. Sleiffer, H. de Waardt, A.M.J. Koonen // *Opt. Express*. –2014. – Vol. 22(1). – P. 119-126.
- [6] Lyubopytov, V.S. Optical-domain Compensation for Coupling between Optical Fiber Conjugate Vortex Modes / V.S. Lyubopytov, A. Tatarczak, X. Lu, R.V. Kutluyarov, S. Rommel, A.Kh. Sultanov, I.T. Monroy // 2015 Conference on Lasers and Electro-Optics Pacific Rim. Paper PDP_T12_1001.

- [7] Xiao, Y. Theory of intermodal four-wave mixing with random linear mode coupling in few-mode fibers / Y. Xiao, R.-J. Essiambre, M. Desgroseilliers, A.M. Tulino, R. Ryf, S. Mumtaz, G. P. Agrawal // *Opt. Express*. –2014. – Vol. 22(26). – P. 32039-32059.
- [8] Friis, S.M.M. Inter-modal four-wave mixing study in a two-mode fiber / S.M.M. Friis, I. Begleris, Y. Jung, K. Rottwitt, P. Petropoulos, D.J. Richardson, P. Horak, F. Parmigiani // *Opt. Express*. –2016. – Vol. 24(26). – P. 30338-30349.
- [9] Essiambre, R.-J. *Fiber Nonlinearity and Capacity: Single-Mode and Multimode Fibers* / R.-J. Essiambre, R. W. Tkach, R. Ryf, // *Optical Fiber Telecommunications VIB: Systems and Networks*, I.P. Kaminow, T. Li and A.E. Willner, Eds.– Elsevier, 2013.
- [10] Mumtaz, S. *Nonlinear Propagation in Multimode and Multicore Fibers: Generalization of the Manakov Equations* / S. Mumtaz, R.-J. Essiambre, G.P. Agrawal // *J Lightwave Technol*. – 2013. – Vol. 31(3). – P. 398-406.
- [11] Любопытов, В.С. Метод определения принципиальных мод маломодового оптического волокна на основе применения многоканального ДОЭ / В.С. Любопытов, Р.В. Кутлюяров, В.Х. Багманов, А.Х. Султанов // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, №4, С. 727-736.
- [12] Poletti, F. Description of ultrashort pulse propagation in multimode optical fibers / F. Poletti, P. Horak // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2008. – Vol. 25(10). – P.1645–1654.
- [13] Agrawal, G.P. *Nonlinear Fiber Optics*, 4 ed. / G.P. Agrawal – San Diego, CA: Academic, 2007. – 529 p.