УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МАНИПУЛЯТОРА ПО НЕГЛАДКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Н.К. Аксёнова

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)

Рассматривается математическая модель однозвенного манипулятора, которая описывает движение манипулятора по негладкой траектории. Для понижения размерности системы используется метод интегральных многообразий. После задания траекторий движения манипулятора, выбирается функцию управления, которая дает возможность реализовать желаемое движение с высокой степенью точности.

Ключевые слова: однозвенный манипулятор, интегральное многообразие, сингулярные возмущения.

В настоящее время исследования в области робототехники являются весьма актуальными.

Объектом исследования является модель манипулятора, описывающая движение манипулятора по не гладкой траектории.

Рассматривается система дифференциальных уравнений. Исследуется задача управления, которая состоит из задачи слежения с обратной связью [1].

$$J_1\ddot{q}_1 + Mgl\sin q_1 + c(\dot{q}_1 - \dot{q}_m) + k(q_1 - q_m) = 0,$$
$$J_m\ddot{q}_m - \mathrm{c}(\dot{q}_1 - \dot{q}_m) - k(q_1 - q_m) = u.$$

Математическая модель описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = \frac{Mgl}{J_1 + J_m}\sin(x_1 + \frac{J_m}{J_1 + J_m}),$$
$$\varepsilon\dot{y}_1 = y_2, \varepsilon\dot{y}_2 = -\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right)y_1 - \varepsilon c\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right)y_2 - -\varepsilon^2\frac{Mgl}{J_1}\sin(x_1 + \frac{J_m}{J_1 + J_m}y_1) - \varepsilon^2\frac{u}{J_m}.$$

Для редукции системы используется метод интегральных многообразий [2].

Медленное инвариантное многообразие ищется в виде $y_1 = \varepsilon^2 Y + O(\varepsilon^3)$ и $y_2 = O(\varepsilon^3)$. На медленном инвариантном многообразии получаем $q_1 = x_1 + \varepsilon^2\frac{J_m}{J_1 + J_m}Y + O(\varepsilon^3)$.

Редуцированная система будет иметь вид

$$\ddot{q}_1 - \varepsilon^2\frac{J_m}{J_1 + J_m}\ddot{Y} = -\frac{Mgl}{J_1 + J_m}\sin q_1 + \frac{u_0 + \varepsilon^2 u_1}{J_1 + J_m} + O(\varepsilon^3).$$

Уравнение движения записывается в виде суммы $u = (J_1 + J_m)u_d + Mgl\sin q_1$, где $u_d = \ddot{q}_d - a_1(x_1 + q_d) - a_2(\dot{x}_1 + \dot{q}_d)$ [1].

В качестве иллюстративного примера рассмотрена модель простого манипулятора с одним звеном. Для решения задачи была реализована программа в среде Maple [4], рассчитывающая значения функций управления для построения графиков желаемых траекторий движения манипулятора [3].

Рассматриваются случаи, когда желаемая траектория:

$$u_d = \sin t\ ,$$
$$u_d = F,$$

где

$$F = \begin{cases} x,\ \ 0 < x < \delta - 1 \\ a(x-1)^2 + b(x-1)^2 + 1, \delta - 1 < x < \delta + 1 \\ -x + 2,\ \ \delta + 1 < x < 2 \end{cases}$$

В результате анализа модели однозвенного манипулятора были получены графические изображения заданных траекторий.

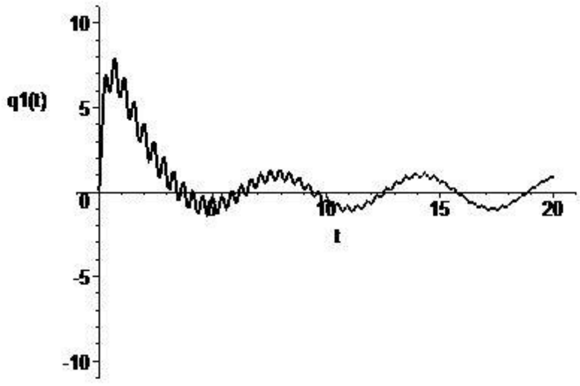

Рис. 1. $u_d = \sin t$

Литература

1. Elena Shchepakina, Vladimir Sobolev, Michael P. Mortell. Singular Perturbations. // Introduction to system order reduction methods with applications, 2014. 121 с.
2. Соболев В.А , Щепакина Е.А. Редукция моделй и критические явления в макрокинетике — М. : Физматлит, 2010.
3. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972 – 576 с.
4. В.Н.Говорухин, В.Г.Цибулин Введение в Maple. Математический пакет для всех — М.: Мир, 1997.