Уменьшение размерности пространства параметров адаптивного интерполятора при дифференциальной компрессии многомерного сигнала

А.И. Максимов¹, М.В. Гашников^{1,2}

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086 ²Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

Аннотация. Разрабатывается адаптивный интерполятор многомерного сигнала для задачи дифференциальной компрессии. Для повышения эффективности интерполятор оптимизируется в пространстве своих параметров по критерию минимума абсолютной погрешности интерполяции. Для уменьшения сложности оптимизации интерполятора выполняется уменьшение размерности его пространства параметров. При этом производится параметризация соотношений между соседними отсчётами сигнала в локальной окрестности. Кроме того, сравниваются между собой несколько способов такой параметризации. Разработанный адаптивный интерполятор встраивается в дифференциальный метод компрессии. Вычислительные эксперименты на реальных многомерных сигналах подтверждают, что использование предложенного интерполятора позволяет повысить коэффициент компрессии.

1. Введение

Дифференциальная компрессия многомерных сигналов, которую также называют ДИКМ (дифференциальная импульсно-кодовая модуляция [1-4]) основана на интерполяции (предсказании) [5,6] отсчётов сигнала на основе уже обработанных отсчётов с последующим кодированием ошибок этой интерполяции (постинтерполяционных остатков). Реальные цифровые сигналы обычно характеризуются высокой корреляцией, поэтому переход к разностному представлению влечёт за собой существенную неравномерность распределения вероятностей постинтерполяционных остатков, что, в свою очередь, приводит к понижению энтропии [7-8] сжимаемых данных, и, соответственно, повышению коэффициента сжатия.

В данной статье предлагается новый адаптивный интерполятор многомерных сигналов в рамках метода компрессии ДИКМ [4,8-9], для которого предложено три различных способа параметризации соотношений уже обработанных отсчетов. Сложность оптимизация параметров предлагаемого интерполятора понижается за счет уменьшения размерности пространства его параметров. Произведено экспериментальное исследование описываемого адаптивного интерполятора на тестовом наборе многомерных сигналов спектрометра SpecTIR. Статья выстроена следующим образом: вначале приводится общий метод ДИКМ, после чего описывается предлагаемый интерполятор, а именно – общая схема построения адаптивных

интерполяторов, процедура уменьшения пространства его параметров и сама процедура интерполяции, далее приведены результаты экспериментального исследования.

2. Дифференциальная компрессия многомерных сигналов

При дифференциальной компрессии многомерного сигнала отсчёты просматриваются в порядке какой-либо развёртки, обобщающей построчную развёртку двумерного случая. Пусть $C(\vec{n})$ – многомерный сигнал, \vec{n} – вектор аргументов. При этом для каждого текущего отсчёта $C(\vec{n})$ выполняются следующие действия:

1. Интерполяция.

На основе уже обработанных (компрессированных и декомпрессированных) соседних отсчётов $\{C(\vec{n}_k)\}$ вычисляется интерполированное значение $P(\vec{n})$ текущего отсчёта:

$$P(\vec{n}) = \mathbf{P}\left(\left\{\hat{C}\left(\vec{n}_{k}\right)\right\}\right),\tag{1}$$

с помощью интерполирующей функции Р.

2. Формирование разностного сигнала *f* (разности исходного и интерполирующего значений):

$$f\left(\vec{n}\right) = \mathbf{C}\left(\vec{n}\right) - P\left(\vec{n}\right). \tag{2}$$

где $f(\vec{n})$ - разностный сигнал.

3. Квантование разностного сигнала:

$$f_q(\vec{n}) = Q(f(\vec{n})), \tag{3}$$

где $f_a(\vec{x})$ - квантованный разностный сигнал, Q - функция квантования.

В данной работе использовался квантователь с равномерной шкалой:

$$f_q(\vec{n}) = sign(f(\vec{n})) \left\lfloor \frac{|f(\vec{n})|}{2\varepsilon_{\max} + 1} \right\rfloor,\tag{4}$$

где ε_{\max} – заданная максимальная погрешность (параметр алгоритма компрессии), функция *sign* возвращает знак аргумента, [..] обозначает выделение целой части числа. Этот квантователь обеспечивает контроль максимальной погрешности между исходным $C(\vec{x})$ и восстановленным $\hat{C}(\vec{x})$ (декомпрессированным) сигналами:

$$\varepsilon_{\max} = \max_{\vec{n}} \left| C(\vec{n}) - \hat{C}(\vec{n}) \right| \,. \tag{5}$$

4. Восстановление значения текущего отсчёта:

$$\hat{C}(\vec{n}) = P(\vec{n}) + f_q(\vec{n})(2\varepsilon_{\max} + 1).$$
(6)

т.е. вычисление такого же восстановленного значения $\hat{C}(\vec{x})$, какое впоследствии будет получено при декомпрессии. На этапе компрессии это значение станет опорным при интерполяции (3) следующих отсчётов. Эта обратная связь нужна для обеспечения идентичности работы интерполяторов при компрессии и декомпрессии.

5. Кодирование (дожатие) квантованного разностного сигнала. В данной работе используется кодер Хаффмана [1-3].

3. Адаптивная интерполяция многомерных сигналов

3.1. Подход к построению адаптивного интерполятора

При разработке предлагаемого адаптивного интерполятора использовалась следующая общая структура алгоритма адаптивной интерполяции многомерных сигналов, обобщающая алгоритмы интерполяции двумерных сигналов, описанные в [6-9].

Рассмотрим произвольный текущий отсчёт $C(\vec{x})$, который необходимо интерполировать на основе ближайших отсчётов $\{C(\vec{n}_k)\}$. Пусть $\{\mathbf{P}_i(\{C(\vec{n}_k)\})\}$ – множество простых (быстрых) интерполирующих функций текущего отсчёта. Таким образом, для каждого отсчёта может быть вычислено несколько интерполирующих значений:

$$P_i(\vec{n}) = \mathbf{P}_i(\{C(\vec{n}_k)\}). \tag{7}$$

Выбор интерполирующего значения в каждой точке производится с помощью параметризованного решающего правила *R*:

$$P(\vec{n}) = P_i(\vec{n}), \quad i = R(\eta(\vec{n}), \eta^{\lim}), \tag{8}$$

принимающего на вход вектор локальных признаков $\eta(\vec{n})$, который вычисляется на основе ближайших отсчётов $\{C(\vec{n}_k)\}$. При этом решающее правило зависит также от параметра η^{\lim} , значение которого определяется на основе оптимизации некоторого критерия (например, погрешности интерполяции), вид которого определяется конкретной прикладной задачей.

Для уменьшения вычислительной сложности при дифференциальной компрессии обычно [1] используются интерполяторы, основанные на усреднении по ближайшим уже обработанным отсчётам:

$$P(\vec{n}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \hat{C}(\vec{n}_k), \qquad (9)$$

где $\hat{C}(\vec{n}_k)$ – опорные отсчёты, N – количество опорных отсчетов.

Такой интерполятор довольно точно работает на относительно гладких участках сигнала за счёт усреднения шумовых отсчётов, но имеет большую ошибку на контурах (протяжённых перепадах яркости). При интерполяции контурных отсчётов более точно работают интерполяторы, основанные на интерполяции «вдоль» контура. Примером такого интерполятора для двумерного случая является, например, интерполятор Грэхема [2,4].

Интерполированное значение при его использовании равно значению того из опорных отсчётов, в направлении которого идёт контур. Однако такой интерполятор, естественно, менее точен на ровных участках сигнала.

В данной работе предлагается адаптивный интерполятор, совмещающий достоинства обоих описанных подходов. Этот интерполятор автоматически переключается между усредняющей интерполяцией и интерполяцией «вдоль контура» в зависимости от наличия и выраженности контура в локальной окрестности каждой точки сигнала.

Конкретизируем вид интерполирующих функций (7) и решающего правила (8). Пусть N_c количество рассматриваемых направлений контура (обычно оно не меньше размерности сигнала). Пусть $\{\lambda_i(\vec{n}): 0 \le i < N_c\}$ - множество усреднённых модулей разностей $|\hat{C}(\vec{n}_i) - \hat{C}(\vec{n}_{\tau})|$ уже обработанных отсчётов $\hat{C}_k(\vec{x})$ в каждом из возможных направлений (это множество строится в каждой точке сигнала). Величины разностей $\lambda_i(\vec{n})$ задают наличие и выраженность контура в локальной окрестности текущего отсчёта сигнала, при помощи наименьшей из этих разностей можно определить направление контура, если таковой проходит через обрабатываемый отсчет. Для принятия решения о наличии и направлении контура используются несколько пороговых значений η_i^{lim} , с которыми сравниваются значения локальных признаков $\eta(\vec{n})$. Если в окрестности текущего отсчёта контура нет, то следует использовать «сглаживающую» интерполирующую функцию вида (9):

$$P(\vec{n}) = P^{(1)}(\vec{n}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \hat{C}(\vec{n}_k), \quad \text{if } i = \arg\min_{\lambda} \left\{ \lambda_i(\vec{n}) \right\} \& \eta(\vec{x}) \le \eta_i^{\lim}, i \in [0, N_c).$$
(10)

В противном случае в качестве интерполирующего значения используется опорный отсчёт, расположенный в направлении минимальной из разностей (производится интерполяция «вдоль контура»):

$$P(\vec{n}) = P^{(2)}(\vec{n}) = \hat{C}(\vec{n}_j), \quad \text{if } i = \arg\min_{\lambda} \left\{ \lambda_i(\vec{n}) \right\} \& \eta(\vec{n}) > \eta_i^{\lim}, i \in [0, N_c). \tag{11}$$

Таким образом, для поиска наилучших значений порогов η_i^{lim} необходимо решать оптимизационную задачу в N_c -мерном параметрическом пространстве.

Размерность N_c пространства параметров λ_i^{lim} определяется прикладной задачей. Для дифференциальной компрессии сложность такой задачи определяется не только размерностью обрабатываемого сигнала, но и количеством учитываемых направлений контуров, которые могут проходить через обрабатываемый отсчет. К примеру, для дифференциальной компрессии двухмерных сигналов, $N_c = 2$, если рассматривать горизонтальные и вертикальные контуры, $N_c = 4$, если рассматривать горизонтальные, вертикальные и диагональные контуры. Учитывая ограничения на вычислительную сложность при компрессии, даже при $N_c = 2$ поиск параметров η_i^{lim} может являться чрезмерно трудоёмкой задачей.

3.2. Уменьшение размерности пространства параметров интерполятора

В данной работе предлагается произвести снижение размерности пространства параметров η_i^{\lim} для уменьшения вычислительной сложности поиска этих параметров. Для этого предлагается использовать решающие правила, основанные на соотношениях между $\lambda_i(\vec{n})$, а не на их абсолютных значениях. Если в окрестности текущего отсчёта сигнала нет контура (или он слабо выражен), то все разности λ_i имеют близкие значения. Если же в этой окрестности есть хорошо выраженный контур, то искомая разность λ_j будет не только наименьшей, но и значительно отстоящей от остальных значений. Более наглядно это продемонстрировано на рисунке 1.

Рисунок 1. Распределение разностей при интеропляции обрабатываемого отсчета: (а) – через обрабатываемый отсчет проходит контур, (б) – через обрабатываемый отсчет контур не проходит.

Опираясь на это рассуждение, в данной статье предлагаются три признака контура:

$$\eta_{\mathrm{I}}\left(\vec{n}\right) = \lambda_{r}\left(\vec{n}\right) - \lambda_{j}\left(\vec{n}\right), \ j\left(\vec{n}\right) = \arg\min_{i} \left\{\lambda_{i}\left(\vec{n}\right)\right\}, \ r\left(\vec{n}\right) = \arg\min_{i: i \neq j} \left\{\lambda_{i}\left(\vec{n}\right)\right\},$$
(12)

$$\eta_{\mathrm{II}}\left(\vec{n}\right) = \frac{\lambda_{j}\left(\vec{n}\right)}{\bar{\lambda}\left(\vec{n}\right)}, \ \bar{\lambda}\left(\vec{n}\right) = \frac{1}{N_{C}} \sum_{k=0}^{N_{C}-1} \lambda_{k}\left(\vec{n}\right), \tag{13}$$

$$\eta_{\rm III}\left(\vec{n}\right) = \frac{\lambda_{_{1}}^{V}\left(\vec{n}\right) - \lambda_{_{0}}^{V}\left(\vec{n}\right)}{\frac{1}{N_{C} - 1} \sum_{i=0}^{N_{C} - 2} \lambda_{i+1}^{V}\left(\vec{n}\right) - \lambda_{i}^{V}\left(\vec{n}\right)},\tag{14}$$

где $\lambda_{i}^{V}(\vec{n})$ - элемент вариационного ряда разностей.

При интерполяции каждого отсчёта введенные признаки контура будут сравниваться с единственным порогом η^{lim} . Таким образом, за счёт уменьшения размерности пространства параметров удалось свести многопараметрическую задачу оптимизации к

однопараметрической, в которой единственным параметром является η^{lim}. Для вычисления этого параметра используется автоматическая оптимизационная процедура, аналогичная описанной в [10].

3.3. Алгоритм адаптивной интерполяции при дифференциальной компрессии

При проведении экспериментальных исследований рассматривался трехмерный сигнал $C(\vec{n}) = C(n, m, k)$, обрабатываемый «послойно» с использованием построчной развертки в каждом слое. Рассматривался набор из следующих пяти разностей, соответствующих пяти направлениям контуров:

$$\lambda_{1} = \lambda_{-} = \left(\left| \hat{C}(n, m-1, k) - \hat{C}(n-1, m-1, k) \right| + \left| \hat{C}(n-1, m-1, k) - \hat{C}(n-2, m-1, k) \right| + \left| \hat{C}(n-1, m+1, k) - \hat{C}(n-2, m+1, k) \right| \right) / 3$$
(20)

$$\lambda_{2} = \lambda_{+} = \left(\left| \hat{C}(n-1,m-1,k) - \hat{C}(n-1,m-2,k) \right| + \left| \hat{C}(n-1,m,k) - \hat{C}(n-1,m-1,k) \right| + \left| \hat{C}(n-1,m+1,k) - \hat{C}(n-1,m,k) \right| \right) / 3$$
(21)

$$\lambda_{3} = \lambda_{1} = \left(\left| \hat{C}(n,m-1,k) - \hat{C}(n-1,m,z) \right| + \left| \hat{C}(n-1,m,k) - \hat{C}(n-2,m-1,k) \right| + \left| \hat{C}(n-1,m-1,k) - \hat{C}(n-2,m,k) \right| \right) / 3, \quad (22)$$

$$\lambda_{4} = \lambda_{1} = \left(\left| \hat{C}(n,m-1,k) - \hat{C}(n-1,m-2,k) \right| + \left| \hat{C}(n-1,m,k) - \hat{C}(n-2,m-1,k) \right| + \left| \hat{C}(x+1,y-1,k) - \hat{C}(n,m-2,k) \right| \right) / 3, \quad (23)$$

$$\frac{1}{k_{5} - k_{1} - (|\hat{c}(n-1,m,k) - \hat{c}(n-1,m,k-1)| + |\hat{c}(n,m-1,k) - \hat{c}(n,m-1,k-1)| + |\hat{c}(n,m-1,k) - \hat{c}(n+1,m-1,k-1)| + |\hat{c}(n+1,m-1,k) - \hat{c}(n+1,m-1,k-1)|)/4$$

$$(24)$$

Более наглядно указанные разности представлены на рисунке 2.



Рисунок 2. Дискретные разности пяти направлений (толстые линии) при интерполяции отсчёта «О» на основе опорных отсчётов «×».

Нетрудно видеть, что $\lambda_{-}\lambda_{+}\lambda_{-}\lambda_{+}$ представляют собой усреднённые разности вертикального, горизонтального и диагональных направлений внутри текущего слоя C(n,m,k), т.е. при фиксированной координате x, а λ_{\bullet} это «межслойная» усреднённая разность, т.е. разность между отсчётами слоёв C(n,m,k) и C(n-1,m,k).

С учетом этой информации выражения признаки контура (12-14) принимают вид:

$$\eta_{\mathrm{I}}(n,m,k) = \lambda_r(n,m,k) - \lambda_j(n,m,k), \qquad (25)$$

$$j(n,m,k) = \arg\min_{i} \{\lambda_i(n,m,k)\}, \ r(n,m,k) = \arg\min_{i: i \neq j} \{\lambda_i(n,m,k)\}, i, j \in [1,5]$$

$$\eta_{\mathrm{II}}(n,m,k) = \frac{\lambda_j(n,m,k)}{\overline{\lambda}(n,m,k)}, \ \overline{\lambda}(n,m,k) = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 \lambda_k(n,m,k), \tag{26}$$

$$\eta_{\rm III}(n,m,k) = \frac{\lambda_{1}^{V}(n,m,k) - \lambda_{0}^{V}(n,m,k)}{\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\lambda_{i+1}^{V}(n,m,k) - \lambda_{i}^{V}(n,m,k)},$$
(27)

В данной работе было произведено сравнение адаптивного интерполятора при использовании признаков контура (25-27) с усредняющим интерполятором, который наиболее часто используется на практике, в данном случае выражение (9) примет вид:

$$P(n,m,k) = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{8} \hat{C}_k(n,m,k).$$
(28)

4. Экспериментальное исследование адаптивного интерполятора

В качестве тестовых многомерных сигналов использовался набор из шести сигналов гиперспектрометра SpecTIR размерами 160×200×356 с глубиной цвета 16 бит. Примеры некоторых каналов тестовых сигналов представлены на рисунке 3.



Рисунок 3. Некоторые контрастированные каналы синалов использованного тестового набора.

Экспериментальное исследование проводилось следующим образом - тестовый сигнал подвергался дифференциальной компрессии/декомпрессии при различных значениях максимально допустимой погрешности, после чего для декомпрессированного сигнала считалась среднеквадратическая ошибка (СКО). Результаты для каждого значения максимальной погрешности усреднялись по всему тестовому набору. Результаты проведенного исследования приведены на рисунке 4.



Рисунок 4. Зависимости среднеквадратической ошибки декомпрессированного сигнала от коэффициента сжатия при использовании предлагаемого адаптивного интерполятора с различными признаками контура, а также усредняющего интерполятора.

Как видно из приведенных зависимостей, использование предлагаемого адаптивного интерполятора позволяет значительно снизить СКО декомпрессированного сигнала. К примеру, для коэффициента компрессии равного 5 использование предлагаемого адаптивного интерполятора дает в 11 раз меньшую СКО, чем использование усредняющего интерполятора. Заметим, что наименьшую СКО дает применение признака контура, использующего разность между наименьшими разностями соседних отсчетов (см. выражение 25 и его общий вид 12).

5. Заключение

В данной статье была представлен новый адаптивный интерполятор для задач дифференциальной компрессии, использующий признак контура, для переключения между способами интерполяции в каждом обрабатываемом отсчете сигнала. При этом для уменьшения вычислительной сложности оптимизации была проведена процедура снижения признакового пространства предлагаемого интерполятора. Были представлены три способа вычисления признака наличия контура, проходящего через интерполируемый отсчет.

Были проведены экспериментальные исследования, в ходе которых предлагаемый интерполятор продемонстрировал превосходство над усредняющим интерполятором при всех предлагаемых признаках контура. Экспериментальное исследование проведено на тестовом наборе многомерных сигналов спектрометра SpecTIR, его результаты демонстрируют превосходство предлагаемого алгоритма интерполяции над усредняющим интерполятором. Также в ходе экспериментального исследования был выявлен признак контура, обеспечивающий наименьшую среднеквадратическую ошибку из всех предложенных признаков.

6. Литература

- [1] Soifer, V.A. Computer image processing, Part II: Methods and algorithms // Saarbrücken: VDM Verlag, 2009. 584 p.
- [2] Salomon, D. Data Compression. The Complete Reference / D. Salomon. Springer-Verlag, 2007. 1118 p.
- [3] Sayood, K. Introduction to Data Compression. / K. Sayood // The Morgan Kaufmann Series in Multimedia Information and Systems, 2012. 743 p.
- [4] Гашников, М.В. Параметризация нелинейного предсказателя Грехэма при компрессии цифровых изображений / М.В. Гашников // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40, № 2. С. 225-231. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2- 225-231.
- [5] Vaseghi, S.V. Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction / S.V. Vaseghi // John Wiley & Sons, 2000. – 473 p.
- [6] Сергеев, В.В. Теория цифровой обработки сигналов и изображений / В.В. Сергеев, М.А. Чичева. Самара: Изд-во Самар. гос. Аэрокосм. ун-та, 2013. 216 с.
- [7] Фурсов, В.А. Теория информации / В.А. Фурсов. Самара: Изд-во Самар. гос. Аэрокосм. ун-та, 2011. 128 с.
- [8] Woods, J. Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding / J. Woods. Academic Press, 2011. 211 p.
- [9] Donoho, D.L. Compressed sensing / D.L.Donoho // IEEE Trans. Inform. Theory. 2006. Vol. 52(4). P.1289-1306.
- [10] Максимов, А.И. Адаптивная интерполяция многомерных сигналов при дифференциальной компрессии / М.В. Гашников, А.И. Максимов // Компьютерная оптика. 2018. Т. 42, № 4. С. 679-687. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-679-68.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-01-00667, № 18-07-01312.

Parameter space dimension reduction of an adaptive interpolator during multidimensional signal differential compression

A.I. Maksimov¹, M.V. Gashnikov^{1,2}

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086 ²Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

Abstract. An adaptive multidimensional signal interpolator is developed for differential compression tasks. To increase the efficiency of interpolation, it is optimized in its parameters space by the minimum absolute interpolation error criterion. To reduce the complexity of interpolation optimization, the dimension of its parameter range is reduced. The correspondence between signal samples in a local neighborhood is parameterized. In addition, several methods for such parameterization are compared. The developed adaptive interpolator is embedded in the differential compression method. Computational experiments on real multidimensional signals confirm that the use of the proposed interpolator can increase the compression ratio.