

Туннельный отрыв электрона из потенциала изображения в слабом электрическом поле

А.А. Дробышев¹, П.А. Головинский^{1,2}, М.А. Преображенский¹, Е.А. Михин¹

¹Воронежский государственный технический университет, Московский проспект 14, Воронеж, Россия, 394026

²Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер. 9, Долгопрудный, Россия, 141701

Аннотация. Рассмотрен распад связанных состояний электрона в потенциале изображения под действием однородного электрического поля. Решение задачи проведено квазиклассическим методом на основе согласования точного решения уравнения Шредингера для одномерного кулоновского потенциала вблизи металла и асимптотического квазиклассического выражения для волновой функции в подбарьерной области, переходящего в область неограниченного движения. Получены выражения для вероятности туннельного отрыва в единицу времени. Методом усреднения по периоду получена вероятность отрыва электрона низкочастотным электрическим полем.

1. Введение

Потенциальная яма, образованная притягивающим потенциалом изображения и отталкивающим потенциальным барьером кристалла, создаёт водородоподобную серию электронных состояний, локализованных в основном в вакууме над поверхностью кристалла [1-3].

Наблюдается специфический класс состояний электрона в потенциале изображения. У поверхности металла электрон находится в поле своего изображения, взаимодействие с которым асимптотически описывается одномерным кулоновским оператором энергии притяжения электрона к поверхности металла $V = -1/(4z)$ [4] (используется атомная система единиц: $\hbar = e = m = 1$). Данная модель соответствует условному одномерному кулоновскому атому с зарядом $\alpha=1/4$, энергетические уровни в котором, подобно состояниям электрона в атоме водорода, описываются ридберговскими сериями $E_n = -0.85\text{эВ}/(n+a)^2$, где a – квантовый дефект, который слабо зависит от квантового числа n состояния.

Потенциал изображения благодаря его простоте является удобной моделью для изучения взаимодействия электрона с металлом. Точность его кулоновского приближения повышается с ростом квантового числа подобно поведению ридберговских состояний в сложном атоме. Совокупность электронов с одинаковыми энергиями связи образуют фундаментальный объект особой природы в виде двумерного электронного газа. Важная особенность состояний в потенциале изображений состоит в том, что энергия отрыва электрона, находящегося в нем, соответствует оптическому диапазону. Это облегчает экспериментальное изучение отклика такого электрона на различные когерентные и некогерентные воздействия [5, 6].

Настоящая работа посвящена рассмотрению туннельного эффекта для электрона, связанного в потенциале изображения, под действием однородного электрического поля. Предполагается, что внешнее поле является слабым по сравнению с характерным полем потенциала изображения. Это позволяет, следуя методу [7], описать состояние связанного электрона во внутренней области на основе точного решения кулоновской задачи, а в подбарьерной области и области свободного движения использовать квазиклассическое приближение. Распространяя полученное решение на случай низкочастотного внешнего поля, мы, усредняя вероятность отрыва по периоду, получим вероятность отрыва электрона переменным электромагнитным полем аналогично формуле АДК [8, 9]

2. Туннельный отрыв из потенциала изображения

Рассмотрим поведение электрона в поле потенциала изображения в однородном электрическом поле, направленном перпендикулярно границе металла. Стационарное уравнение Шредингера тогда принимает вид

$$\left(\frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2} - \frac{\alpha}{z} - Fz - \varepsilon \right) \psi(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

где $\alpha = 1/4$. Потенциальная энергия $-\alpha/z$ в уравнении (1) не зависит от переменных x и y , поэтому компоненты p_x и p_y импульса являются сохраняющимися величинами [10]. Соответствующие компоненты волновой функции совпадают с собственными функциями операторов \hat{p}_x , \hat{p}_y и при нормировке на δ -функцию описываются плоскими волнами $\exp(ip_x x)/\sqrt{2\pi}$ и $\exp(ip_y y)/\sqrt{2\pi}$. С учетом этого, волновая функция электрона может быть представлена в виде

$$\psi(x, y, z) = \exp(ip_x x + ip_y y) \varphi_n(z) / 2\pi. \quad (2)$$

Нормированные на единицу функции $\varphi_n(z)$ выражаются через вырожденную гипергеометрическую функцию $\Phi(a, b, u)$ [11] в виде

$$\varphi_n(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2\alpha}{n} \right)^{3/2} z e^{-\alpha/z} \Phi\left(1-n, 2, \frac{2\alpha z}{n}\right), \quad (3)$$

где $n = \alpha/\sqrt{-2\varepsilon_n}$.

Далее мы считаем, что внешнее электрическое поле слабое и его влиянием на волновую функцию связанного состояния электрона пренебрегаем.

Для нахождения ширины уровня нужно вычислить электронный ток

$$j = \frac{i}{2} \left[\varphi \frac{d\varphi^*}{dz} - \varphi^* \frac{d\varphi}{dz} \right]. \quad (4)$$

Квазиклассическое решение имеет вид [12]

$$\varphi = \begin{cases} \frac{C_1}{\sqrt{|p|}} \exp\left(-\int_{z_1}^z |p| dz\right), & z_1 < z < z_2, \\ \frac{C_2}{\sqrt{p}} \exp\left(i \int_{z_2}^z p dz + i \frac{\pi}{4}\right), & z > z_2. \end{cases} \quad (5)$$

Константы в решениях под барьером и после выхода электрона из-под барьера связаны соотношением

$$C_2 = C_1 \exp\left(-\int_{z_1}^{z_2} |p| dz\right). \quad (6)$$

Тогда, после сшивания решений, в подходе Бете для вероятности туннелирования получим

$$W_B = j_B = |C_2|^2 = \kappa^2 \frac{(2n)^{2n}}{(n!)^2} \exp\left(-2 \int_{z_1}^{z_2} |p| dz\right). \quad (7)$$

Согласование асимптотик можно выполнить и несколько иным способом, используя квазиклассическое представление решения по обе стороны от точки поворота z_2 в виде [7]

$$\varphi = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{|p|}} \exp\left(-\int_{z_2}^z |p| dz\right), & z < z_2, \\ \frac{C}{\sqrt{p}} \exp\left(i \int_{z_2}^z p dz + i \frac{\pi}{4}\right), & z > z_2. \end{cases} \quad (8)$$

Интеграл в (8) в подбарьерной области можно приближенно вычислить непосредственно, считая кулоновское поле поправкой.

В подходе Смирнова-Чибисова

$$W_{sc} = j = |C_2|^2 = \frac{(2\kappa)^{2n+2}}{(2n!)^2} \left(\frac{2\kappa^2}{F}\right)^{2n} e^{-\frac{2\kappa^3}{3F}}. \quad (9)$$

В случае переменного поля наблюдаемая скорость ионизации может быть получена усреднением вероятности по периоду осцилляций поля [8].

3. Заключение

В работе рассмотрен туннельный отрыв электрона из связанных состояний в потенциале изображения под действием однородного электрического поля. Решение задачи проведено квазиклассическим методом на основе подходов Бете и Смирнова-Чибисова. Получены выражения для вероятности туннельного отрыва в единицу времени, позволяющие провести оценку обоих методов. Усреднением вероятности по периоду осцилляций поля получены соотношения для вероятности отрыва электрона низкочастотным электрическим полем.

4. Литература

- [1] Echenique, P.M. The existence and detection of Rydberg states at surfaces / P.M. Echenique, J.B. Pendry // *J. Phys. C: Solid State Physics*. – 1978. – Vol. 11. – P. 2065-2075.
- [2] Echenique, P.M. Image potential states at surfaces / P.M. Echenique, M.E. Uranga // *Surface Science*. – 1991. – Vol. 247. – P. 125-132.
- [3] Echenique, P.M. Image-potential-induced states at metal surfaces / P.M. Echenique, J.M. Pitarke, E.V. Chulkov, V.M. Silkin // *Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena*. – 2002. – Vol. 126. – P. 163-175.
- [4] Lang, N.D. Theory of metal surfaces: induced surface charge and image potential / N.D. Lang, W. Kohn // *Phys. Rev. B*. – 1973. – Vol. 7. – P. 3541-3550.
- [5] Echenique, P.M. Decay of electronic excitations at metal surfaces / P.M. Echenique, R. Berndt, E.V. Chulkov, Th. Fauster, A. Goldmann, U. Höfer // *Surface Science Reports*. – 2004. – Vol. 52. – P. 219-317.
- [6] Güdde, J. Femtosecond time-resolved studies of image-potential states at surfaces and interfaces of rare-gas adlayers / J. Güdde, U. Höfer // *Progress in Surface Science*. – 2005. – Vol. 80. – P. 49-91.
- [7] Smirnov, B.M. The breaking up of atomic particles by electric field and by electron collision / B.M. Smirnov, M.I. Chibisov // *Sov. Phys. JETP*. – 1966. – Vol. 22. – P. 585-592.
- [8] Ammosov, M.V. Tunnel ionization of complex atoms and atomic ions in alternating electromagnetic field / M.V. Ammosov, N.B. Delone, V.P. Krainov // *Sov. Phys. JETP*. – 1986. – Vol. 64. – P. 1191-1194.
- [9] Kjeldsen, Th.K. Strong-field ionization of diatomic molecules and companion atoms: Strong-field approximation and tunneling theory including nuclear motion / Th.K. Kjeldsen, L.B. Madsen // *Phys. Rev. A*. – 2005. – Vol. 71. – P. 023411(1-10).

- [10] Gartland, P.O. Transitions conserving parallel momentum in photoemission from the (111) face of copper / P.O. Gartland, B.J. Slagsvold // Phys. Rev. B. – 1975. – Vol. 12. – P. 4047-4058.
- [11] Давыдов, А.С. Квантовая механика / А.С. Давыдов. – СПб: БВХ-Петербург, 2011. – 179 с.
- [12] Ландау, Л.Д. Квантовая механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Физматлит, 2004. – 800 с.

The electron tunneling from image potential in a weak electric field

A.A. Drobyshev¹, P.A. Golovinski^{1,2}, M.A. Preobrazhenskii¹, E.A. Mikhin¹

¹Voronezh State Technical University, Moskovsky av. 14, Voronezh, Russia, 394026

²Moscow Institute of Physics and Technology, Institutskiy 9, Dolgoprudny, Russia, 141701

Abstract. The decay of bound states of an electron in the image potential under the action of a uniform electric field is considered. The problem was solved by a semiclassical method based on the agreement of the exact solution of the Schrödinger equation for a one-dimensional Coulomb potential near the metal and an asymptotic semiclassical expression for the wave function in the subbarrier region. The expressions for the probability of a tunnel separation of an electron in a constant and low-frequency electric field are obtained.