

# Топологически заряженные локализованные на дефектах поля в мультигеликоидальных оптических волокнах с переменным направлением закрутки

Б.П. Лапин<sup>1</sup>, К.Н. Алексеев<sup>1</sup>, М.А. Яворский<sup>1</sup>, Е.В. Баршак<sup>1</sup>, Д.В. Викулин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, проспект Академика Вернадского 4, Симферополь, Россия, 295007

**Аннотация.** В данной работе изучены процессы локализации оптических вихрей в трёхчастных брэгговских мультигеликоидальных оптических волокнах, в которых соседние участки с противоположными направлениями закрутки разделены фазовыми дефектами скрутки. Показано, что данные волокна способны нести локализованные вблизи фазовых дефектов скрутки оптические вихри, интенсивность которых значительно превышает интенсивность входящего поля.

## 1. Введение

Периодическая модуляция показателя преломления среды способна привести к возникновению у неё новых свойств, связанных перераспределением в пространстве энергии электромагнитного излучения. Например, цвет микроструктурированных щетинок червей рода *Aphrodita* [1] зависит от угла наблюдения за ними. В целом в живом мире имеется множество упорядоченных микроструктур [2-6], которые обладают общей отличительной особенностью – наличием фотонной запрещённой зоны (ФЗЗ). Их поведение по отношению к свету, подобное поведению кристаллической решётки по отношению к электронам, послужило основанием назвать такие структуры фотонными кристаллами (ФК) [7].

ФК из-за своих свойств могут быть использованы при создании многих оптических приборов, таких как суперпризмы [8,9], широкоугольные разветвители [10], датчики физических величин [11-13]. Необходимо отметить, что характер периодической модуляции показателя преломления среды влияет на её ФК свойства. Например, в холестерических жидких кристаллах наблюдается избирательность пропускания электромагнитного излучения не только по отношению к его длине волны, но и состоянию поляризации [14,15].

В более сложных ФК средах, например, брэгговских оптических мультигеликоидальных волокнах (МГВ) (рисунок 1), избирательность проявляется по отношению к пространственному распределению входящего поля. Входящий оптический вихрь (ОВ) [16] может отражаться, если его топологический заряд (ТЗ) не совпадает с ТЗ, «впечатанным» в МГВ. Наличие дефектов внутри ФК может усложнять их характер взаимодействия с электромагнитным излучением. Например, появление единичного дефекта внутри ФК может приводить к появлению узкой разрешённой зоны внутри ФЗЗ [17-19]. Было показано, что брэгговские МГВ с фазовым дефектом скрутки могут в узком спектральном диапазоне, находящемся в пределах ФЗЗ, пропускать падающий на него ОВ, который отражался бы от входного конца идеального брэгговского МГВ [20-22]. Возникновение узкой разрешённой зоны связывают с появлением

локализованных вблизи дефекта скрутки ОВ, ТЗ которых по модулю совпадал с ТЗ, «впечатанным» в МГВ.

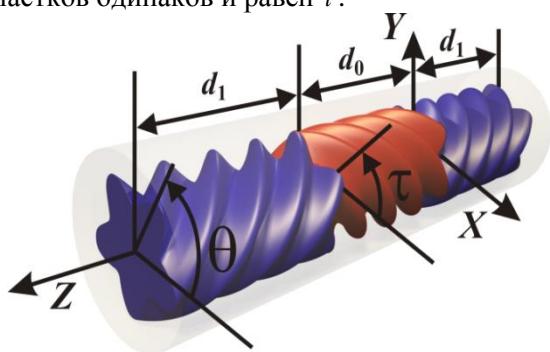
В упомянутых выше работах были исследованы брэгговские МГВ, в которых все части волокна имели одинаковое направление закрутки, поэтому в данной работе мы продолжаем исследования брэгговских МГВ и изучаем МГВ, содержащие участки с противоположными направлениями закрутки, которые разделены фазовыми дефектами скрутки. Будет показано, что в таких гетерогенных системах также возможна локализация ОВ вблизи фазовых дефектов скрутки.

## 2. Модель гетерогенного мультигеликоидального волокна

Рассмотрим одну из самых простых моделей гетерогенных МГВ (рисунок 1), чей показатель преломления в цилиндрических координатах  $(r, \varphi, z)$  описывается как

$$n^2(r, \varphi) \approx \begin{cases} n_{co}^2(1 - 2\Delta f(r)) - 2n_{co}^2\Delta\delta r f_r' \cos l(\varphi - qz), & -d_1 \leq z \leq 0 \\ n_{co}^2(1 - 2\Delta f(r)) - 2n_{co}^2\Delta\delta r f_r' \cos l(\varphi + qz - \tau), & 0 < z < d_0 \\ n_{co}^2(1 - 2\Delta f(r)) - 2n_{co}^2\Delta\delta r f_r' \cos l(\varphi - qz - \theta), & d_0 < z \leq d_0 + d_1 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $n_{co}$  - показатель преломления сердцевины волокна,  $\Delta$  - высота профиля функции распределения  $f$  показателя преломления. В дальнейшем будем полагать, что функция распределения  $f$  представляет собой функцию Хэвисайда  $\Theta(r/r_0 - 1)$ , где  $r_0$  - средний радиус сердцевины волокна. Отклонение формы поперечного сечения сердцевины волокна от круга с радиусом  $r_0$  описывается безразмерным параметром  $\delta$ . Скрутка волокна характеризуется параметром  $q = 2\pi/H$ , где  $H$  - шаг скрутки волокна. Участки волокна с одинаковым направлением закрутки имеют длину  $d_1$  и разделены участком с противоположным направлением закрутки и длиной  $d_0$ . Кроме того, порядок вращательной симметрии для всех участков одинаков и равен  $l$ .



**Рисунок 1.** Модель гетерогенного мультигеликоидального волокна; при переходе через фазовые дефекты скрутки направление закрутки волокна меняется на противоположное.  $(X, Y, Z)$  - лабораторная система координат,  $d_i$  - длина отмеченной части волокна. Вторая (красная, в центре) и третья (синяя, слева) части повернуты на угол  $\tau$  и  $\theta$ , соответственно, относительно первой части (синяя, справа).

Уравнение на поперечную компоненту напряжённости электрического поля внутри идеального МГВ в скалярном приближении имеет вид

$$(\nabla^2 + k^2 \tilde{n}^2) \mathbf{E}_t = 0, \quad (2)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  и  $\lambda$  - длина волны,  $\nabla^2$  - оператор Лапласа и  $\tilde{n}^2 = n^2$  при  $z < 0$ . Очевидно, что данное уравнение не обладает трансляционной инвариантностью относительно  $z$ , которая может быть восстановлена после соответствующей замены переменных [20-22]. Решения уравнения (2), в котором проведена данная замена, вблизи  $q$ , отвечающем сильной связи вперёд и назад бегущих полей с разными азимутальными числами, позволяют решить задачу о прохождении электромагнитного излучения сквозь волокно, изображённое на рисунке 1. Для этого нужно выписать выражения для мод в каждой части волокна, учитывая угол её поворота относительно первой части волокна (рисунок 1, синяя, справа), а затем сшить выражения для полей и их производных на границах  $z=0$  и  $z=\pm d_1$ . В результате получается система уравнений

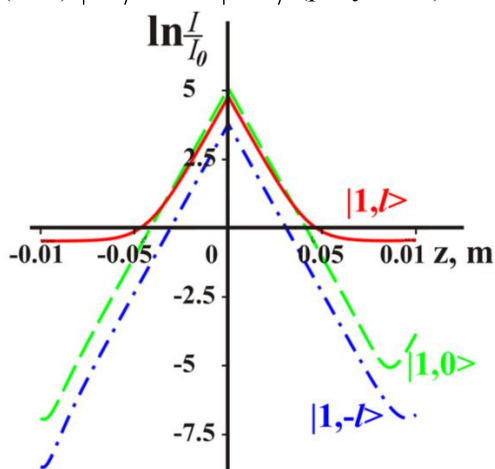
на неизвестные коэффициенты разложения, знание которых позволяет восстановить выражения для полей как вне волокна, так и внутри него.

### 3. Локализованные топологические состояния

Пусть волокно, изображённое на рисунке 1, возбуждается ОВ  $|1, l\rangle$ , где кет-вектор в базисе линейных поляризаций имеет вид

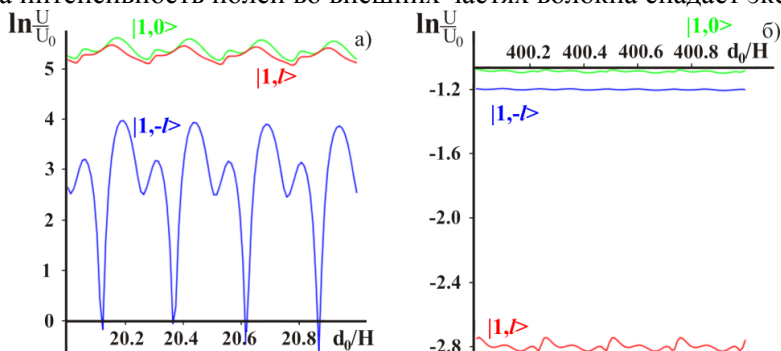
$$|1, m\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp(im\varphi) F_m(r). \tag{3}$$

Здесь  $F_m(r)$  - радиальная функция, которая удовлетворяет стандартному уравнению [23]. Тогда внутри данного волокна близи дефектов будут возбуждаться фундаментальная мода (ФМ)  $|1, 0\rangle$  и ОВ  $|1, \pm l\rangle$  (рисунок 2).



**Рисунок 2.** Логарифм относительной интенсивности  $I / I_0$  полей внутри МГВ в зависимости от продольной координаты  $z$ ; приведённая толщина зазора  $d_0 / H = 20.22$ ,  $\tau = 0$ . Входящее поле - ОВ  $|1, l\rangle$ , тип поля указан рядом с кривой: зелёная длинно-пунктирная кривая соответствует ФМ  $|1, 0\rangle$ , красная сплошная кривая - ОВ  $|1, l\rangle$ , и синяя точечно-пунктирная кривая - ОВ  $|1, -l\rangle$ . Здесь  $I_0$  - интенсивность входящего поля. Параметры волокна  $q = 7.436 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ ,  $n_{co} = 1.5$ ,  $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\delta = 0.05$ ,  $H = 8.45 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ,  $r_0 = 10\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632.8 \text{ нм}$ ,  $2d_1 + d_0 \approx 2 \text{ см}$ ,  $\theta = \pi / l$ ,  $l = 4$ .

Видно, что при  $z > d_0$  интенсивность полей внутри волокна значительно превышает интенсивность полей при входе в волокно. Также видно, что при удалении от дефектов скрутки к концам волокна интенсивность полей во внешних частях волокна спадает экспоненциально.



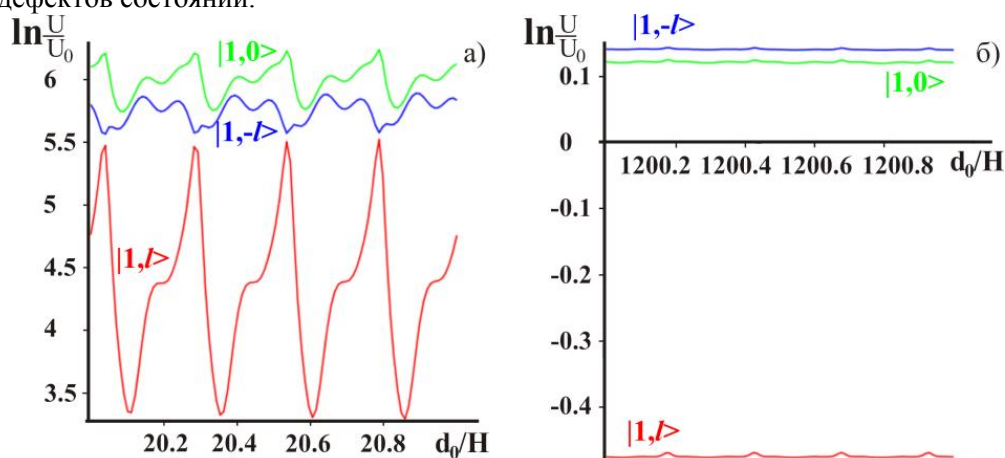
**Рисунок 3.** Логарифм средней относительной линейной плотности энергии  $U / U_0$  полей внутри МГВ в зависимости от приведённой толщины зазора  $d_0 / H$ ; а)  $d_0 / H \in [20, 21]$ ; б)  $d_0 / H \in [400, 401]$ . Входящее поле - ФМ  $|1, 0\rangle$ , тип поля указан рядом с кривой: зелёная кривая соответствует ФМ  $|1, 0\rangle$ , красная кривая - ОВ  $|1, l\rangle$ , и синяя кривая - ОВ  $|1, -l\rangle$ . Параметры волокна указаны в подписи к рисунку 2.  $U_0$  - средней линейная плотность энергии входящего поля.

Локализованные состояния более полно могут быть описаны интегральной характеристикой, а именно величиной средней запасённой в них энергии, приходящейся на единицу длины волокна. Рассмотрим поведение данной величины при возбуждении входного волокна ФМ

$|1,0\rangle$  и ОВ  $|1,l\rangle$ . Пусть на волокно сначала падает ФМ  $|1,0\rangle$ . Тогда внутри волокна будут возникать локализованные состояния трёх видов, средняя относительная линейная плотность энергии которых быстро стремится к нулю при росте толщины зазора между внешними частями МГВ (рисунок 3).

Аналогичный эффект возникает и при возбуждении волокна ОВ  $|1,l\rangle$  (рисунок 4). Подобное поведение данной величины позволяет сделать вывод, что разделение дефектного волокна участком, чьё направление закрутки не совпадает с направлениями закрутки соседних участков волокна и длиной порядка  $1000H$ , приводит к исчезновению локализованных состояний.

Подобное поведение МГВ, в составе которого находятся противоположно закрученные участки, согласуется с поведением МГВ, в которых части волокна разделены изотропным наполнителем. Рост толщины наполнителя также приводит к разрушению локализованных вблизи дефектов состояний.



**Рисунок 4.** Логарифм средней относительной линейной плотности энергии  $U/U_0$  полей внутри МГВ в зависимости от приведённой толщины зазора  $d_0/H$ ; а)  $d_0/H \in [20, 21]$ ; б)  $d_0/H \in [1200, 1201]$ . Входящее поле - ОВ  $|1,l\rangle$ , тип поля указан рядом с кривой: зелёная кривая соответствует ФМ  $|1,0\rangle$ , красная кривая – ОВ  $|1,l\rangle$ , и синяя кривая - ОВ  $|1,-l\rangle$ . Параметры волокна такие же, как и для рисунка 2.

#### 4. Заключение

В данной работе было показано, что дефектные брэгговские трёхчастные мультигеликоидальные волокна могут нести топологически заряженные поля, локализованные вблизи фазовых дефектов скрутки, которые разделяют участки волокна с противоположными направлениями закрутки. Также продемонстрировано, что топологический заряд данных локализованных полей по модулю совпадает с порядком вращательной симметрии волокна. Увеличение длины участка волокна, который находится между двумя фазовыми дефектами скрутки, приводит к ослаблению локализации и в конечном итоге её исчезновению.

#### 5. Литература

- [1] McPhedran, R.C. The Sea Mouse and the photonic crystal / R.C. McPhedran, N.A. Nicorovici, D.R. McKenzie, L.C. Botten, A.R. Parker, G.W. Rouse // Australian Journal of Chemistry. – 2001. – Vol. 54. – P. 241-244. DOI: 10.1071/CH01054.
- [2] Parker, A.R. 515 million years of structural colour / A.R. Parker // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2000. – Vol. 2. – P. R15-R28. DOI: 10.1088/1464-4258/2/6/201.
- [3] Lu, T. Bio-inspired fabrication of stimuli-responsive photonic crystals with hierarchical structures and their applications / T. Lu, W. Peng, S. Zhu, D. Zhang // Nanotechnology. – 2016. – Vol. 27. – P. 122001. DOI: 10.1088/0957-4484/27/12/122001.

- [4] Kinoshita, S. Structural colors in nature: The role of regularity and irregularity in the structure / S. Kinoshita, S. Yoshioka // *ChemPhysChem*. – 2005. – Vol. 6. – P. 1442-1459. DOI: 10.1002/cphc.200500007.
- [5] Sun, J. Structural coloration in nature / J. Sun, B. Bhushan, J. Tong // *RSC Advances*. – 2013. – Vol. 3. – P. 14862-14889. DOI: 10.1039/c3ra41096j
- [6] Vukusic, P. Natural photonics / P. Vukusic // *Physics World*. – 2004. – Vol. 17. – P. 35. DOI: 10.1088/2058-7058/17/2/34.
- [7] Yablonovitch, E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics / E. Yablonovitch // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – Vol. 58. – P. 2059. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.2059
- [8] Amet, J. The superprism effect in lithium niobate photonic crystals for ultra-fast, ultra-compact electro-optical switching / J. Amet, F. Baida, G. Burr, M. Bernal // *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*. – 2008. – Vol. 6. – P. 47-59. DOI: 10.1016/j.photonics.2007.09.002.
- [9] Kosaka, H. Superprism phenomena in photonic crystals / H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, S. Kawakami // *Physical review B*. – 1998. – Vol. 58. – P. R10096. DOI: 10.1103/PhysRevB.58.R10096.
- [10] Lin, S.Y. Low-loss, wide-angle Y splitter at  $\sim 1.6$ -mm wavelengths built with a two-dimensional photonic crystal / S.Y. Lin, E. Chow, J. Bur, S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos // *Opt. Lett.* – 2002. – Vol. 16. – P. 1400-1402. DOI: 10.1364/OL.27.001400.
- [11] Mikhailova, T.V. Optimization of one-dimensional photonic crystals with double layer magneto-active defect / T.V. Mikhailova, V.N. Berzhansky, A.N. Shaposhnikov, A.V. Karavainikov, A.R. Prokopov, Y.M. Kharchenko, I.M. Lukienko, O.V. Miloslavskaya, M.F. Kharchenko // *Optical Materials*. – 2018. – Vol. 78. – P. 521-530. DOI: 10.1016/j.optmat.2018.03.011.
- [12] Berzhansky, V.N. Nano- and micro-scale Bi-substituted iron garnet films for photonics and magneto-optic eddy current defectoscopy / V.N. Berzhansky, A.V. Karavainikov, T.V. Mikhailova, A.R. Prokopov, A.N. Shaposhnikov, A.G. Shumilov, N.V. Lugovskoy, E.Y. Semuk, M.F. Kharchenko, I.M. Lukienko, Y.M. Kharchenko, V.I. Belotelov // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2017. – Vol. 440. – P. 175-175. DOI: 10.1016/j.jmmm.2016.12.123.
- [13] Mikhailova, T. Tamm plasmon-polaritons structures with Bi-substituted garnet layers / T. Mikhailova, A. Shaposhnikov, A. Prokopov, A. Karavainikov, S. Tomilin, S. Lyashko, V. Berzhansky // *EPJ Web of Conferences*. – 2018. – Vol. 185. – P. 02016. DOI: 10.1051/epjconf/201818502016.
- [14] Pyatnov, M.V. Tunable hybrid optical modes in a bounded cholesteric liquid crystal with a twist defect / M.V. Pyatnov, S.Y. Vetrov, I.V. Timofeev // *Physical Review E*. – 2018. – Vol. 97. – P. 032703. DOI: 10.1103/PhysRevE.97.032703.
- [15] Pyatnov, M.V. Localized optical modes in a defect-containing liquid-crystal structure adjacent to the metal / M.V. Pyatnov, S.Y. Vetrov, I.V. Timofeev // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2017. – Vol. 34. – P. 2011-2017. DOI: 10.1364/JOSAB.34.002011.
- [16] Nye, J.F. Dislocations in Wave Trains / J.F. Nye, M.V. Berry // *Proc. R. Soc. Lond. A*. – 1974. – Vol. 336. – P. 165. DOI: 10.1098/rspa.1974.0012.
- [17] Alexeyev, C.N. Localized topological states in Bragg multihelicoidal fibers with twist defects / C.N. Alexeyev, B.P. Lapin, G. Milione, M.A. Yavorsky // *Phys. Rev. A*. – 2016. – Vol. 93. – P. 063829. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.063829.
- [18] Alexeyev, C.N. Localized topological states in Bragg multihelicoidal fibers with combined pitch-jump and twist defects / C.N. Alexeyev, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky // *Journal of Optics*. – 2017. – Vol. 19. – P. 045604. DOI: 10.1088/2040-8986/aa60d9.
- [19] Alexeyev, C.N. Effect of a spacer on localization of topological states in a Bragg multihelicoidal fiber with a twist defect / C.N. Alexeyev, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky // *Journal of Optics*. – 2018. – Vol. 20. – P. 025603. DOI: 10.1088/2040-8986/aa9e0d.

- [20] Alexeyev, C.N. Generation of optical vortices in multihelical optical fibers / C.N. Alexeyev, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky // *Optics and Spectroscopy*. – 2013. – Vol. 114. – P. 849-854. DOI: 10.1134/S0030400X13040048.
- [21] Alexeyev, C.N. Topological activity in Bragg elliptical twisted fibers / C.N. Alexeyev, T.A. Fadeyeva, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky // *Appl Opt*. – 2012. – Vol. 51. – P. 7-12. DOI: 10.1364/AO.51.0000C7.
- [22] Alexeyev, C.N. Topological activity of layered chiral optical Bragg waveguides / C.N. Alexeyev, A.N. Alexeyev, T.A. Fadeyeva, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky // *Journal of Optics*. – 2011. – Vol. 13. – P. 095701. DOI: 10.1088/2040-8978/13/9/095701.
- [23] Snyder, A.W. *Optical Waveguide Theory* / A.W. Snyder, J.D. Love. – London, New York: Chapman and Hall, 1983. – P. 738. DOI: 10.1007/978-1-4613-2813-1.

### Благодарности

Данная работа выполнена при частичной поддержке, оказанной в рамках Программы развития Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского на 2015-2024 годы.

## Topologically charged fields localized on defects in multihelicoidal optical fibers with an alternating twist direction

B.P. Lapin<sup>1</sup>, C.N. Alexeyev<sup>1</sup>, M.A. Yavorsky<sup>1</sup>, E.V. Barshak<sup>1</sup>, D.V. Vikulin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Pr. Vernadsky 4, Simferopol, Russia, 295007

**Abstract.** In this paper we have studied the localization of optical vortices in three-part Bragg multihelicoidal optical fibers, in which the adjacent parts of the fiber with opposite directions of twist are separated by phase twist defects. It is shown that these fibers can carry localized near phase defects optical vortices, whose intensity greatly exceeds the intensity of the incoming field.