# Теоретико-вероятностная модель для оценки сборочных параметров изделий

Н.В. Рузанов<sup>а</sup>, М.А. Болотов<sup>а</sup>, В.А. Печенин<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

#### Аннотапия

В предлагаемой работе представлена модель для оценки сборочных параметров изделий на примере процесса сборки конусных колец. Проведено моделирование процесса сопряжения деталей по поверхностям, обладающим отклонением формы. В результате моделирования методом Монте-Карло были получены статистические характеристики параметров собранных узлов в зависимости от различных начальных положений собираемых деталей. Предлагаемая модель может быть использована для оценки достигаемой точности собираемых изделий авиационной промышленности.

Ключевые слова: сборочные параметры; сопряжение деталей; метод Монте-Карло; вероятностная оценка; плотность вероятности

#### 1. Введение

Результат сборки изделий зависит от действительной формы используемых деталей, их начального расположения и процесса сборки. Вследствие воздействия различных производственных факторов однотипные детали имеют неодинаковую действительную форму. Кроме этого даже для одной партии изделий затруднительно обеспечить абсолютно точное соответствие условий сборки при изготовлении различных единиц изделия. Вследствие этого сборочные параметры различных изделий будут иметь отличия между собой.

Выполнение оценки указанных параметров позволит определить достигаемую точность изготовления изделия, что в свою очередь позволит решить ряд задач:

- 1. Определение процента продукции, удовлетворяющей технологическим требованиям [1].
- 2. Определение рациональных допусков на параметры изделия [2].
- 3. Выявление критических факторов, влияющих на качество сборки изделия (отклонение сборки, предварительное позиционирование деталей или выбор инструментов для сборки деталей) [3,4]

Оценка сборочных параметров изделий может быть получена при помощи различных подходов. Один из них опирается на сбор и анализ результатов этапа контроля произведенной продукции. Другой подход основан на проведении численного моделирования процесса сборки изделия и последующем анализе полученных результатов. Использование производственной статистики требует затрат большого количества людских и материальных ресурсов, и поэтому его сложно реализовать на практике. Сложность реализации первого подхода является причиной широкого распространения решения указанной задачи при помощи методов математического моделирования.

В данной работе представлена модель оценки сборочных параметров изделий, опирающаяся на имитацию процесса сборки численными методами. Также в работе приведен пример использования предложенной модели для оценки параметров сборки конусных колец, являющихся широко распространенной продукции авиационной промышленности.

# 2. Описание модели

Характеристики изделия зависят не только от входящих в него деталей, но и от процедуры их сборки. В настоящее время вопросы качества изготовления деталей изучены достаточно глубоко, поэтому для дальнейшего повышения качественных характеристик изделия все большую популярность получают исследования, направленные на изучение процедуры сборки изделия. Сложность практической реализации сборки множества изделий приводит к тому, что значительная часть данных исследований опирается на использование методов численного моделирования процесса сборки.

Одной из особенностей сборки деталей авиационной промышленности является деформация деталей, входящих в изделие. Для определения состояния деталей собранного изделия используется приложение Ansys, позволяющее проводить расчеты на прочность деталей и сборок, задач газо- и гидродинамики [5]. Использование подобных подходов сопряжено с высокими вычислительными затратами, поэтому для упрощения решения задачи сборки многие исследователи рассматривают сопрягаемые детали как абсолютно твердые тела.

Авторы [6] рассматривают сопряжение двух деталей по плоским поверхностям, имеющим отклонение формы. Исследователи предложили математическую модель имитирующую сборку по плоским поверхностям, результатом использования данной модели является вычисление параметра зазора между поверхностями в собранном изделии.

В работе [7] также решается задача сопряжения деталей по плоским поверхностям. Авторы данной работы предложили модель описания отклонения формы указанных поверхностей и рассматривали результат сопряжения деталей при различных отклонениях формы плоских поверхностей.

Большая часть работ посвящена моделированию процесса сборки без постановки формальной задачи. В работе [8] авторы формализуют задачу сборки изделия и предлагают использовать такие понятия как начальные условия сборки, функция оценки качества сборки и функцию последовательности сборки.

В предлагаемой работе рассматривается оценка сборочных параметров изделия, получаемая в результате использования различных моделей процесса сборки.

Взаимное расположение деталей является основополагающим сборочным параметром изделия, так как на его основе можно вычислить другие геометрические характеристики готового изделия (например, биение, неплоскостность, неравномерность зазора и т.п.). Для описания взаимного расположения деталей хорошо подходят методы задания расположения систем координат, привязанных к данным деталям.

Рассмотрим изделие, собираемое из двух деталей  $K_1$  и  $K_2$ . Систему координат изделия R совместим с конструкторской системой координат  $R_1$  детали  $K_1$ . При таком преобразовании деталь  $K_1$  будет неподвижна относительно системы координат R, сборка будет осуществляться при помощи перемещения детали  $K_2$ . Собранное состояние изделия можно охарактеризовать положением конструкторской системы координат  $R_2$ . Погрешности процесса сборки приведут к возникновению множества собранных состояний  $\Omega$ .

$$\Omega = \left\{ \omega : \omega = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right\}, \tag{1}$$

где dx, dy, dz - смещение точки начала координат системы  $R_2$  относительно точки начала системы  $R_1$ ;

 $\alpha, \beta, \gamma$  - углы разворота базисных векторов системы  $R_2$  относительно векторов  $R_1$ .

Элементы данного множества описывают взаимное расположение деталей в собранном изделии. Для решения задачи оценки сборочных параметров изделий необходимо найти параметры указанного множества. Использование метода Монте-Карло позволяет определить приближенное значение интересующих параметров. В соответствии с данным методом на первом шаге проводится многократное численное моделирование процесса сборки изделия и сохранение результатов моделирования. На втором шаге выполняется анализ полученных результатов моделирования и происходит вычисление необходимых параметров.

В качестве оценки множества собранных состояний деталей будем использовать следующие величины: среднее значение, среднеквадратическое отклонение и плотность вероятности.

Для вычисления среднего значения воспользуемся формулой (2):

$$\overline{\omega} = \begin{pmatrix} \overline{dx} \\ \overline{dy} \\ \overline{dz} \\ \overline{\alpha} \\ \overline{\beta} \\ \overline{\gamma} \end{pmatrix}, \overline{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i, \tag{2}$$

Среднеквадратичное отклонение вычисляется по формуле (3):

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{dx} \\ \sigma_{dy} \\ \sigma_{dz} \\ \sigma_{\beta} \\ \sigma_{\gamma} \end{pmatrix}, \sigma_{a} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{i} - \overline{a} \right)}$$
(3)

Получение аналитического выражения для функции плотности вероятности является сложной задачей, поэтому для оценки состояния можно использовать численные методы, позволяющие получить приближенные значения данной функции с требуемой точностью, основанные на построении гистограмм распределения и их возможной аппроксимации.

Метод построения гистограмм распределения позволяет получать эмпирические оценки плотности распределения рассматриваемой случайной величины [9]. Алгоритм построения гистограммы плотности распределения представлен на рис. 1.

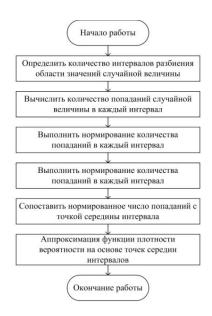


Рис. 1. Алгоритм численного определения плотности вероятности.

Для построения гистограммы наблюдаемый диапазон изменения случайной величины разбивается на несколько интервалов и подсчитывается количество попаданий случайной величины в данные интервалы. Для определения количества интервалов разбиения используется правило Стёрджеса (4):

$$n = 1 + \left[\log_2 N\right],\tag{4}$$

На следующем этапе проводится нормировка полученных значений, для выполнения условия (5)

$$\int_{\Omega} f(\omega) d\omega = 1,$$
(5)

На заключительном этапе проводится аппроксимация функции плотности вероятности на основе точек середины интервалов и значений, вычисленных на предыдущем шаге.

Среднее и среднеквадратичное значения, приближенное значение функции плотности вероятности описывают множество собранных состояний и могут использоваться для решения последующих задач.

### 3. Результаты моделирования

Для апробации предложенной методики была проведена оценка параметров сборки деталей, имеющих конусные поверхности. Сопряжение подобных поверхностей находит широкое применение в авиационной промышленности и от качества сборки указанных деталей зависят характеристики всего изделия.

Математическую модель конусной поверхности детали можно представить в параметрическом виде (б):

$$\begin{cases} \Delta F = \Delta F(u, v) \\ x(u, v) = \left(\frac{R_2 - R_1}{H} * \left(\frac{R_1 * H}{R_2 - R_1} + H - u\right) + \Delta F(u, v)\right) * \cos(v) \\ y(u, v) = \left(\frac{R_2 - R_1}{H} * \left(\frac{R_1 * H}{R_2 - R_1} + H - u\right) + \Delta F(u, v)\right) * \sin(v) \\ z(u, v) = u \end{cases}$$
(6)

где  $\Delta F$  - функция отклонения формы действительной детали от её номинального значения;

 $R_1, R_2, H$  - радиусы конусной поверхности и её высота;

u, v - параметры поверхности;

x(u,v), y(u,v), z(u,v) - координаты точки поверхности

Модель детали, имеющей конусную поверхность, изображена на рис. 2.

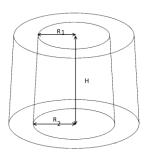


Рис. 2. Модель детали, имеющей конусную поверхность.

На рис. З показана модель механической системы, состоящей из двух деталей, имеющих конусные поверхности.

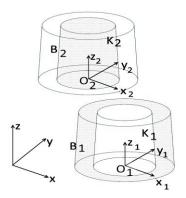


Рис. 3. Модель механической системы для сборки двух конусных колец.

Для деталей  $K_1$  и  $K_2$  заданы локальные конструкторские системы координат  $R_1$  и  $R_2$  . Сопряжение деталей происходит по поверхностям  $B_1$  и  $B_2$  . Каждая из поверхностей задается в локальных координатах детали и описывается формулой (6).

В качестве процедуры сборки рассмотрим поступательное перемещение второй детали. Данная процедура имитирует процесс сборки конусных колец по технологии запресовки. Деталь  $K_2$  опускается на деталь  $K_1$  до соприкосновения деталей. Для упрощения считаем, что детали абсолютно жесткие, вследствие чего можно не учитывать их деформацию.

В ходе работы было проведено 1000 экспериментов по моделированию сопряжения конусных поверхностей и собран объем данных, необходимый для выполнения исследуемой оценки. На рис. 4 отражены собранные состояния механической системы.

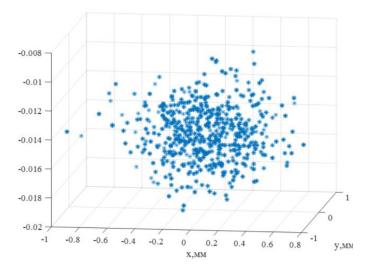


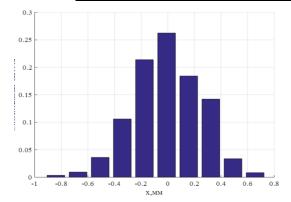
Рис. 4. Собранные состояния механической системы для различных начальных условиях моделирования.

Статистические характеристики полученного множества указаны в таблице 1.

На рис. 5, 6 и 7 показаны гистограммы распределения собранных состояний вдоль соответствующих координат.

**Таблица 1.** Параметры множества собранных состояний  $\Omega$ 

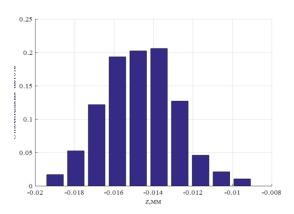
Параметр	X	у	Z
Среднее значение	-0.0066	-0.0087	-0.0147
Среднеквадратичное значение	0.2576	0.2557	0.0018



0.25 0.25 0.20 0.10 0.05 

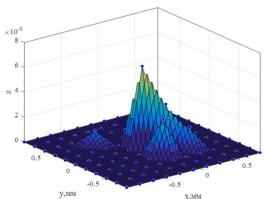
**Рис. 5.** Плотность распределения координаты х собранного состояния системы.

**Рис. 6.** Плотность распределения координаты у собранного состояния системы.

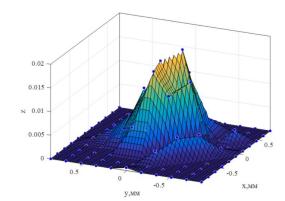


**Рис. 7.** Плотность распределения координаты z собранного состояния системы.

По результатам моделирования, отображенным на рис. 4, была построена гистограмма плотности распределения собранных состояний системы. Полученная диаграмма является приближенным значением функции плотности распределения собранного состояния механической системы. На рисунках 8,9,10 показано приближенное значение сечения данной функции для различных высот z.



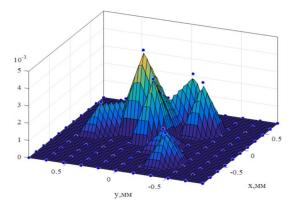
ги на



**Рис. 8.** Сечение приближенного значения плотности вероятности на высоте z=-0.0189.

**Рис. 9.** Сечение приближенного значения плотности вероятности на высоте z=-0.0154.

Полученные значения характеризуют множество собранных состояний изделия и могут использоваться для решения последующих задач.



**Рис. 10.** Сечение приближенного значения плотности вероятности на высоте z= -0.0108.

#### 4. Заключение

Оценка сборочных параметров изделий позволяет решить ряд важных производственных задач, связанных с эффективностью технологического процесса изготовления деталей авиационной промышленности и качеством их изготовления. Выполнение данной оценки сложно реализовать без обработки результатов сборки изделий. Одним из способов, позволяющих получить геометрические параметры собранного изделия, является численное моделирование процесса его сборки. Итоги многократного моделирования могут быть использованы для оценки некоторых сборочных параметров.

В данной работе была предложена модель оценки взаимного расположения входящих в изделие деталей – один из основных сборочных параметров, при помощи которого можно получить много других геометрических параметров, например биение, неплоскостность, неравномерность зазора и т.п. Предложенная оценка основана на вычислении параметров множества собранных изделий – среднее и среднеквадратичное значение, приближенное значение плотности вероятности. Данные параметры могут быть полезны при решении других производственных задач. Так среднее и среднеквадратичное значения взаимного расположения деталей могут быть использованы при решении задачи определения рациональных допусков на параметры изделия. Функция плотности вероятности может быть применена для определения процента продукции, удовлетворяющей технологическим требованиям. Все указанные параметры могут использоваться для повышения эффективности технологического процесса за счет выявления наиболее критических факторов, влияющих на итоговое качество изделия.

Предложенная модель была использована для оценки взаимного расположения деталей, имеющих конусные поверхности. Следующим этапом работы является практическая апробация результатов численного моделирования.

## Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы». Уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI57815X0131.

### Литература

- [1] Grechnikov, F. V. Development of the requirements template for the information support system in the context of developing new materials involving big data / F.V. Grechnikov, A.I. Khaimovich // CEUR Workshop Proceedings. 2015.–Vol. 1490. P. 364-375. DOI: 10.18287/1613-0073-2015-1490-364-375.
- [2] Дёмин, Ф.И. Технология изготовления основных деталей газотурбинных двигателей [Электронный ресурс]:[учебник] / Ф.И.Дёмин, Н.Д.Проничев, И.Л. Шитарев. Самара:Издательство СГАУ, 2012. –324с.
- [3] Vdovin, R.A. Paths of Improving the Technological Process of Manufacture of GTE Turbine Blades / R.A. Vdovin, V.G. Smelov, M.A. Bolotov, N.D. Pronichev // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016. Vol. 142. P. 1-8. DOI: 10.1088/1757-899X/142/1/012073.
- [4] Smelov, V.G. Recovery technology features of aerospace parts by layering synthesis / V.G. Smelov, A.V. Sotov, A.V. Agapovichev // Key Engineering Materials. 2016. –Vol. 684. P. 316-322. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.684.316.
- [5] Zubanov, V. Centrifugal kerosene pump CFD-modeling / V. Zubanov, L. Shabliy, A. Krivcov // Research Journal of Applied Sciences. 2014. Vol. 9 №10. P.629-634. DOI: 10.3923/rjasci.2014.629.634.
- [6] Pierce, R.S. Simulation of mating between nonanalytical programing formulation / R.S. Pierce, D. Rosen // Journal of Computing and Information Science in Engineering. 2007. Vol. 7. № 4. P. 314-321. DOI: 10.1115/1.2795297.
- [7] Samper, S. Modeling of 2D and 3D assemblies taking into account form errors of plane surfaces / S. Samper, P.-A. Adragna, H. Favreliere, M. Pillet // Journal of Computing and Information Science in Engineering. 2009. Vol. 9 Not. P. 1-12.
- [8] Болотов, М.А. Метод оценки неопределённостей пространственного сопряжения высокоточных оптических и механических деталей / М.А. Болотов, В.А. Печенин, С.П. Мурзин // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 3. С. 360-369.
- [9] Елисеева, И.И. Общая теория статистики [Текст]:[учебник] / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев. М.: Финансы и статистика, 2004. 656 с.