

Теоретико-игровая модель поведения больших социальных групп при стимулировании волонтерства

М.И. Гераськин¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Рассматривается проблема разработки инструментария для информационной системы стимулирования социально-оптимальных действий (волонтерства). На основе исследования дифференциации населения по признакам склонности к альтруизму и индивидуальной рациональности сформулирована теоретико-игровая модель поведения социальных групп с учетом стимулирования волонтерства. В случае линейной убывающей функции стимулирования и линейных функций издержек агентов доказан механизм равновесия по Курно-Нэшу в соответствующей игре. Моделирование поведения социальных групп волонтеров России подтвердило существование равновесного вектора социально-оптимальных действий и влияние стимулирования на отработанное волонтерами время.

1. Введение

В России в 2016 году 1,435 млн. человек, или около 1% населения, работали в качестве волонтеров¹. Формально волонтерство реализуется в совершении действий, максимизирующих коллективную функцию полезности, называемых в дальнейшем, социально-оптимальными действиями. Эти действия выполняются гражданами бесплатно, т.е., не соответствуют критерию индивидуальной рациональности. Однако, как следует из российской статистики, моральная мотивация эффективна для достаточно узкой социальной группы людей, склонных к альтруизму. Среди широких масс населения проявляются [1,2] тенденции индивидуального рационализма, для преодоления которых государство реализует программы [3,4], направленные на укрепление моральных ценностей. Наряду с этим расширение волонтерства может быть обеспечено введением системы стимулирования социально-оптимальных действий, базой которой будет формируемая в настоящее время государственная информационная система [5]. Алгоритмы интеграции системы стимулирования в информационную систему [6,7] позволяют решить проблемы персонифицированной регистрации действий граждан, распределения государственного стимулирующего фонда в виде стимулов между ними, а также контроля эффективности стимулирования.

Методическая база разработки систем стимулирования включает в себя следующие механизмы: конкурсный механизм при бескоалиционном [8] и коалиционном [9] поведении агентов, эффективный по Парето и оптимальный по критерию аддитивной функции полезности; механизм последовательного распределения ресурса (МППР) [10,11]; механизмы прямых и обратных приоритетов [12]. Доказано [13] существование и единственность МППР, согласно

¹Труд и занятость в России 2017: Стат. Сб. / Росстат. – М., 2017. – 261 с. – URL: www.gks.ru/free_doc/doc_2017/trud_2017.pdf.

которому стимул распределяется [14] как минимум сообщения агента о совершенном действии и среднего нераспределенного остатка стимулов. МПРР удовлетворяет [15] условиям индивидуальной рациональности, эффективности по Парето и неманипулируемости, однако в системе с независимыми и одновременными действиями агентов его использование невозможно, поскольку МПРР предполагает последовательную регистрацию действий агентов и распределение стимулов. Поэтому при разработке модели будем использовать компенсаторную линейно убывающую функцию стимулирования [6,7], для которой также доказаны эти условия.

Введение системы стимулирования социально-оптимальных действий может привести к следующим результатам:

- рост численности волонтеров и фонда времени, затраченного ими на эти действия;
- перекрестное влияние альтруизма и индивидуальной рациональности на поведение групп населения;
- возникновение противоречий между интересами больших социальных групп, дифференцированных по степени склонности к альтруизму.

Следовательно, модель поведения населения можно сформулировать в виде некооперативной игры социальных групп (далее, агентов). Функции полезности этих агентов включают в себя как стимулы за совершение социально-оптимальных действий, так и потери основных доходов вследствие перераспределения располагаемого фонда времени, являющегося ограничением.

2. Методы

Пусть для k -го агента определена непрерывная функция $\zeta_k(\bullet)$, выражающая зависимость интервала времени социально-оптимальных действий a_k при отсутствии какого-либо стимулирования от располагаемого фонда времени, следующего вида:

$$a_k = \zeta_k(D) = D^{\delta_{ak}}, \delta_{ak} \in [0,1], D \gg 1, k \in K, \tag{1}$$

где D – располагаемый фонд времени, равный физическому фонду времени за исключением времени отдыха; δ_a – коэффициент эластичности «благотворительного» времени по D , характеризующий склонность к альтруизму; K – множество агентов; a_k – компонент вектора социально-оптимальных действий $\mathbf{A} = \{a_k, k \in K\}$.

Определение: альтруизмом (склонностью к благотворительности) k -го агента называется такой вид функций (1), при котором $\delta_{ak} > 0,5$.

Введем гипотезу влияния склонности к альтруизму на поведение агента: рост склонности к альтруизму приводит к снижению полезности основной заработной платы, т.е.

$$U'_{\delta_a}(p_d) < 0, \tag{2}$$

где d – интервал рабочего времени; p_d – цена (тарифная ставка) рабочего времени; $U(\bullet)$ – непрерывно-дифференцируемая функция полезности агента.

В случае стимулирования модель выбора действий агента включает в себя функцию полезности и функцию стимулирования. Опишем эти компоненты модели.

Функция полезности агента представляет собой разность между суммой стимулов, получаемых за совершение действий продолжительностью a_k и стоимостью потерь рабочего времени:

$$U_k(a_k) = p_a a_k - p_d^{1-\delta_{ak}} a_k, k \in K, \tag{3}$$

где p_a – сумма стимула или цена единицы «благотворительного» времени. Формула (3) соответствует гипотезе (2), поскольку с ростом δ_a снижается влияние цены рабочего времени и фонда рабочего времени на полезность агента.

Функция стимулирования определяет цену стимула следующим образом [7]:

$$p_a(\mathbf{A}) = b_1 - b_2 \sum_{k \in K} n_k a_k, k \in K, b_1, b_2 > 0, \tag{4}$$

где n_k – численность k -й социальной группы, постоянная величина в текущем периоде; b_1, b_2 – постоянные коэффициенты, не зависящие от вектора \mathbf{A} в текущем периоде, вычисляемые по формулам, зависящим от вектора $\mathbf{A}^0 = \{a_k^0, k \in K\}$ действий агентов в предыдущем периоде,

$$b_1 = p_d \frac{A^0}{A^0 - A^D}, b_2 = \frac{p_d}{A^0 - A^D}, A^0 = \sum_{k \in K} a_k^0, A^D = \frac{D}{2} \sum_{k \in K} n_k. \tag{4a}$$

Формулы (4а) получены исходя из следующих условий¹: 1) при отсутствии стимулирования (т.е. при $p_a(\mathbf{A}) = 0$) суммарное количество социально-оптимальных действий равно $\sum_{k \in K} a_k^0$; 2)

при цене стимула, равной средней заработной плате p_d , располагаемый фонд времени делиться поровну между рабочим и «благотворительным» временем (т.е. $\frac{D}{2}$).

Рассматривается задача нахождения равновесного по Нэшу вектора \mathbf{A} из условия максимума (3) при условии (4) в случае постоянства численности рассматриваемых социальных групп (т.е. $\frac{\partial n_k}{\partial p_a} = 0 \forall k \in K$).

3. Результаты и обсуждение

Условия равновесия сформулированы в виде следующего утверждения.

Утверждение 1². Вектор действий \mathbf{A} , удовлетворяющий условиям

$$b_1 - b_2 \sum_{j \in K} n_j a_j - b_2 n_k a_k \left(1 + \sum_{j \in K \setminus k} \frac{\partial a_j}{\partial a_k} \right) - p_d^{1-\delta_{ak}} = 0, \tag{5}$$

$$\sum_{j \in K \setminus k} \frac{\partial a_j}{\partial a_k} > -2, k \in K, \tag{6}$$

является равновесием по Нэшу в задаче (3),(4).

В случае гипотезы Курно [16] все агенты симметрично не изменяют выбранные действия в ответ на действия окружения, т.е.

$$\frac{\partial a_j}{\partial a_k} = 0, j \in K \setminus k, \tag{7}$$

что соответствует одновременному и независимому выбору действий.

При условии (7) система (5) имеет вид

$$2n_k a_k + \sum_{j \in K \setminus k} n_j a_j - \alpha_k = 0, \alpha_k = \frac{b_1 + p_d^{1-\delta_{ak}}}{b_2}, k \in K, \tag{8}$$

решение которой, полученное методом Крамера, может быть записано следующим образом:

$$a_k^* = \frac{n \alpha_k - \sum_{j \in K \setminus k} \alpha_j}{(n+1)n_k}, k \in K, \tag{9}$$

где символом «*» обозначены равновесные значения, n – количество агентов в системе. Для равновесия Курно-Нэша (9) условия (6) выполняются в силу (7).

¹В случае указанных условий система уравнений $b_1 - b_2 A^0 = 0, b_1 - b_2 A^D = p_d$ приводит к решению (4а).

²Доказательство утверждения 1. Функция (3) при (4) имеет вид $U_k(a_k) = \left(b_1 - b_2 \sum_{k \in K} n_k a_k \right) a_k - p_d^{1-\delta_{ak}} a_k$.

Поэтому необходимое условие экстремума может быть записано в виде (5). Достаточное условие максимума $U''_{a_k} < 0$ приводит к (6).

Моделирование равновесия (11) проведем на примере социальных групп волонтеров России (табл. 1). Фактическая склонность к альтруизму рассчитана по формуле $\delta_{ak}(a) = \frac{\ln a_k}{\ln D}$, следующей из формулы (1), где недельный фонд времени принят равным $D=112$ часов; график функции $\delta_{ak}(a)$ приведен на рис. 1. Фактическая функция распределения населения по группам с различной склонностью к альтруизму рассчитана по формуле $f_k(a) = \frac{n_k}{\sum_{k \in K} n_k}$.

Таблица 1. Анализ структуры населения, работающего в качестве волонтеров в 2016 г.

Показатель	Всего	В том числе отработано времени в неделю, часов								
		<9	9 – 15	16 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	>51		
Средние затраты «благотворительного» времени a , часов	8,6	2,35	15	20	30	40	50	60	70	80
Численность населения n_k , тысяч человек	1435	997	243	82	48	23	11	9,8	9	8
Суммарное «благотворительное» время A , тысяч часов	12398	2343	3645	1640	1440	920	550	588	630	640
Структура отработанного времени, %	100	18,90	29,40	13,23	11,62	7,42	4,44	4,74	5,08	5,16
$\delta_{ak}(a)$	0,181	0,181	0,574	0,635	0,721	0,782	0,829	0,868	0,900	0,929
$f_k(a)$		0,070	0,018	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Индекс агента		1	2	3	4	5	6	7	8	9

Модель плотности распределения волонтеров по отработанному времени имеет вид нормального закона с некоторыми значениями эксцесса и асимметрии [7]:

$$f(a) = \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{w(a-\bar{a})^l}{2\sigma_a^2}}, \tag{10}$$

где \bar{a}, σ_a – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение некоторого базового распределения случайной величины отработанного времени; l – коэффициент, учитывающий асимметрию ($l > 1$ – левая асимметрия, $l < 1$ – правая асимметрия) по сравнению с нормальным законом ($l=1$); w – коэффициент, учитывающий эксцесс ($w < 1$ – более равномерное распределение, $w > 1$ – менее равномерное распределение) по сравнению с нормальным законом ($w=1$).

Модель плотности распределения волонтеров по степени склонности к альтруизму имеет аналогичный (10) вид, но, поскольку функция $\delta_{ak}(a_k)$ рассчитана через логарифмическую зависимость, то использована модернизация формулы (10) следующего вида:

$$f(\delta_a) = \frac{1}{e^{\sigma_\delta} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{e^{w_1} (e^{\delta_a} - (e^{\bar{\delta}})^{l_1})^2}{2(e^{\sigma_\delta})^2}}, \tag{11}$$

где $\bar{\delta}, \sigma_\delta$ – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение базового распределения случайной величины склонности к альтруизму, параметры w_1, l_1 аналогичны параметрам w, l для распределения (10).

С помощью алгоритма метода наименьших квадратов, реализованного в процессоре MSExcel, получены следующие значения коэффициентов функций (10), (11): $\bar{a} = 8,6, \sigma_a = 0,57, w = 0,007, l = 0,58, \bar{\delta} = 0,18, \sigma_{\delta} = -0,65, w_1 = 0,43, l_1 = 0,08$. Статистические оценки регрессий (для функции (10) $R^2 = 0,99, F = 257$, для функции (11) $R^2 = 0,99, F = 218$) доказывают их адекватность. Следовательно, распределение волонтеров по отработанному времени и по склонности к альтруизму соответствует правой ветви функции Гаусса, то есть математические ожидания отработанного времени и склонности к альтруизму близки к минимальным значениям этих показателей. Функции (10), (11) с учетом указанных коэффициентов показаны на рис. 1,2.

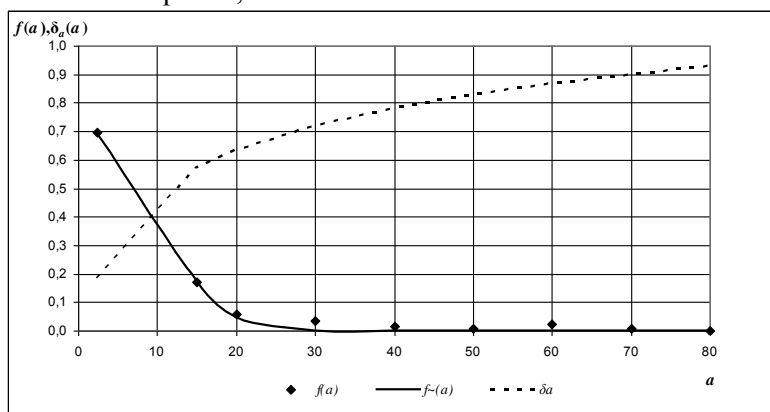


Рисунок 1. Функция плотности распределения волонтеров по отработанному времени и функция склонности к альтруизму.

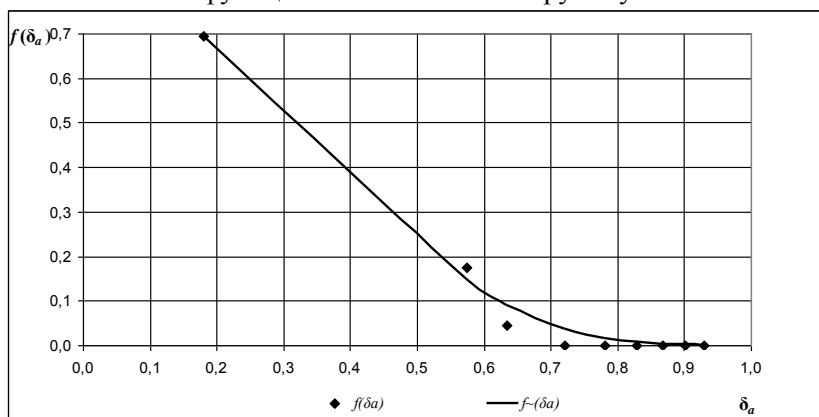


Рисунок 2. Функция плотности распределения волонтеров по степени склонности к альтруизму.

Рассмотрим равновесие Курно-Нэша (9) для агентов, проиндексированных в соответствии с табл. 1. На рис. 3 показаны функции распределения отработанного волонтерами времени в зависимости от степени склонности к альтруизму при различных суммах стимула. На рис. 4 показана зависимость суммы отработанного волонтерами времени от суммы стимула.

Анализ результатов моделирования равновесий Курно-Нэша приводит к следующим выводам. Во-первых, наиболее близкое распределение благотворительного времени к реальному распределению соответствует $Pa=0$, однако расчетные равновесные действия ниже фактических значений для агентов с низкой склонностью к альтруизму, и выше фактических значений для агентов с высокой склонностью к альтруизму; причем суммарное отработанное волонтерами время при $Pa=0$ ниже фактического значения. Однако среднее отклонение суммарного времени по каждому агенту от суммарного фактического значения отработанного времени составляет 4%. Следовательно, в разработанной модели равновесия незначительно

преувеличено влияние склонности населения к альтруизму на результирующее отработанное волонтерами время.

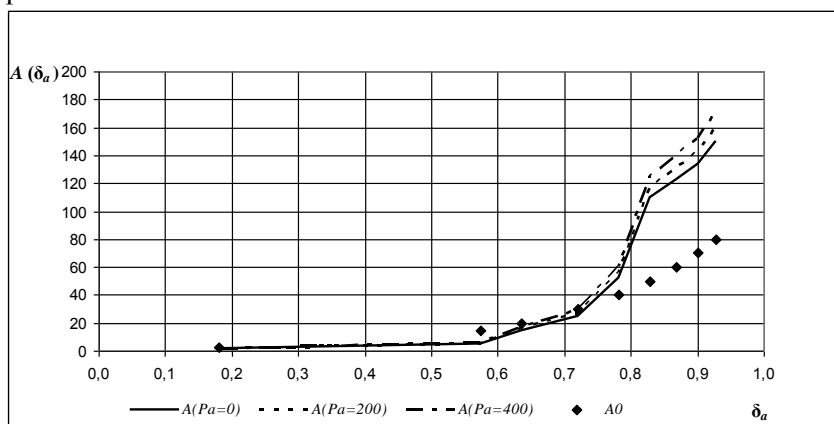


Рисунок 3. Распределение отработанного волонтерами времени в зависимости от суммы стимула.

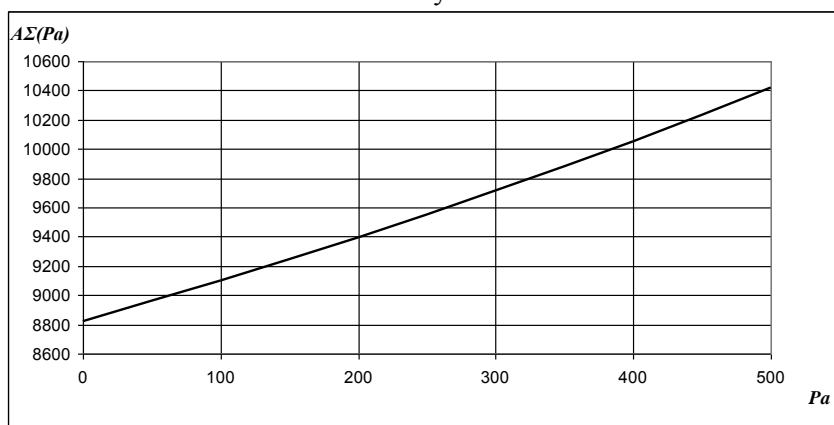


Рисунок 4. Зависимость суммы отработанного волонтерами времени от суммы стимула.

Во-вторых, при равновесном распределении агенты с наибольшей склонностью к альтруизму вносят наибольший вклад в отработанное волонтерами время.

В-третьих, с ростом суммы стимула распределение благотворительного времени становится все более неравномерным, то есть благотворительное время незначительно увеличивается для агентов с низкой склонностью к альтруизму и резко возрастает для агентов с высокой склонностью к альтруизму. Следовательно, к стимулированию наиболее чувствительны агенты с высокой склонностью к альтруизму.

В-четвертых, с ростом суммы стимула сумма благотворительного времени растет, т.е. стимулирование влияет на вовлеченности в волонтерство агентов как с высокой, так и с низкой склонностью к альтруизму.

4. Заключение

Рассмотрена проблема разработки инструментария для информационной системы стимулирования социально-оптимальных действий (волонтерства). В статье получены следующие основные результаты.

Разработана теоретико-игровая модель поведения социальных групп с учетом стимулирования волонтерства, базирующаяся на дифференциации населения по признакам склонности к альтруизму и индивидуальной рациональности.

В случае линейной убывающей функции стимулирования и линейных функций издержек агентов на совершение социально-оптимальных действий доказан механизм равновесия по Курно-Нэшу в соответствующей игре.

Проведено моделирование поведения социальных групп волонтеров России, показавшее адекватность разработанной модели, существование равновесного вектора социально-оптимальных действий и влияние стимулирование на отработанное волонтерами время.

Анализ показал, что система стимулирования в наибольшей степени влияет на агентов с высокой склонностью к альтруизму, однако рост социально-оптимальных действий проявляется у всех социальных групп.

5. Литература

- [1] Roland, G. *Transition and Economics. Politics, Markets, and Firms* / G. Roland – Cambridge: MIT Press, 2000. – 840 p.
- [2] Braguinsky, S. *Incentives and Institutions. Transition to a Market Economy in Russia* / S. Braguinsky, G. Yavlinsky – Princeton. NJ.: Princeton University Press, 2000. – 420 p.
- [3] Постановление Правительства РФ от 30.12.2015 N 1493 "О государственной программе "Патриотическое воспитание граждан Российской Федерации на 2016 - 2020 годы".
- [4] Распоряжение Правительства РФ от 27 декабря 2012 г. N 2567-р «О государственной программе Российской Федерации "Развитие культуры и туризма" на 2013 - 2020 годы».
- [5] Постановление Правительства РФ от 15.04.2014 N 313 (ред. от 21.10.2016) "Об утверждении государственной программы Российской Федерации "Информационное общество (2011 - 2020 годы)".
- [6] Гераськин, М.И. Алгоритмы информационной системы стимулирования социально-оптимальных действий граждан России // Сборник трудов III международной конференции и молодежной школы "Информационные технологии и нанотехнологии" (ИТНТ). – Самара: Новая техника, 2017. – С. 1817-1825.
- [7] Гераськин, М.И. Анализ влияния альтруистичности населения на эффективность системы стимулирования социально-оптимальных действий // Сборник трудов IV международной конференции и молодежной школы "Информационные технологии и нанотехнологии" (ИТНТ). – Самара: Новая техника, 2018. – С. 2780-2791.
- [8] Бурков, В.Н. Конкурсные механизмы в задачах распределения ограниченных ресурсов / В.Н. Бурков, Б. Данев, А.К. Еналеев, Т.Б. Нанева, Л.Д. Подвальный, Б.С. Юсупов // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 11. – С. 142-153.
- [9] Бурков, В.Н. Коалиции при конкурсном механизме распределения ресурсов / В.Н. Бурков, А.К. Еналеев, В.Ф. Каленчук // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 12. – С. 81-90.
- [10] Бурков, В.Н. Синтез оптимальных механизмов планирования и стимулирования в активной системе / В.Н. Бурков, А.К. Еналеев, Ю.Г. Лавров // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 10. С. 113-120.
- [11] Бурков, В.Н. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы / В.Н. Бурков, М.Б. Исаков, Н.А. Коргин // Проблемы управления. – 2008. – № 4 – С. 38-47.
- [12] Коргин, Н.А. Эквивалентность и неманипулируемость неанонимных приоритетных механизмов распределения ресурсов / Н.А. Коргин // Управление большими системами. – 2009. – № 26.1 – С. 319-347.
- [13] Бурков, В.Н. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике / В.Н. Бурков, И.И. Горгидзе, Д.А. Новиков, Б.С. Юсупов. – Москва: ИПУ РАН, 1997. – 356 с.
- [14] Коргин, Н.А. Анализ реализуемости результатов многокритериальной экспертизы - применение "свойства пересечения" // Проблемы управления. – 2009. – № 6 – С. 18-27.
- [15] Бурков, В.Н. Проблемы комплексирования и декомпозиции механизмов управления организационно-техническими системами / В.Н. Бурков, Н.А. Коргин, Д.А. Новиков // Проблемы управления. – 2016. – № 5. – С. 14-23.
- [16] Cournot, A.A. *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. – London: Hafner, 1960.

Game-theoretic model of wide social groups' behavior with stimulation of volunteering activities

M.I. Geraskin¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The development of the tools for the information stimulation system of the socio-optimal actions (volunteering) is considered. On the base of the population differentiation with respect to the propensity to altruism and the individual rationality, the game-theoretic model of the social groups' behavior is formulated, accounting the incentives for volunteering. In the case of the linear diminishing incentive function and the linear costs functions of agents, the Cournot-Nash equilibrium mechanism is proved in the corresponding game. The simulation of the volunteers' behavior in Russia confirms an existence of the equilibrium vector of socio-optimal actions and an influence of incentives on the volunteers' time cell.