Технология выбора опорных точек для оценки коэффициентов рациональной модели в задаче построения цифровой модели рельефа

В.А. Фурсов[1,2], А.П. Котов[2]

[1]Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001
[2]Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы, связанные с построением технологии построении цифровой модели рельефа (ЦМР) по стереоизображениям. Важным этапом этой технологии является определение трехмерных координат местности для соответствующих точек на регистрируемых стереоизображениях. Для настройки и верификации реализующих этот этап алгоритмов используются тестовые изображения, содержащие некоторое число так называемых опорных точек, координаты и относительные высоты которых известны. По заданным координатам «обучающих» опорных точек формируется система нелинейных уравнений, связывающих трехмерные координаты местности с координатами точек на изображениях, и строится модель RFM (rational functional model). Затем качество этой модели проверяется на контрольных опорных точках. Оказывается, что точность этой модели в значительной степени зависит от выбора обучающих опорных точек по полю изображения. В настоящей статье предлагается метод и реализующий этот метод алгоритм выбора опорных точек из некоторого начального множества, основанные на анализе спектральных свойств формируемой по этим точкам системы уравнений. Алгоритм встроен в сквозную информационную технологию построения ЦМР. Приводятся результаты экспериментов, подтверждающие его эффективность.

1. Введение

В статье рассматриваются вопросы, связанные с формированием сквозной технологии построении ЦМР по космическим изображениям. Важным этапом этой технологии является определение трехмерных координат местности для соответствующих точек на регистрируемых изображениях.

Известен подход к решению этой задачи, основанный на использовании известной физической модели сенсора. Если физическая модель сенсора известна, то создаётся трёхмерная сетка из геодезических точек. Для каждой трёхмерной точки данной сетки вычисляются планиметрические координаты на снимке, путём проецирования лучей с некоторым определенным шагом вдоль и поперек направления сканирования. При этом также обычно выполняется ортотрансформирование снимка. Строгая модель позволяет получить точное трехмерное описание.

Если физическая модель сенсора не известна, используется модель камеры спутника в виде обобщенных аппроксимирующих функций - рациональных полиномов (RFM – rational functional model) [1]. Эта модель устанавливает соотношения между геодезическими координатами объекта и его координатами на изображении с помощью коэффициентов многочленов, которые называются коэффициентами рационального многочлена (RPC – Rational Polynomial Coefficients). RPC-коэффициенты наиболее популярный способ описания модели сенсора. Для определения RPC–коэффициентов обычно используются тестовые изображения, содержащие некоторое число так называемых опорных точек (точек привязки), координаты и относительные высоты которых известны. Точки привязки формируются с помощью GPS и маркеров на поверхности Земли. Исходные точки могут располагаться произвольным образом по полю изображения.

Для решения этой задачи множество опорных точек разбивают на подмножества обучающих и контрольных точек. По заданным координатам обучающих опорных точек формируется система нелинейных (но линейных по искомым параметрам) уравнений, связывающих трехмерные координаты местности с координатами точек на изображениях. В результате решения этой системы получают RFM-модель. Затем качество этой модели проверяется на контрольных опорных точках. Если точность модели, как на обучающих, так и на контрольных опорных точках удовлетворяет заданным критериям, эта модель в дальнейшем может использоваться для построения ЦМР по текущим космическим изображениям.

Предполагается, что к файлам с текущими изображениями прилагается мета-информация, содержащая RPC-коэффициенты. Однако часто прилагаемая информация либо недостаточно точная, либо сопутствующая информации вовсе отсутствует. В случае, когда RFM-модель недостаточно точная, для повышения точности геопозиционирования достаточно только уточнить RPC-коэффициенты, прилагаемые к изображению в виде файла метаданных. В этом случае для оперативной обработки ДЗЗ достаточно пересчитать исходный файл RPC с использованием небольшого числа (1-5) наземных точек. Примером является ситуация, когда требуется выполнить обработку (построение ЦМР, создание ортофотоплана) на фрагменте, в несколько раз меньшем исходного снимка.

В случае, когда сопутствующая информации в виде файла метаданных отсутствует, т.е. RPC-коэффициенты не известны даже приближенно, необходимо их определить с использованием достаточно большого числа наземных точек. Например, при формировании систем нелинейных уравнений для определения RPC-коэффициентов модели первого порядка требуется минимум 7 точек, для второго порядка – 19 точек, для третьего – 39. Таким образом, при определении RPC-коэффициентов по заданным наземным опорным точкам существенное значение имеет способ формирования дробно-рациональной функции RFM-модели, порядок модели, а также связанное с порядком модели число опорных точек.

Увеличение числа используемых точек повышает надежность определения RPC-коэффициентов, однако при этом возрастают, как требования к вычислительным ресурсам, так и затраты на измерения координат и высот опорных точек на местности. Кроме того, как показывают исследования, точность оценки RPC-коэффициентов зависит не только от числа опорных точек, но также и от характера распределения координат обучающих точек по полю изображения. Поэтому многими исследователями предпринимаются попытки разработать процедуры формирования обучающего множества опорных точек.

Технология, предложенная Zhang [2], предполагает разбиение изображения квадратной сеткой на равные фрагменты. В каждом получившемся секторе выбираются две точки с минимальной и максимальной высотой. Недостаток такого подхода состоит в том, что размер и привязку сетки на изображении обычно приходится подбирать вручную. Связано это с тем, что на изображении могут быть неинформативные участки, на которых опорных точек мало, либо они вовсе отсутствуют (например, равнинные участки, озёра и др.). При этом если число используемых точек невелико, и они располагаются на одной вертикали (или горизонтали) сетки может возникать проблема плохой обусловленности формируемой системы уравнений и, как следствие, высокая чувствительность решений к малым ошибкам в исходных данных.

В настоящей статье предлагается новый метод и строится реализующий его алгоритм выбора опорных точек на основе анализа спектральных свойств информационной матрицы, формируемой в ходе решения системы линейных по параметрам уравнений, связывающих трехмерные координаты местности с координатами точек на изображениях. Этот метод прост в реализации и допускает автоматизацию выбора обучающих опорных точек. Преимущество предлагаемого метода состоит в том, что он учитывает не только планиметрическое расположение точек на снимке, но и информацию о геодезических координатах. Предлагаемый метод описан в третьем разделе, в четвертом разделе приводятся результаты экспериментальных исследований, иллюстрирующие эффективность предлагаемого метода.

2. Постановка задачи

Задача решается в рамках технологии построения ЦМР по паре космических изображений, которая рассматривалась авторами в работе [3]. Если метаданные в виде файла RPC-коэффициентов не заданы, то основные этапы технологии: вычисление RPC-коэффициентов, ректификация изображений, сопоставление (определение соответствующих точек) изображений и определение трехмерных координат ЦМР. Исходными данными для реализации рассматриваемой технологии являются изображения сцены (поверхности Земли), полученные с различных ракурсов, а также набор опорных точек на поверхности Земли, трехмерные координаты которых известны. В настоящей работе мы рассматриваем технологию для случая, когда метаинформация в виде файла RPC-коэффициентов не задана. Известно лишь множество опорных точек на изображении, по которым необходимо определить эти коэффициенты. Задача состоит в том, чтобы на этом множестве заданных опорных точек выделить наиболее информативное подмножество обучающих опорных точек, по которым RPC-коэффициенты могут быть определены с приемлемой точностью.

Наборы RPC- коэффициентов являются параметрами модели формирования изображения камерой спутника. Для описания метода достаточно рассмотреть модель первого порядка для одной нормализованной координаты изображения, например, Y .

$$Y = \frac{\mathbf{a}^T\mathbf{u}}{\mathbf{b}^T\mathbf{u}} = \frac{a_0 + a_1 L + a_2 P + a_3 H}{b_0 + b_1 L + b_2 P + b_3 H}, \tag{1}$$

где $\mathbf{a} = [a_0, a_1, a_2, a_3]$, $\mathbf{b} = [b_0, b_1, b_2, b_3]$ – искомые RPC-коэффициенты, а $\mathbf{u} = [1, L, P, H]^T$ – вектор, составленный из заданных координат P, L, H трёхмерной точки, полученных путем нормализации геодезических координат φ, λ, h. Задача состоит в определении оценок $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}$ параметров $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ по известным трехмерным координатам L, P, H опорных точек и соответствующих этим точкам наблюдаемым координатам на изображениях (подчеркнем, что мы ограничились вектором координат Y).

В соответствии с (1) для i-й опорной точки при выполнении условия нормировки $b_0 = 1$, можно записать:

$$Y(i) + Y(i)\left[\mathbf{b}'^T \mathbf{u}'\right] = \mathbf{a}^T\mathbf{u}, \tag{2}$$

где $\mathbf{b}' = [b_1, b_2, b_3]^T$, $\mathbf{u}' = [L, P, H]^T$. Перенося второе слагаемое из левой части в правую часть с учетом указанных обозначений компонент векторов $\mathbf{b}', \mathbf{u}', \mathbf{a}, \mathbf{u}$ перепишем (2) в виде:

$$Y_i = a_0 + a_1 \cdot L + a_2 \cdot P + a_3 \cdot H - b_1 L Y_i - b_2 P Y_i - b_3 Y_i H. \tag{3}$$

Для N опорных точек используя равенство (3) можно записать матричное уравнение:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{MJ} + \boldsymbol{\xi}, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{Y}=\left[Y_1,Y_2,...,Y_N\right]^T,\mathbf{M}=\begin{bmatrix}1 & L_1 & P_1 & H_1 & -Y_1L_1 & -Y_1P_1 & -Y_1H_1\\ 1 & L_2 & P_2 & H_2 & -Y_2L_2 & -Y_2P_2 & -Y_2H_2\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 1 & L_N & P_N & H_N & -Y_NL_N & -Y_NP_N & -Y_NH_N\end{bmatrix},\mathbf{J}=\left[a_0,a_1,a_2,a_3,b_1,b_2,b_3\right]^T,$$

а $\boldsymbol{\xi}=\left[\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_N\right]^T$ – вектор ошибок, приведенных к выходу модели, связанных с ошибками трехмерных геодезических координат и координат опорных точек на изображении. В соответствии с (4) МНК-оценка вектора параметров, составленного из искомых RPC-коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{J}}=\left(\mathbf{M}^T\mathbf{M}\right)^{-1}\mathbf{M}^T\mathbf{Y} \tag{5}$$

Заметим, что соотношения вида (3), (4), (5) могут быть построены также для координат X_i.

Из (6) видно, что точность оценки $\hat{\mathbf{J}}$ вектора RPC-коэффициентов $\mathbf{J}$ зависит от свойств матрицы $\mathbf{M}^T\mathbf{M}$. В частности, если эта матрица плохо обусловлена, возможны большие ошибки в оценках RPC-коэффициентов даже при малых ошибках в исходных данных. Поскольку элементы этой матрицы составлены из координат опорных точек на изображении ясно, что точность будет зависеть от распределения этих точек по полю изображения.

Мы предлагаем метод и алгоритм выделения на множестве заданных опорных точек наиболее информативного подмножества обучающих опорных точек, по которым RPC-коэффициенты могут быть определены с приемлемой точностью. Метод основан на вычислении достаточных оценок обусловленности информационной матрицы $\mathbf{M}^T\mathbf{M}$.

3. Предлагаемый метод распределения опорных точек

Как сформулировано выше, мы ставим задачу выбора наиболее информативных обучающих опорных точек на изображении путем анализа обусловленности информационной матрицы $\mathbf{M}^T\mathbf{M}$. Для сокращения дальнейших записей для этой матрицы введем обозначение:

$$\mathbf{A}=\mathbf{M}^T\mathbf{M}. \tag{6}$$

Матрица $\mathbf{A}$ является матрицей Грама. Для этого класса матриц известны следующие характеристики обусловленности (для удобства ссылок обозначаем их $Q_i, i=\overline{1,3}$). Минимальное собственное значение:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{A}), \tag{7}$$

спектральное число обусловленности

$$k(\mathbf{A})=\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A})}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})}, \tag{8}$$

где $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$, $\lambda_{\max}(\mathbf{A})$ – минимальное и максимальное собственные значения матрицы $\mathbf{A}$.

Приведенные меры обусловленности часто используются для оценки качества решений. В частности, поскольку в данном случае можно полагать, что ошибки исходных данных содержатся только в векторе $\mathbf{Y}$, справедливы следующие оценки для ошибок в решениях:

$$\left\|\Delta\hat{\mathbf{J}}\right\|_2\le\lambda_{\min}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{A})\cdot\left\|\boldsymbol{\xi}\right\|_2,$$

$$\delta\hat{\mathbf{J}}=k(\mathbf{A})\cdot\delta\mathbf{Y},$$

где $\Delta\hat{\mathbf{J}}$ – ошибка решения в (6), а $\delta\mathbf{Y}=\left\|\boldsymbol{\xi}\right\|/\left\|\mathbf{Y}\right\|$, $\delta\hat{\mathbf{J}}=\left\|\Delta\hat{\mathbf{J}}\right\|/\left\|\hat{\mathbf{J}}\right\|$ – относительные ошибки исходных данных и решения.

Таким образом, эти характеристики являются наиболее исчерпывающими критериями для оценки чувствительности задачи наименьших квадратов к ошибкам в исходных данных. Однако их вычисление представляет определенные вычислительные трудности, особенно в ситуации, когда действительно имеет место плохая обусловленность матрицы $\mathbf{A}$. Поэтому наряду с указанными мерами обусловленности будем также использовать достаточные оценки, основанные на вычислении показателя диагонального преобладания матрицы $\mathbf{A}$:

$$\Phi(\mathbf{A}) = \left(\sum_{i=1}^{M} a_{ii}\right)^2 \Bigg/ \sum_{i,j=1}^{M} a_{i,j}^2 , \tag{9}$$

где $a_{i,j}$ – элементы информационной матрицы **A**.

Использование показателя диагонального преобладания основано на его связи с собственными значениями. В частности, если показатель $\Phi(\mathbf{A})$ удовлетворяет неравенствам

$$M - 1 < \Phi(\mathbf{A}) \le M , \tag{10}$$

имеет место следующая оценка снизу для собственных значений:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{A}) \ge M^{-1}\mathrm{tr}(\mathbf{A})\left[1-\sqrt{\left(M/\phi-1\right)\left(M-1\right)}\right]. \tag{11}$$

В силу свойств (10), (11) часто вместо показателя (9) используют приведенную к интервалу [0,1] величину

$$\mathrm{Q}_1 = \Phi(\mathbf{A}) - M + 1 . \tag{12}$$

В настоящей работе с использованием приведенных критериев обусловленности мы сформулируем задачу формирования оптимального обучающего множества и построим алгоритмы выбора опорных точек на изображении.

Для удобства сопоставления результатов показатели (7), (8) также приведем к интервалу [0,1]. Для этого будем использовать следующие характеристики:

$$\mathrm{Q}_2 = \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}), \tag{13}$$

где введена нормировка $\bar{\mathbf{A}} = M\cdot\left(\mathbf{A}/tr\mathbf{A}\right)$ и

$$\mathrm{Q}_3 = k^{-1}(\mathbf{A}) = \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{A})}{\lambda_{\max}(\mathbf{A})} . \tag{14}$$

Показатель (13) является обратным спектральным числом обусловленности. Ясно, что близость этого показателя к 0 свидетельствует о плохой обусловленности, а его максимальное значение равно 1, когда все собственные значения одинаковы.

Теперь мы можем сформулировать оптимизационную задачу. Пусть на изображении участка местности зафиксированы K заданных точек с известными геодезическими координатами и высотами. Требуется на этом множестве отобрать N точек таких, что для информационной матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{M}^T\mathbf{M}$, составленной из координат этих точек по соотношениям (3), (4), (5), достигается экстремальное значение критерия обусловленности (максимум Q_i, $i=\overline{1,3}$):

$$\mathrm{Q}_i\left(Y\right) \to \max_{\mathbf{Y}\in\mathbf{D}}, \tag{15}$$

где Q_i – один из заданных выше соотношениями (12), (13), (14) критерий, $\mathbf{Y}$ – искомое решение (вектор, составленный из координат оптимального множества опорных точек), $\mathbf{D}$ – множество исходных опорных точек: $\mathbf{Y}\in\mathbf{D}$.

Для решения сформулированной задачи, строго говоря, необходимо осуществить полный перебор C_K^N вариантов подмножества обучающих опорных точек. Если число исходных точек и требуемое число опорных точек для обучения невелики, такой подход вполне оправдан.

4. Результаты экспериментов

Для проведения экспериментов использовались космические стереоизображения из статьи [4], На рисунке 1 на снимке белыми квадратами отмечены 30 опорных точек с известными трехмерными координатами.

Рисунок 1. Изображение с отмеченными наземными опорными точками для которых известны геодезические координаты.

Для полученных оценок коэффициентов $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{d}}$ дробно-рациональной функции (RFM) вычислены значения ошибок (невязки) пикселях по каждой оси снимка: OX и OY. Для характеристики точности оценок использовалась среднеквадратичная ошибка – $RMSE$ (root-mean-square error). На основе невязок получены ошибки координат по каждой оси: ($RMSE_X$, $RMSE_Y$) и общая ошибка ($RMSE_{Total}$):

$$RMSE_{OX} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{x}_i - x_i \right)^2 \right)^{1/2}, \quad RMSE_{OY} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{y}_i - y_i \right)^2 \right)^{1/2},$$

$$RMSE_{Total} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{x}_i - x_i \right)^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{y}_i - y_i \right)^2 \right)^{1/2}$$

где $\hat{x}$ и $\hat{y}$ оценки координат снимка, полученные с использованием формулы (1) и координат точек земной поверхности L, P, H из набора обучающей выборки.

Таблица 1. Спектральная норма и показатель диагонального преобладания информационной матрицы в зависимости от расположения исходных наземных точек с указанием точности полученных оценок RPC-коэффициентов.

Распределение 12-ти точек	K(A)	$\phi[\mathbf{A}]$	$RMSE_X$ (пикселей)	$RMSE_Y$ (пикселей)	$RMSE_{Total}$ (пикселей)
Равномерное	180	2.92	1.67	1.49	2.2
По диагонали	2732.6	2.44	3.31	0.89	3.4
Вертикальное	6869.1	1.68	8.2	0.81	8.2

Как видно из таблицы 1, наименьшая ошибка ($RMSE_{Total}$) была получена для равномерно распределённых точек 2,2 пикселя.

5. Заключение

В ходе экспериментов было выяснено, что число обусловленности матрицы и показатель диагонального преобладания зависит от распределения опорных точек. На множестве заданных опорных точек удалось выделить наиболее информативное подмножество обучающих опорных точек, по которым RPC-коэффициенты могут быть определены с приемлемой точностью. Разработанный метод и алгоритм используются в сквозной информационной технологии построения ЦМР.

6. Благодарности
Работа выполнена при поддержке Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-07-00729 а, 17-29-03112 офи-м).

7. **Литература**

[1] Greve, C.W. Image processing on open systems / C.W. Greve, C.W. Molander, D.K. Gordon // Photogrammetric engineering and remote sensing. – 1992. – Vol. 70(8). – P. 85-89.
[2] Zhang, Z. A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry / Z. Zhang // Artificial intelligence. – 1995. – Vol. 78. – P. 87-119.
[3] Kotov, A.P. DEM generation based on RPC model using relative conforming estimate criterion / A.P. Kotov, Ye.V. Goshin, A.V. Gavrilova, V.A. Fursov // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 201. – P. 708-717. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.589.
[4] Аншаков, Г.П. Метод создания цифровых моделей рельефа местности и его практическое применение на примере Самарской области / Г.П. Аншаков, Г.Н. Мятов, В.А. Малиновский // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика СП Королёва (национального исследовательского университета). – 2015. – Т. 14, № 4. – С. 7-16. DOI: 10.18287/2412-7329-2015-14-4-7-16.
[5] Fursov, V.A. Conforming Identification of the Controlled Object / V.A. Fursov, A.V. Gavrilov // Proceeding Inernational Conference on Computing, Communications and Control Technologis: CCCT. – 2004. – P. 326-330.
[6] Tao, C.V. A comprehensive study of the rational function model for photogrammetric processing / C.V. Tao, Y. Hu // Photogrammetric engineering and remote sensing. – 2001. – Vol. 67(12). – P. 1347-58.
[7] Grodecki J. Block adjustment of high-resolution satellite images described by rational polynomials / J. Grodecki, G. Dial // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. – 2003. – Vol. 69(1). – P. 59-68.
[8] Библиотека обработки изображений OpenCV [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://opencv.org (01.02.2018).
[9] Huber, P.J. Robust estimation of a location parameters / P.J. Huber // The Annals of Mathematical Statistics. – 1964. – Vol. 35(1). – P. 73-101.

Computing RPC using robust bucketing for automatic selection of GCPs

V.A. Fursov[1,2], **A.P. Kotov**[2]

[1]Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001
[2]Samara National Research University, Moskovskoye shosse, 34, Samara, Russia, 443086

Abstract. A critical step in the Digital Elevation Model (DEM) generation is image georeferencing establishing sensor orientation, which is performed using ground control points. For terrain-dependent scenarios, different results can be obtained with different input control information, such as the number of GCPs and their distribution. Given a set of known control points, the question is how to select a group of control points by which the RFM can reach the best overall fitting accuracy. We developed a robust bucketing method for automatic selection of GCPs from a given set of control points.

Keywords: digital elevation model (DEM), rational polynomial coefficients (RPC), robust estimation.