Субъективное моделирование формы изображений

А.И. Чуличков[1]

[1]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Ленинские горы 1, стр. 2, Москва, Россия, 119991

Аннотация. В работе представлены два подхода к моделированию формы изображений сцены, опирающиеся на субъективные представления исследователя о правдоподобии утверждения «предъявленное изображение имеет заданную форму». Под формой понимается множество изображений сцены, регистрируемых при всевозможных условиях (освещения, экспозиции и др.) Для моделирования правдоподобия используется введенная Ю.П.Пытьевым мера правдоподобия. Эта меря является функцией, заданной на множестве высказываний и упорядочивающая их по правдоподобию. Полученные субъективные модели форм позволяют использовать аппарат теории оптимальных стратегий для решения морфологических задач.

1. Введение

Методы морфологического анализа изображений используют их структурно-яркостное описание. Первые подходы к описанию морфологии изображений появились в 70-х годах прошлого века, к ним относятся математическая морфология, описанная в работе Ж. Серра [1], и методы морфологического анализа изображений, опубликованные в работах Ю.П. Пытьева [2-5], причем подходы к описанию формы изображений в этих работах принципиально отличались.

Методы морфологического анализа изображений Ю.П.Пытьева были продолжены под его руководством его учениками [6-9]. Эти методы широко и успешно применяются для решения ряда задач, таких, как узнавание объектов по форме их изображения, выделение отличий в сценах по их изображениям, оценка параметров объектов изображенных сцен и т.п. [6, 8, 10]. Они также применяются для анализа формы изображений и сигналов при решении ряда прикладных задач [11-13].

Под формой изображения в методах морфологического анализа Ю.П.Пытьева понимается инвариант преобразования изображений, моделирующих изменение условий его регистрации. Тем самым форма изображения не зависит от освещения, параметров регистрирующей аппаратуры и т.п. и определяется только свойствами объектов изображаемой сцены. В классических методах морфологического анализа в терминах названного инварианта дается определение формы изображения, вводится операция сравнения изображений по форме и предлагается набор методов решения ряда задач анализа изображений.

Однако при решении этих задач существенным может оказаться дополнительная информация о сцене или ее изображениях, которая, с одной стороны, трудно формализуется в терминах классического морфологического анализа, а с другой – может существенно увеличить точность и адекватность решений. Для учета такого рода информации при решении задач математического моделирования в работе [14] Ю.П.Пытьев предлагает использовать нечеткие меры правдоподобия и доверия на множестве высказываний. Данная работа посвящена применению и развитию этого подхода к морфологическому анализу изображений.

2. Форма изображения

В классическом морфологическом анализе каноническим примером служит форма мозаичного изображения. Для ее определения задается математическая модель изображения некоторой сцены S в виде

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n} c_i(x)\chi_i(x) \qquad x \in X\,, \tag{1}$$

здесь X – ограниченное подмножество двумерной плоскости (поле зрения), $\chi_i(\cdot)$ - индикаторы множеств A_i, $i=1,\ldots,n$, образующих разбиение X: $X=\bigcup_{i=1}^{n} A_i$, $A_i \bigcap A_j=\varnothing$ при $i \neq j$, $\chi_i(x)=\begin{cases}1, x \in A_i, \\ 0, x \notin A_i,\end{cases}$ $c_i(\cdot)$ - непрерывная на A_i функция, моделирующая яркость (цвет, если $c_i(\cdot)$ векторнозначная функция) области A_i. Иными словами, (1) есть математическая модель сегментированного изображения, яркость (цвет) которого непрерывно меняется внутри сегмента A_i. Геометрическая форма сегментов A_i отражает оптические и геометрические свойства объектов сцены, а яркости $c_i(\cdot)$ изображения одной и той же сцены могут изменяться при вариациях условий регистрации. Таким образом, неизменным во всех изображениях сцены, полученных при всевозможных условиях регистрации, являются индикаторы $\chi_i(\cdot)$, $i=1,\ldots,n$. В терминах этих индикаторов и дается описание формы мозаичного изображения сцены.

Математическое определение формы изображения следующее: формой изображения (1) называется множество

$$V_f=\{g(x)=\sum_{i=1}^{n} c'_i(x)\chi_i(x), c'_i(\cdot) \in F_i, i=1,\ldots,n\}. \tag{2}$$

Это множество определяется набором индикаторов $\chi_i(\cdot)$, $i=1,\ldots,n$, и учитывает ограничения на возможные классы изменения яркости (цвета) каждого множества A_i с индикатором $\chi_i(\cdot)$. Обычно считается, что изображения $f(\cdot)$ и $g(\cdot)$ являются элементами линейного нормированного пространства, чаще всего евклидова пространства R; тогда, если V_f - выпукло и замкнуто в R, то с ним взаимно однозначно связан оператор проецирования $P_f : R \to R$, при этом $g(\cdot) \in V_f$ тогда и только тогда, когда $P_f g = g$. Изображение $g-P_f g$ представляет все то, что отличает $g(\cdot)$ от формы V_f изображения $f(\cdot)$, поэтому величина $\left\|g-P_f g\right\|^2$ есть мера отличия $g(\cdot)$ от формы V_f.

На практике большее распространение имеет отношение $\tau_f=\dfrac{\left\|g-P_f g\right\|^2}{\left\|P_f g-P_0 g\right\|^2}$. Здесь $P_0 : R \to R$ - проектор на множество изображений, равных константе на X, так что $P_0 g$ - изображение с постоянной яркостью (цветом), равной средней яркости $g(x)$ на поле зрения X. Знаменатель при этом характеризует величину составляющей изображения $g(\cdot)$, имеющей форму V_f, от константы, определяя величину «полезного сигнала», в то время как числитель дает отличие $g(\cdot)$ от V_f, которое можно интерпретировать как помеху, если считать $g(\cdot)$ искаженным изображением той же сцены, что и изображение $f(\cdot)$. Отношение $\tau_f = \dfrac{\|g - P_f g\|^2}{\|P_f g - P_0 g\|^2}$ определяет отличие по форме изображения $g(\cdot)$ от $f(\cdot)$; в силу вышесказанного ему можно придать смысл отношения «шум»/«сигнал».

3. Субъективная модель формы изображения при фиксированных сегментах мозаичности

Множество V_f всевозможных изображений сцены S в предыдущем примере формального является «четким» множеством, для любого элемента $g(\cdot) \in R$ имеется однозначный ответ, принадлежит ли $g(\cdot)$ форме V_f или нет. Однако на практике исследователь может задать правило, позволяющее для любой пары изображений, $g_1(\cdot) \in R$ и $g_2(\cdot) \in R$, указать, какое из них больше похоже на изображение сцены S, либо сказать, что они одинаково похожи. Эти свои представления исследователь может моделировать, задавая меру правдоподобия [14] утверждения, что $g(\cdot)$ схоже по форме с $f(\cdot)$, и, если понадобится, то и меру доверия к этому утверждению, характеризующее, насколько можно недоверять противоположному утверждению. Формально эти меры можно определить, если в (1) коэффициенты $c_i(\cdot)$, $i = 1,\ldots,n$, считать неопределенными элементами в терминах работы [14]. Пусть для простоты $c_i(\cdot)$ в (1) есть константы, не зависящие от $x \in X$, тогда распределение правдоподобия неопределенного вектора $(c_1,\ldots,c_n)$, можно задать в виде функции $\pi^{c_1,\ldots c_n}(z_1,\ldots,z_n): R^n \to [0,1]$. Содержательный смысл этой функции таков: если $\pi^{c_1,\ldots c_n}(z_1,\ldots,z_n) < \pi^{c_1,\ldots c_n}(\tilde{z}_1,\ldots,\tilde{z}_n)$, то изображение $\tilde{g}(x) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{z}_i \chi_i(x)$ по форме больше схоже с $f(\cdot)$, чем изображение $g(x) = \sum_{i=1}^{n} z_i \chi_i(x)$ в соответствии с субъективным представлением модельера.

Предложенный прием позволяет нам субъективно сравнивать по форме мозаичные изображения. Однако для анализа может быть предложено изображение $\xi(\cdot)$, не являющееся мозаичным. В этом случае прежде, чем применять субъективное сравнение, можно вычислить проекцию $\Pi_f \xi$ изображения $\xi(\cdot)$ на линейное подпространство $L(\chi_1(\cdot),\ldots,\chi_n(\cdot)) \subset R$, натянутое на индикаторы $\chi_1(\cdot),\ldots,\chi_n(\cdot)$, и затем сравнивать проекцию $\Pi_f \xi = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{(\xi, \chi_i)}{\|\chi_i\|^2} \chi_i$ с субъективной формой изображения $f(\cdot)$, вычисляя $\pi^{c_1,\ldots c_n}(z_1,\ldots,z_n)$ при $z_i = \dfrac{(\xi, \chi_i)}{\|\chi_i\|^2}$.

Однако в этом случае мы получаем двухкритериальное описание, которое не всегда удобно на практике.

Для получения единого критерия близости следует задать распределение правдоподобия на всем множестве *R*, считая, что изображение $\xi(x) = g(x) + \nu(x)$, где $g(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i \chi_i(x)$ -

мозаичное кусочно постоянное изображение, а $\nu(\cdot)$ - неопределенный элемент, распределение правдоподобия которого есть монотонная функция его нормы в пространстве *R*: $\pi^{\nu}(y) = \mu_0(\|y\|)$. Считая неопределенные элементы $\nu(\cdot)$ и $(c_1,...,c_n)$ независимыми, получим совместное распределение пары нечетких элементов $\pi^{\nu,c_1,...c_n}(y, z_1,..., z_n) = \min\{\pi^{\nu}(y), \pi^{c_1,...c_n}(z_1,..., z_n)\}$.
Имея распределение правдоподобия, можно применять аппарат принятия решений теории субъективного моделирования, описанный в работе [14].

4. Построение общей субъективной модели формы изображения

В предыдущем разделе построена математическая модель формы изображения, в которой субъективные предпочтения исследователя касаются только яркостных характеристик изображения, геометрическая структура считается заданной. Однако на практике часто приходится допускать, что сцена S может порождать изображения с различной сегментацией. В настоящей работе предлагается выбирать субъективную модель формы изображения на основе зрительного анализа предъявленного изображения сцены.

Пусть предъявляется изображение $\xi(x)$ сцены S в виде смеси «идеального» изображения $f(\cdot)$ и шума $\nu(\cdot)$: $\xi(x) = f(x) + \nu(x)$. Математическая модель шума априори не задается, однако считается, что у исследователя имеется достаточный опыт и интуиция, чтобы отличить шумовое изображение от изображения некоторой сцены. Что же касается формы изображения $f(\cdot)$, то считается, что оно задано как семейство четких множеств $V_f(\vartheta)$, зависящих от параметра $\vartheta \in \Theta$.

Задача состоит в построении распределения возможностей на множестве параметров формы Θ а тем самым – и на множестве форм. Основная идея построения такого распределения взята из работы [15].

Пусть для каждого $\vartheta \in \Theta$ форма $V_f(\vartheta)$ есть линейное подпространство *R*, $P_f(\vartheta)$ линейный оператор ортогонального проецирования на $V_f(\vartheta)$ в *R*. Тогда, если значение параметра ϑ определяет форму изображения, согласующегося с субъективным представлением исследователя о форме изображения сцены S, изображение $\xi - P_f(\vartheta)\xi$ есть шумовое изображение, а $P_f(\vartheta)\xi$ - изображение сцены S, причем $P_f(\vartheta)\xi$ и $\xi - P_f(\vartheta)\xi$ лежат в ортогональных подпространствах, что позволяет считать их независимыми.

Исследователь для каждого выбранного значения $\vartheta = t_k \in \Theta$, *k*=1,…,*K*, по визуальному анализу ряда изображений $P_f(t_k)\xi$ на основе опыта и интуиции указывает свое отношение к его сходству с изображением сцены S, задавая распределение правдоподобия $\pi_f^{\vartheta}(t)$, $t = t_k$, *k*=1,…,*K*. Далее, на основании визуального анализа ряда изображений $\xi - P_f(t_k)\xi$ исследователь на основе своих опыта и интуиции указывает свое отношение к его сходству с шумовым изображением, строя распределение правдоподобия $\pi_{\nu}^{\vartheta}(t)$, $t = t_k$, *k*=1,…,*K*. Объединение этих двух моделей при условии независимости элементов из ортогональных друг другу подпространств дает результат $\pi^{\vartheta}(t) = \min\{\pi_f^{\vartheta}(t), \pi_{\nu}^{\vartheta}(t)\}$, $t = t_k$, *k*=1,…,*K*.

Построенное таким образом распределение правдоподобий на множестве параметров $\vartheta \in \Theta$ позволяет решать ряд задач анализа изображений, например, задача оценки формы изображения сцены по предъявленному изображению может быть решена выбором формы

$V_f(t_*)$, где $t_* = \arg\max_{t=t_1,...t_K} \pi^{\vartheta}(t)$ - наиболее правдоподобное значение параметра $\vartheta \in \{t_1,...,t_K\}$.

5. Заключение

В работе предложены два подхода к построению субъективной модели формы изображения, позволяющие учесть опыт и интуицию исследователя. Построенные с помощью этих подходов модели позволяют использовать математический аппарат принятия оптимальных решений, разработанный в теории возможностей, для морфологических исследований.

6. Литература

[1] Serra, J. Image Analysis and Mathematical Morphology. – London: Academic Press, 1982. – 610 p.

[2] Пытьев, Ю.П. Морфологические понятия в задачах анализа изображений / Ю.П.Пытьев // Докл. АН СССР. – 1975. – Т. 224. – С. 1283-1286.

[3] Pyt'ev, Yu.P. Morphological image analysis / Yu.P. Pyt'ev // Pattern Recogn Image Anal. – 1993. – Vol. 3. – P. 19-28.

[4] Pyt'ev, Yu.P. The morphology of color (multispectral) images / Yu.P. Pyt'ev // Pattern Recogn Image Anal. – 1997. – Vol. 7. – P. 467-473.

[5] Pyt'ev, Yu.P. Methods of morphological analysis of color images / Yu.P. Pyt'ev // Pattern Recogn Image Anal. – 1998. – Vol. 8. – P. 517-537.

[6] Пытьев, Ю.П., Методы морфологического анализа изображений / Ю.П. Пытьев, А.И. Чуличков. – М.: Физматлит, 2010. – 336 с.

[7] Pyt'ev, Y.P. Estimating the Parameters of Images and Signals by Morphological Analysis / Yu.P. Pyt'ev, A.I. Chulichkov // Measurement Techniques. – 2016. – Vol. 6. – P. 584-588. DOI:10.1007/s11018-016-1012-3.

[8] Чуличков, А.И. Методы морфологического анализа данных и их приложения / А.И. Чуличков, О.В. Фаломкина, Ю.П. Пытьев, А.В. Зубюк // Ученые записки физического факультета Московского университета. – 1975. – Т. 4. – С. 1740706-1-7.

[9] Зубюк, А.В. Эмпирическое построение решающих правил в стохастической морфологии / А.В. Зубюк // Фундаментальная и прикладная математика. – 2009. – Т. 15, № 6. – С. 43-50.

[10] Чуличков, А.И. Фильтрация монотонных выпуклых сигналов, искаженных шумом, и оценка положения особых точек / А.И. Чуличков, Д.С. Демин // Фундаментальная и прикладная математика – 2009. – Т. 15, № 6. – С. 15-31. DOI: 10.1007/s10958-011-0220-2.

[11] Asadchikov, V.E. Morphological Analysis and Reconstruction for Computed Tomography / V.E. Asadchikov, A.I. Chulichkov, A.V. Buzmakov, M.V. Chukalina, D.P. Nikolaev, R.A. Senin, G. Schaefer // International Journal of Computer Information Systems and Industrial Management Applications. – 2011. – Vol. 3. – P. 19-25.

[12] Чуличков, А.И. Морфологический анализ инфразвуковых сигналов в акустике / А.И. Чуличков, С.Н. Куличков, Д.С. Демин. – М.: «Новый Акрополь», 2010. – 132 с.

[13] Chulichkov, A.I. On cloud bottom boundary determination by digital stereo photography from the Earth's surface / A.I. Chulichkov, M.S. Andreev, G.S. Golitsyn, N.F. Elansky, A.P. Medvedev, O.V. Postylyakov // Atmospheric and Oceanic Optics. – 2017. – Vol. 30(2). – P. 184-190. DOI: 10.1134/S1024856017020075.

[14] Пытьев, Ю.П. Вероятность, возможность и субъективное моделирование в научных исследованиях / Ю.П. Пытьев. – М.: Физматлит, 2018. – 272 с.

[15] Пытьев, Ю.П. Математический формализм субъективного моделирования / Ю.П. Пытьев, О.В. Фаломкина, С.А. Шишкин, А.И. Чуличков // Машинное обучение и анализ данных. – 2018. – Т. 4, № 2. – С. 108-121. DOI: 10.21469/22233792.4.2.04.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 17-07-00832 а.

Subjective modeling of image shape

A.I. Chulichkov[1]

[1]M.V.Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory 1, Moscow, Russia, 119991

Abstract. The paper presents two approaches to modeling the shape of images of a scene, based on the subjective views of the researcher about the likelihood of the statement “the presented image has a given shape”. The shape is understood as a set of images of the scene, recorded under all possible conditions (lighting, exposure, etc.). To simulate the likelihood, the measure of likelihood introduced by Yu.P. Pytyev is used. This measure is a function defined on a set of statements and ordering them according to plausibility. The obtained subjective models of shapes allow using the theory of optimal strategies for solving morphological problems.