

Структура и спектр мод с азимутальным числом $\ell > 1$ скрученных анизотропных оптических волокон

Е.В. Баршак¹, К.Н. Алексеев¹, Д.В. Викулин¹, Б.П. Лапин¹, М.А. Яворский¹

¹Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, проспект Академика Вернадского 4, Симферополь, Россия, 295007

Аннотация. В данной работе получены аналитические выражения для мод высших порядков с азимутальным числом, большим единицы, слабонаправляющих скрученных оптических волокон с одноосной линейной анизотропией материала волокна. Установлены аналитические выражения для соответствующих постоянных распространения, учитывающие совместное влияние линейной анизотропии, скрутки, в том числе крутильные механические напряжения, и спин-орбитального взаимодействия.

1. Введение

В настоящее время в рамках развития волоконной оптики особое внимание направлено на вопросы генерирования оптических пучков с орбитальным угловым моментом (ОУМ) и управления их параметрами. Практически важным классом таких пучков являются оптические вихри (ОВ) [1]. ОВ – особые решения волнового уравнения – принадлежат к семейству мод высших порядков некоторых типов оптических волокон [2-6]. Сегодня следует отметить все возрастающий интерес к использованию высших мод оптических волокон в информационных технологиях. Хорошо известно, что ОВ переносят орбитальный угловой момент (ОУМ) [7-8], который, в свою очередь, определяется топологическим зарядом ОВ ℓ . Поскольку топологический заряд ОВ принимает значения $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, это дает возможность использовать теоретически неограниченные степени свободы излучения, позволяя таким образом значительно повысить информационную пропускную способность канала связи, используя для кодирования данных «орбитальные» степени свободы излучения. Такое ОУМ-мультиплексирование усовершенствует таким образом стандартные техники мультиплексирования с разделением по длине волны, фазе, амплитуде и состоянию поляризации светового пучка, а также обеспечивает принципиально новый уровень защиты данных от несанкционированного считывания [9].

Потенциал практического применения ОВ, в частности в информационных ОУМ-технологиях, может быть полноценно раскрыт при условии устойчивого распространения ОВ на необходимое расстояние. Большое количество работ в мировой литературе посвящены поиску благоприятной для этого оптической среды. С этой целью были исследованы процессы распространения ОВ как в оптических волокнах различного типа [10–12], так и в свободном пространстве [13–15]. Однако, основанная на ОУМ передача информации в свободном пространстве испытывает серьезные ограничения, вызванные разрушающим влиянием атмосферы [16], так что более перспективной средой для развития техники ОУМ-мультиплексирования представляются оптические волокна. Действительно, в ряде работ были

предложены, теоретически и экспериментально исследованы различные типы оптических волокон [15, 17–20], поддерживающих устойчивое по отношению к малым внешним возмущениям распространение ОВ. Так, было показано, что право- и лево-циркулярно поляризованные ОВ с топологическим зарядом $\ell = +1$ и $\ell = -1$, соответственно, являются модами высших порядков простейших циркулярных волокон [5,6,21]. Кроме того, с использованием специального типа циркулярного волокна успешно был проведен эксперимент по передачи данных, закодированных в состояниях ОВ, на расстояние более 1 км при скорости 400 гигабит в секунду [17]. Также было установлено, что ОВ являются модами скрученных в процессе вытяжки волокон (spun fiber) с анизотропией материала [22] и эллиптичностью поперечного сечения [23]. Далее, было показано, что в анизотропных и эллиптических оптических волокнах, с крутильными механическими напряжениями (КМН), наводимыми скруткой (twisted fiber), вихревые моды с целым на фотон ОУМ оказываются устойчивы по отношению к практически важным типам малых внешних возмущений, что позволяет передавать закодированную в значениях ОУМ ОВ информацию на необходимое расстояние [20]. Основные исследования этого направления велись для мод высших порядков с единичным топологическим зарядом. Поскольку топологический заряд определяет ОУМ ОВ, рост возможностей информационных ОУМ-технологий очевидно требует детального изучения характеристик мод высших порядков с произвольным азимутальным числом в оптических волокнах.

Таким образом, целью данной работы является установление общего вида аналитических выражений для мод с азимутальным числом $|\ell| > 1$ скрученных (twisted) анизотропных оптических волокон и соответствующих им постоянных распространения с учетом совместного влияния на их формирование скрутки, анизотропии материала, а также спин-орбитального взаимодействия.

2. Модель и основное уравнение

Пусть в оптическом волокне с круглым поперечным сечением, имеющим сердцевину радиуса r_0 и бесконечную оболочку, наведена одноосная анизотропия материала. Скрутка такого оптического волокна вокруг его оси приводит к вращению оси анизотропии материала и возникновению в нем крутильных механических напряжений. Будем считать, что угол между осью анизотропии в сечении с координатой z и осью анизотропии в сечении в координатой $z = 0$ равен $2\pi z/H = qz$, H – шаг скрутки волокна (рисунок 1).

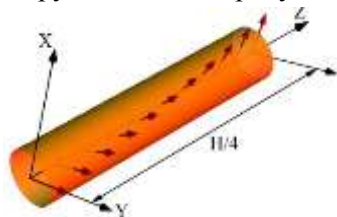


Рисунок 1. Модель скрученного оптического волокна с линейной анизотропией материала. Стрелки указывают направление оси анизотропии. H – шаг скрутки волокна.

Диэлектрическая проницаемость описанной модели оптического волокна имеет вид []:

$$\hat{\varepsilon}(r, \varphi, z) = \varepsilon_c (1 - 2\Delta f(r)) + \hat{\varepsilon}_{\text{ан}}(z) + \hat{\varepsilon}_{\text{КМН}}(r, \varphi) \quad (1)$$

где первое слагаемое описывает диэлектрическую проницаемость циркулярного волокна, $\Delta = (\varepsilon_c - \varepsilon_{\text{об}})/2\varepsilon_c$ – высота профиля показателя преломления, ε_c и $\varepsilon_{\text{об}}$ – значения диэлектрической проницаемости в сердцевине и оболочке волокна, соответственно. В данной работе рассматриваются слабонаправляющие оптические волокна, для которых $\Delta \ll 1$, что обуславливает параксиальный характер распространения оптических мод. Функция $f(r)$ определяет распределение показателя преломления среды. Для оптических волокон, имеющих ступенчатый профиль показателя преломления, $f(r)$ имеет вид $f(r) = \Theta(R-1)$, где Θ – функция Хевисайда, $R = r/r_0$. Второе слагаемое в формуле (1) описывает линейную анизотропию материала волокна, введенную в модель следующей заменой диэлектрической

проницаемости идеального циркулярного волокна:
 $\varepsilon_{\text{ид}} \rightarrow \varepsilon_{\text{ан}} = \text{diag}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_y)(1 - 2\Delta f(r)) \approx \varepsilon_c(1 - 2\Delta f(r))\hat{1} + \delta\varepsilon_{\text{ан}}\hat{s}$, где $\varepsilon_c = (\varepsilon_x + \varepsilon_y)/2$, $\delta\varepsilon_{\text{ан}} = (\varepsilon_x - \varepsilon_y)/2 \ll 1$ – параметр линейной анизотропии, $\hat{s} = \text{diag}(1, -1, -1)$. Учитывая вращение оси анизотропии, имеем следующую поправку к диэлектрической проницаемости циркулярного

волокна: $\hat{\varepsilon}_{\text{ан}}(z) = \delta\varepsilon_{\text{ан}} \begin{pmatrix} \cos(2qz) & \sin(2qz) & 0 \\ \sin(2qz) & -\cos(2qz) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Последнее слагаемое в формуле (1) обусловлено

влиянием КМН, возникающих вследствие скрутки волокна. Посредством явления фотоупругости КМН приводят к появлению в диэлектрической проницаемости тензорного

слагаемого: $\hat{\varepsilon}_{\text{КМН}}(r, \varphi) = \varepsilon_c q p_{44} r_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\cos \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \end{pmatrix}$, где $q = 2\pi/H$, H – шаг скрутки волокна,

$p_{44} = 0.5(p_{11} - p_{12})$, p_{11} , p_{12} – константы фотоупругости, которые для кварца имеют значения: $p_{11} = 0.121$, $p_{12} = 0.270$, $p_{44} \approx -0.075$ для длины волны излучения $\lambda = 0.63$ мкм. Используется цилиндрическая система координат (r, φ, z) , ось z которой совпадает с осью волокна.

Распространение света в оптическом волокне с диэлектрической проницаемостью (1) описывается векторным волновым уравнением [24]:

$$(\nabla^2 + k^2 \hat{\varepsilon})\mathbf{E} = -\nabla \left[(\mathbf{E} \cdot \nabla \ln \bar{\varepsilon}) + q p_{44} \varepsilon_c r \left(\sin \varphi \frac{\partial E_x}{\partial z} + \cos \varphi \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \right], \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, вектор электрического поля $\mathbf{E}_T = \text{col}(E_x, E_y, E_z) = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z$, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, $\bar{\varepsilon}$ – скалярная часть диэлектрической проницаемости.

Для установления вида мод высших порядков с азимутальным числом $|\ell| > 1$ требуется учитывать два важных фактора: а) влияние векторного характера электромагнитного поля на его эволюцию в неоднородном веществе – спин-орбитальное взаимодействие (СОВ) [5,6]; б) взаимное влияние продольной и поперечной компонент электрического поля, индуцированное КМН. Математически СОВ описывается первым слагаемым в градиентном члене – правой части в векторном волновом уравнении (2) [5]. Остальные слагаемые в градиентном члене возникают вследствие тензорного характера диэлектрической проницаемости (1), обусловленного КМН.

3. Моды и постоянные распространения

Далее, представив уравнение (2) в операторном виде и сделав ряд преобразований, включающих переход в локальную систему координат, отслеживающую поворот оси анизотропии, получаем, что для установления структуры мод и соответствующих постоянных распространения, необходимо решить уравнение вида:

$$\hat{H}\mathbf{X} = 0, \quad (3)$$

Компоненты вектора \mathbf{X} являются коэффициентами a_i^k в разложении искомого мод по базисным векторам:

$$\{|1, 2\rangle, |-1, 2\rangle, |1, -2\rangle, |-1, -2\rangle, |1, 3\rangle, |-1, 3\rangle, |1, -3\rangle, |-1, -3\rangle \dots |1, |\ell|\rangle, |-1, |\ell|\rangle, |1, -|\ell|\rangle, |-1, -|\ell|\rangle\}, \quad (4)$$

где $|\sigma, \ell\rangle = (1/\sqrt{2})e^{i\ell\varphi} \text{col} \left(F_\ell(r), i\sigma F_\ell(r), \frac{i}{\beta_\ell r} [rF'_\ell - \sigma\ell F_\ell(r)] e^{i\sigma\varphi} \right)$, индекс $\sigma = \pm 1$ определяет направление

циркулярной поляризации, ℓ – топологический заряд ОВ. Радиальная функция $F_\ell(r)$ является

решением известного уравнения [21]: $\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} - \frac{\ell^2}{R^2} + \tilde{U}^2 - V^2 f(R) \right) F_\ell(R) = 0$, где

$V = kr_0(\varepsilon_c - \varepsilon_{os})^{1/2} = kr_0\sqrt{2\Delta\varepsilon_c}$ – волноводный параметр. Для рассматриваемых в данной работе

волокон со ступенчатым профилем показателя преломления $F_\ell(r)$ имеет вид [21]:

$$F_\ell(r) = \begin{cases} J_\ell(\tilde{U}R)/J_\ell(\tilde{U}), & r \leq r_0, \\ K_\ell(\tilde{W}R)/K_\ell(\tilde{W}), & r \geq r_0 \end{cases}, \text{ где } J_\ell - \text{ функция Бесселя 1-го рода } \ell\text{-го порядка, а } K_\ell -$$

модифицированная функция Бесселя 1-го рода ℓ -го порядка (модифицированная функция Ханкеля), $\tilde{U} = r_0(k^2\varepsilon_c - \tilde{\beta}_\ell^2)^{1/2}$, $\tilde{\beta}_\ell$ – скалярная постоянная распространения, $\tilde{W}^2 = V^2 - \tilde{U}^2$.

Матрица \hat{H} в уравнении (2) представима в следующем виде:

$$\hat{H} = \sum_{\ell=2}^{\ell_{\max}} \oplus \hat{H}_\ell, \quad (5)$$

где $\hat{H}_\ell = \begin{pmatrix} D_+ & E \\ E & D_- \end{pmatrix}$, $D_\pm = (2q(\ell \pm 1) - 2\tilde{\beta}_\ell)\beta + 2\tilde{\beta}_\ell^2 - 2gq\tilde{\beta}_\ell(\ell \pm 1) + A_{\pm 1, \ell} - q^2(\ell \pm 1)^2$, параметр КМН

$g = k^2 |p_{44}| \varepsilon_c^2 / 2\tilde{\beta}_\ell^2$, $A_{\pm 1, \ell} = \frac{\Delta}{r_0 Q_\ell} (F'_\ell(1) \mp \ell)$ характеризует СОВ, штрих означает производную по R ,

$Q_\ell = \int_0^\infty F_\ell^2(R) R dR$, матричные элементы $E = k^2 \delta \varepsilon_{\text{ан}}$ обусловлены влиянием анизотропии

материала. Выражение (5) позволяет далее работать в подпространствах, состоящих из пар ортогонально поляризованных ОВ с одинаковым значением топологического заряда: $\{|1, \ell\rangle, |-1, \ell\rangle\}$. Моды в каждом из таких подпространств в локальной системе координат имеют вид:

$$|\Psi_1\rangle = (\cos\theta|1, \ell\rangle + \sin\theta|-1, \ell\rangle) e^{i\beta_1 z}, \quad |\Psi_2\rangle = (\sin\theta|1, \ell\rangle - \cos\theta|-1, \ell\rangle) e^{i\beta_2 z}, \quad (6)$$

где $\text{tg } 2\theta = \frac{E}{2q\tilde{\beta}_\ell(1-g) + (A_{1,\ell} - A_{-1,\ell})/2}$, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$. Из выражений (6) видно, что моды в локальной

системе координат представляют собой эллиптически поляризованные поля, степень эллиптичности которых определяется параметром θ . В лабораторной системе координат моды (6) имеют вид:

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &= F_\ell(R) \left(\cos\theta e^{-iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sin\theta e^{iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right) e^{i\ell\varphi} e^{i\beta_1 z} \\ |\Psi_2\rangle &= F_\ell(R) \left(\sin\theta e^{-iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} - \cos\theta e^{iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right) e^{i\ell\varphi} e^{i\beta_2 z}. \end{aligned} \quad (7)$$

Данные выражения показывают, что моды представляют собой Блоховские волны – состоят из двух волн, распространяющихся с несколько различными фазовыми скоростями, и обладают характерным свойством периодичности: $|\Psi_k(z+H)\rangle = |\Psi_k(z)\rangle e^{i\beta_k H}$. Т.е. при смещении моды на шаг скрутки она переходит в себя с точностью до глобального фазового множителя.

Постоянные распространения мод (6) имеют следующий вид:

$$\beta_{1,2} = \tilde{\beta}_\ell + q\ell(1-g) + \frac{A_{1,\ell} + A_{-1,\ell}}{4\tilde{\beta}_\ell} \pm \left(\left(q(1-g) + \frac{A_{1,\ell} - A_{-1,\ell}}{4\tilde{\beta}_\ell} \right)^2 + \left(\frac{E}{2\tilde{\beta}_\ell} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Здесь второе слагаемое обусловлено влиянием орбитальной компоненты скрутки и обеспечивает расщепление уровней ОВ с разным знаком топологического заряда. Третье слагаемое возникает в результате СОВ. Последнее слагаемое обусловлено совместным влиянием спиновой составляющей скрутки, СОВ и анизотропии материала, что обеспечивает расщепление уровней ортогонально-поляризованных ОВ.

4. Заключение

В данной работе получены аналитические выражения для мод высших порядков с азимутальным числом $|\ell| > 1$, скрученных оптических волокон с КМН, в которых наведена одноосная линейная анизотропия материала волокна. Впервые установлены аналитические

выражения для соответствующих модам с $|\ell| > 1$ постоянных распространения при произвольных соотношениях параметров скрутки, СОВ и линейной анизотропии. Полученные выражения позволяют исследовать важную задачу о распространении ОВ с целым на фотон ОУМ, большим единицы, в скрученных анизотропных оптических волокнах.

5. Благодарности

Данная работа выполнена при поддержке, оказанной в рамках Программы развития Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского на 2015-2024 гг., проект № ВГ02/2020.

6. Литература

- [1] Soskin, M.S. Topological charge and angular momentum of light carrying optical vortices / M.S. Soskin, V.N. Gorshkov, M.V. Vasnetsov, J.T. Malos, N.R. Heckenberg // *Physical Review A*. – 1997. – Vol. 56. – P. 4064-4075. DOI: 10.1103/PhysRevA.56.4064.
- [2] Воляр, А.В. Оптика сингулярностей поля маломодового волокна. II. Оптические вихри / А.В. Воляр, Т.А. Фадеева // *Оптика и Спектроскопия*. – 1998. – Т. 85. – С. 295-303.
- [3] Воляр, А.В. Вихревая природа мод оптического волокна: II. Распространение оптических вихрей / А.В. Воляр, Т.А. Фадеева // *Письма в Журнал Технической Физики*. – 1996. – Т. 22. – С. 63-67.
- [4] Alexeyev, C.N. Optical vortices and the flow of their angular momentum in a multimode fiber / C.N. Alexeyev, T.A. Fadeyeva, A.V. Volyar, M.S. Soskin // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics*. – 1998. – Vol. 1. – P. 1-8.
- [5] Alexeyev, C.N. Fiber optical vortices / C.N. Alexeyev, A.V. Volyar, M.A. Yavorsky // *Lasers, Optics and Electro-Optics Research Trends* – New York: Nova Publishers, 2007. – P. 131-223.
- [6] Liberman, V.S. Spin-orbit interaction of a photon in an inhomogeneous medium / V.S. Liberman, B.Ya. Zel'dovich // *Physical Review A*. – 1992. – Vol. – 46. – P. 5199-5207. DOI: 10.1103/PhysRevA.46.5199.
- [7] Yao, A.M. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications / A.M. Yao, M.J. Padgett // *Advances in Optics and Photonics*. – 2011. – Vol. 3. – P. 161. DOI: 10.1364/AOP.3.000161.
- [8] Willner, A.E. Optical communications using orbital angular momentum beams / A.E. Willner, H. Huang, Y. Yan, Y. Ren, N. Ahmed, G. Xie, C. Bao, L. Li, Y. Cao, Z. Zhao // *Advances in Optics and Photonics*. – 2015. – Vol. 7. – P. 66. DOI: 10.1364/AOP.7.000066.
- [9] Padgett, M.J. Orbital angular momentum 25 years on // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25. – P. 11265. DOI: 10.1364/OE.25.011265.
- [10] Bouchal, Z. Selective excitation of vortex fibre modes using a spatial light modulator / Z. Bouchal, O. Haderka, R. Celechovsky // *New Journal of Physics*. – 2005. – Vol. 7. – P. 125. DOI: 10.1088/1367-2630/7/1/125.
- [11] Ung, B. Few-mode fiber with inverse-parabolic graded-index profile for transmission of OAM-carrying modes / B. Ung, P. Vaity, L. Wang, Y. Messaddeq, L. A. Rusch, S. LaRochelle // *Optics Express*. – 2014. – Vol. 22. – P.18044. DOI: 10.1364/OE.22.018044.
- [12] Ramachandran, S. Generation and propagation of radially polarized beams in optical fibers / S. Ramachandran, P. Kristensen, M.F. Yan // *Optics Letters*. – 2009. – Vol. 34. – P. 2525. DOI: 10.1364/OL.34.002525.
- [13] Molina-Terriza, G. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum / G. Molina-Terriza, J.P. Torres, L. Torner // *Physical Review Letters*. – 2001. – Vol. 88. – P. 013601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.013601.
- [14] Gibson, J. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum / J. Gibson, M. Courtial, M. Padgett, V. Vasnetsov, S. Pas'ko, S. Barnett // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 12. – P. 5448. DOI: 10.1364/OPEX.12.005448.
- [15] Bouchal, Z. Mixed vortex states of light as information carriers / Z. Bouchal, R. Celechovsky // *New Journal of Physics*. – 2004. – Vol. 6. – P.131. DOI: 10.1088/1367-2630/6/1/131.

- [16] Malik, M. Influence of atmospheric turbulence on optical communications using orbital angular momentum for encoding / M. Malik, M. O'Sullivan, B. Rodenburg, M. Mirhosseini, J. Leach, M.P.J. Lavery, M.J. Padgett, R.W. Boyd // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 13195. DOI: 10.1364/OE.20.013195.
- [17] Bozinovic, N. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers / N. Bozinovic, Y. Yue, Y. Ren, M. Tur, P. Kristensen, H. Huang, A.E. Willner, S. Ramachandran // *Science*. – 2013. – Vol. 340. – P. 1545. DOI: 10.1126/science.1237861.
- [18] Bozinovic, N. Control of orbital angular momentum of light with optical fibers / N. Bozinovic, S. Golowich, P. Kristensen, S. Ramachandran // *Optics Letters*. – 2012. – Vol. 37. – P. 2451. DOI: 10.1364/OL.37.002451.
- [19] Alexeyev, C.N. Are optical vortices robust in twisted fibres // *Journal of Optics*. – 2012. – Vol. 14. – P. 085702. DOI: 10.1088/2040-8978/14/8/085702.
- [20] Barshak, E.V. Twisted anisotropic fibers for robust orbital-angular-momentum-based information transmission / E.V. Barshak, C.N. Alexeyev, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky // *Physical Review A*. – 2015. – Vol. 91. – P. 033833. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.033833.
- [21] Snyder, A.W. *Optical Waveguide Theory* / A.W. Snyder, J.D. Love // London, New York: Chapman and Hall, 1983. – P. 738. DOI: 10.1007/978-1-4613-2813-1.
- [22] Alexeyev, C.N. Vortex-preserving weakly guiding anisotropic twisted fibres / C.N. Alexeyev, A.V. Volyar, M.A. Yavorsky // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2004. – Vol. 6(5). – P. 162. DOI: 10.1088/1464-4258/6/5/002.
- [23] Alexeyev, C.N. Optical vortices and the higher order modes of twisted strongly elliptical optical fibres / C.N. Alexeyev, M.A. Yavorsky // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2004. – Vol. 6(9). – P. 824. DOI: 10.1088/1464-4258/6/9/002.
- [24] Alexeyev, C.N. Optical vortices in twisted optical fibres with torsional stress / C.N. Alexeyev, A.V. Volyar, M.A. Yavorsky // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2008. – Vol. 10. – P. 095007. DOI: 10.1088/1464-4258/10/9/095007.

Structure and spectrum of modes with azimuthal number $l > 1$ in twisted anisotropic optical fibers

E.V. Barshak¹, C.N. Alexeyev¹, D.V. Vikulin¹, B.P. Lapin¹, M.A. Yavorsky¹

¹V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Pr. Vernadsky 4, Simferopol, Russia, 295007

Abstract. In this paper we obtained analytical expressions for the higher-order modes with an azimuthal number greater than unity of the weakly guiding twisted optical fibers with uniaxial linear material anisotropy of the fiber. We established analytical expressions for the corresponding propagation constants, considering the mutual effect of the linear anisotropy, twisting, including torsional mechanical stresses, and spin-orbit interaction.