

# Сравнение вычисления межканальной синхронизации ЭЭГ по хребтам вейвлет-преобразования и с помощью преобразования Гильберта

Р.А. Толмачева<sup>1</sup>, Ю.В. Обухов<sup>1</sup>, Л.А. Жаворонкова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Моховая 11, корп. 7, Москва, Россия, 125009

<sup>2</sup>Институт высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, Бутлерова 5а, Москва, Россия, 117485

## Аннотация

В рамках нового подхода к оценке межканальной фазовой синхронизации сигналов электроэнцефалограмм (ЭЭГ), фазы сигналов вычисляются и сравниваются в точках хребтов их вейвлет-спектрограмм. Проведено сравнение вычисления межканальной синхронизации ЭЭГ двумя способами. Первым способом фаза сигнала вычисляется в точках хребтов их вейвлет-спектрограмм. При втором способе фаза сигнала вычисляется с помощью преобразования Гильберта. Приведены результаты сравнения двух методов.

## Ключевые слова

ЭЭГ, вейвлет-спектрограмма, хребты, фазовая синхронизация, черепно-мозговая травма, преобразование Гильберта

## 1. Введение

Учитывая наличие нарушения связей между различными областями мозга пациентов с последствиями черепно-мозговой травмы (ЧМТ), необходимы методы анализа ЭЭГ-сигналов, позволяющие определить степень связанности биопотенциалов мозга между различными каналами. Для оценки связанности областей мозга здоровых людей и пациентов с ЧМТ используют различные методы анализа ЭЭГ.

Рассмотрим подход к оценке фазовой связанности, который заключается в определении аналитического сигнала  $x^*(t) = x(t) + iH(x(t))$ , где  $H(x(t))$  – преобразование Гильберта [1]. Фаза сигнала будет рассчитана как арктангенс отношения мнимой составляющей сигнала к его действительной составляющей. Под фазовой синхронизацией двух сигналов понимается:

$$|\Phi_{x,y}(t)| \leq const \quad (1)$$

где  $\Phi_{x,y}(t) = n\Phi_x(t) - m\Phi_y(t)$ ,  $\Phi$  – фаза сигнала,  $n, m$  – целые числа.

Однако, найти угловую частоту сигнала в таком случае можно будет, продифференцировав фазу по времени. Численное дифференцирование является не точным способом определения угловой частоты, так как фаза ЭЭГ-сигнала имеет флуктуации.

В связи с этим ранее нами был предложен новый подход к оценке связанности ЭЭГ-сигналов, основанный на анализе хребтов их вейвлет-спектрограмм [2].

В приложении к работе [2] было показано, что сигнал  $x(t) = A(t)e^{i\Phi(t)}$  удовлетворяет асимптотическим свойствам при выполнении условий [3]:

$$\left| \frac{d\Phi(t)}{dt} \right| \gg \left| \frac{1}{A(t)} \frac{dA(t)}{dt} \right|, \left| \frac{1}{A(t)} \frac{dA(t)}{dt} \right| \ll \left| \frac{1}{\psi(t)} \frac{d|\psi(t)|}{dt} \right|, \quad (2)$$

при условии:  $0,5t^2|\Phi''(t)| \ll 1$ , где  $\psi(t)$  - материнский или анализирующий вейвлет-интеграла Морле:

$$W(\tau, f) = \sqrt{f} \int x(t) \psi^*((t - \tau)f) dt, \psi(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi F_b}} e^{2\pi i F_b \eta} e^{-\frac{\eta^2}{F_b}}, \quad (3)$$

где  $F_b = F_c = 1$ .

Подход к оценке межканальной фазовой синхронизации ЭЭГ в точках хребтов их вейвлет-спектрограмм со стационарной фазой, рассматривается как задача обратная задаче моделирования хребтов. В работе [3] показано, что для амплитуды и фазы амплитудно-модулированного сигнала  $x(t) = A(t)e^{i\Phi(t)}$  справедливо:

$$A(t) = |W(t, f_r)|, \Phi(t) \approx \arctan\left(\frac{\text{Im}W(t, f_r)}{\text{Re}W(t, f_r)}\right), \quad (4)$$

где  $f_r(t_i) = \arg \left\{ \max_{f(t_i) \in [0, 5.25 \text{ Гц}]} (|W(t_i, f(t_i))|) \right\}$ .

Так как хребет  $|W(t, f_r)|$  можно рассматривать как частотно-модулированный сигнал, то оценить фазу хребта можно по формуле [4]:

$$\Phi(t, f_r) = 2\pi f_r(t_i)t. \quad (5)$$

Таким образом, фазы ЭЭГ-сигналов вычисляются и сравниваются в точках хребтов  $(t_i, f_r)$  их вейвлет-спектрограмм, а частота хребта вейвлет-спектрограмм определяется без дифференцирования.

## 2. Заключение

Было проведено сравнение вычисления межканальной синхронизации ЭЭГ двумя способами: с помощью хребтов вейвлет-спектрограмм и с помощью преобразования Гильберта. Недостатком метода, основанного на преобразовании Гильберта, является определение угловой частоты ЭЭГ-сигнала путем численного дифференцирования, применение которого является не точным способом из-за флуктуаций фазы ЭЭГ-сигнала.

## 3. Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания при частичном финансировании РФФИ проект № 18-29-02035.

## 4. Литература

- [1] Rosenblum, M. Phase synchronization: from theory to data analysis / M. Rosenblum, A. Pikovsky, J. Kurths // Handbook of Biological Physics. – 2001. – Vol. 4(9). – P. 279.
- [2] Толмачева, Р.А. Новый подход к оценке межканальной фазовой связанности электроэнцефалограмм / Р.А. Толмачева, Ю.В. Обухов, А.Ф. Полупанов, Л.А. Жаворонкова // Радиотехника и электроника. – 2018. – Т. 63, № 9. – С. 1009-1014. DOI: 10.1134/S0033849418090206.
- [3] Guillemain, P. Characterization of Acoustic Signals Through Continuous Linear Time-Frequency Representations / P. Guillemain, R. Kronland-Martinet // Proc. IEEE. – 1996. – Vol. 84(4). – P. 561.
- [4] Харкевич, А.А. Спектры и анализ. – М.: Физматгиз, 1962. – С. 236.