

# Распознавание волнового фронта по картине интенсивности в фокальной плоскости на основе сверточных нейронных сетей

А.П. Дзюба<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Одним из важнейших факторов улучшения разрешения оптических систем является компенсация аберраций (искажений) волнового фронта. Для осуществления компенсации, как правило, используют специальные измерительные устройства (датчики волнового фронта) или выполняют итерационную коррекцию волнового фронта с помощью адаптивных зеркал. Однако часто (по причинам компактности или облегчения веса) желательно обойтись без применения специального оборудования измерения аберраций, а также сократить число итераций. Получить определенную информацию о волновом фронте можно по измеренной функции рассеяния точки (ФРТ) или картине интенсивности в фокальной плоскости. Известны методы обработки двух ФРТ (фокальной и внефокальной) с помощью нейронных сетей. В данной работе проведено исследование возможности распознавания волнового фронта по единственной картине интенсивности в фокальной плоскости. В качестве реализации использована технология глубокого машинного обучения с учителем - сверточные нейронные сети. Идея данной технологии заключается в чередовании сверточных и субдискретизирующих слоев, с целью эффективного распознавания изображений. Такой подход позволит оптимизировать процесс компенсации аберраций оптических систем и уменьшить количество требуемых входных данных.

## 1. Введение

Наличие аберраций в оптических системах приводит к ухудшению разрешения в изображениях, что является фундаментальной проблемой во многих приложениях от исследования космоса до улучшения зрения [1-6]. Различные методы и подходы были разработаны для уменьшения аберраций и увеличения разрешающей способности.

Одним из способов является аподизация оптической системы на основе дополнения системы амплитудными и/или фазовыми оптическими элементами, в том числе, асимметричных [7-12]. Однако, как правило, аподизация позволяет не только уменьшить размер центрального светового пятна, но и приводит к искажению функции рассеяния точки (ФРТ) и появлению боковых лепестков [13-15], которые ухудшают изображающие свойства оптической системы и требуют дополнительной цифровой обработки [16, 17].

Другим подходом к улучшению качества изображения является компенсация аберраций волнового фронта с помощью средств адаптивной оптики [3, 4, 18, 19]. Как правило, адаптивные системы представляют собой сложные оптические приборы, включающие в себя датчик волнового фронта, измеряющего искажения (абerrации), корректор волнового фронта и систему управления, реализующую связь между датчиком и корректором.

Датчик волнового фронта является одним из главных элементов в системе адаптивной оптики, поскольку получаемая с его помощью информация служит исходной для функционирования корректирующих элементов системы. Таким образом, что погрешность работы датчика определяет погрешность работы всей системы в целом. Сегодня существует большое разнообразие датчиков волнового фронта, в том числе, интерференционных [20], однако, наиболее распространенный – датчик Шака-Хартмана [21, 22]. Преимущество датчика Шака-Хартмана в том, что он полностью ахроматичен (нет зависимости от длины волны), а также способен выполнять измерения в пучках с частичной когерентностью, т.е. работать с неточечными (протяженными) источниками излучения. Однако датчики Шака-Хартмана имеют один существенный недостаток - перекрестные помехи на ПЗС-матрицах. Они возникают, когда достаточно сильно искаженный волновой фронт падает на матрицу, поскольку при сильных отклонениях он может выйти за пределы своего подмассива и попасть на соседнюю матрицу.

Анализировать волновой фронт также можно также на основе модового разложения. Заметим, что общепринятым представлением волнового фронта является ряд полиномов Цернике [23-26], которые соответствуют различным абберациям волнового фронта. Коэффициенты разложения волнового фронта по ортогональным полиномам Цернике позволяют определить среднеквадратическую ошибку отклонения от идеального фронта. Коэффициенты с высоким абсолютным значением автоматически указывают на те абберации, которые наибольшим образом искажают волновой фронт и, таким образом, позволяет существенно ускорить и упростить анализ. Для прямого оптического измерения амплитуд коэффициентов разложения волнового фронта по полиномам Цернике были предложены многопорядковые дифракционных оптические элементы [25, 27, 28]. Эти элементы были успешно использованы для анализа и восстановления волнового фронта [25, 28], однако однозначное восстановление возможно только для небольших аббераций [28].

В связи с упомянутыми недостатками различных датчиков волнового фронта разрабатываются и другие методы определения аббераций, в частности, по виду экспериментально зафиксированной ФРТ вне фокальной плоскости [29, 30]. В этом случае применяются итерационной процедуры, сходимость которых к правильному решению существенно зависит от начального приближения [31].

В работе [6] был реализован алгоритм распознавания аббераций по набору табулированных ФРТ для дискретных значений пяти параметров на основе перебора всех возможные сочетаний. Для обработки такой большого объема данных потребовалось с привлечением кластера «Келдыш» (МГУ). В данной работе рассматривается иной подход для анализа действия различных аббераций – на основе сверточных нейронных сетей [32]. Нужно отметить, что такие нейронные сети уже успешно применяются для улучшения качества изображения, полученного с помощью дифракционных линз [33, 34].

## 2. Теоретические основы

### 2.1 Волновые абберации

Волновой абберацией называется искажение формы волнового фронта (отклонение формы волнового фронта от идеальной). Распределение интенсивности в изображении точки (точечного источника), определяемое величиной аббераций и дифракцией на зрачках оптической системы, называется функцией рассеяния точки (ФРТ). Общепринятым представлением волнового фронта, а также его аббераций является базис полиномов Цернике [23-28].

Рассмотрим круговые полиномы Цернике, которые представляют собой полное множество ортогональных функций с угловыми гармониками в круге радиуса  $R$  [35]:

$$\Psi_{nm}(r, \phi) = \sqrt{\frac{n+1}{\pi R^2}} Z_n^m(r) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $Z_n^m(r)$  – радиальные полиномы Цернике ( $|m| \leq n$ ):

$$Z_n^m(r) = \sum_{p=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^p (n-p)!}{p! \left(\frac{n+m-p}{2}\right)! \left(\frac{n-m-p}{2}\right)!} \left(\frac{r}{R}\right)^{n-2p}, \tag{2}$$

Разложение светового поля с комплексной амплитудой  $E(r)$  в ряд по функциям (1) записывается в виде

$$E(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n C_{nm} \Psi_{nm}(r, \phi), \tag{3}$$

Пространственный спектр, который соответствует преобразованию Фурье поля  $E(r)$ , можно представить в виде разложения по функциям Цернике (1):

$$F(\rho, \theta) = -\frac{2i\sqrt{\pi}}{\lambda f R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sqrt{n+1} (-i)^m C_{nm} W_{nm}(\rho) \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{cases} \tag{4}$$

Функции  $W_{nm}(\rho)$  вычисляются как преобразование Фурье-Ханкеля от функций Цернике и определяются следующим образом [23]:

$$W_{nm}(\rho) = \int_0^R Z_n^m(r) J_m\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho\right) r dr = (-1)^{(n-m)/2} R^3 J_{n+1}\left(\frac{2\pi}{\lambda f} R \rho\right) \left(\frac{2\pi}{\lambda f} R \rho\right)^{-1}, \tag{5}$$

Детектирование тех или иных aberrаций в волновом фронте является линейно-пропорциональным интенсивности соответствующего корреляционного пика только для малых фазовых aberrаций, т.е. когда выполняется приближение:

$$A(r, \phi) = \exp[i\alpha\psi(r, \phi)] = 1 + i\alpha\psi(r, \phi) - \frac{\alpha^2\psi^2(r, \phi)}{2} + \dots \approx 1 + i\alpha\psi(r, \phi). \tag{6}$$

Для произвольных фазовых распределений соотношение между детектируемой aberrацией и величиной корреляционного пика может быть нелинейным. В Таблице 1 показаны результаты детектирования aberrации комы, соответствующей полиному Цернике  $(n,m)=(3,1)$ , при различных значениях  $\alpha$ .

**Таблица 1.** Детектирование комы при различных значениях  $\alpha$  на основе разложение волнового фронта по функциям Цернике.

Аберрация	ФРТ	Коэффициенты разложения	Восстановленная фаза
$\alpha = 0,2\pi$ 			
$\alpha = 0,4\pi$ 			
$\alpha = 0,6\pi$ 			
$\alpha = 0,8\pi$ 			

Как видно, при величине aberrаций  $\alpha = 0,6\pi$  можно осуществить уверенное детектирование и восстановление фазовой aberrации на основе разложения по функциям Цернике, но при дальнейшем возрастании величины искажения  $\alpha$  детектирование становится проблематичным. Из Таблицы 1 также видно, что имеется значительная корреляция между типом и величиной aberrации и видом ФРТ. Таким образом, можно предположить, что использование сверточной нейронной сети позволит эффективно решить задачу распознавания aberrаций даже при больших значениях искажения волнового фронта.

## 2.2 Нейронные сети

Нейронная сеть – это искусственная модель состоящая из нейронов и синапсов между ними. Данные сети способны решать различные задачи классификации путем обучения на больших объемах данных. В нашем случае, сеть будет пытаться определить (предсказать) фазу по данной ей ФРТ. Исходя из поставленной задачи, оптимальнее всего будет выбрать сверточную нейронную сеть [36] как способ решения.

Сверточные нейронные сети (СНС) — специальная архитектура нейронных сетей, технология глубокого обучения, нацеленная приоритетно на распознавание изображений. Основная идея СНС заключается в использовании слоев свертки (англ. convolution layers) и субдискретизации (англ. pooling layers). Данный тип сети имеет наибольший успех в задачах компьютерного зрения.

## 3. Тренировочные данные

Для обучения нейронной сети была выполнена генерация 10.000 пар изображений. Каждую пару составляют: aberrация волнового фронта на основе полиномов Цернике и соответствующая ФРТ, построенная с помощью преобразования Фурье. Генерация пар производилась на основе формулы (3) путем изменения коэффициентов  $C_{nm}$  и функций Цернике  $\Psi_{nm}$ . Скрипт формирования тренировочных данных был реализован с использованием программного продукта MATLAB.

Данные были разделены на три набора - тренировочный, валидационный и тестовый набор, в соотношении 89%, 9% и 2% соответственно. Тренировочный набор был использован для обучения нейронной сети, валидационный для проверки точности на каждой «эпохе» обучения и тренировочный для дополнительного предотвращения проблемы перетренировки (overfitting). На рисунке ниже показан пример полученных данных для тренировки сети.

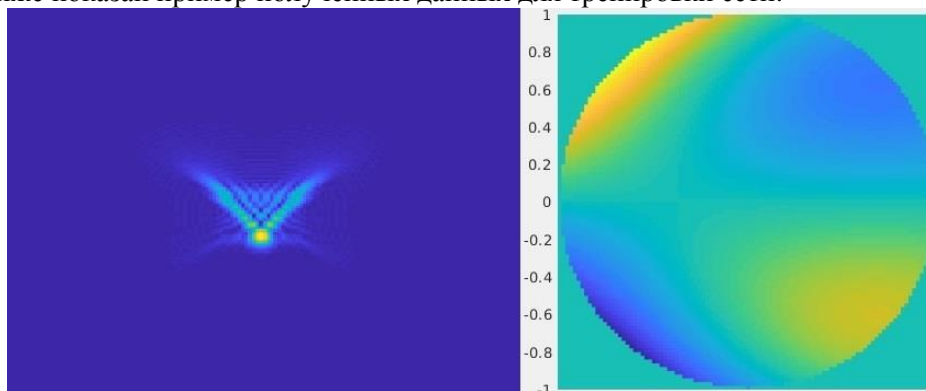


Рисунок1. Пример тренировочных данных (ФРТ и соответствующая фаза).

## 4. Реализация нейронной сети

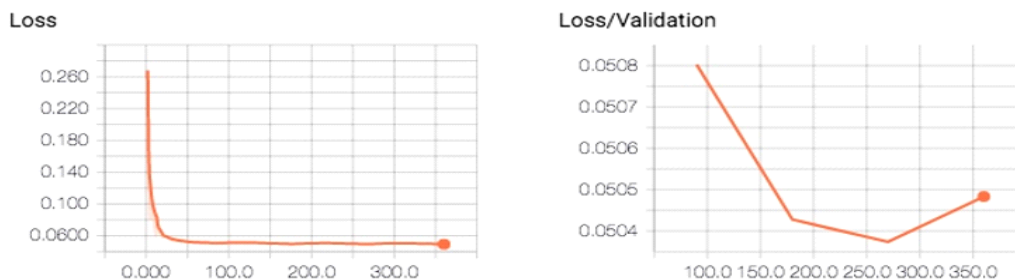
### 4.1 Начальные параметры

Для реализации нейронной сети была использована библиотека Keras на языке Python, специализированная под задачи машинного обучения. Так же был использован оптимизатор ADAM, функция нахождения значения ошибки (loss) приведенная ниже.

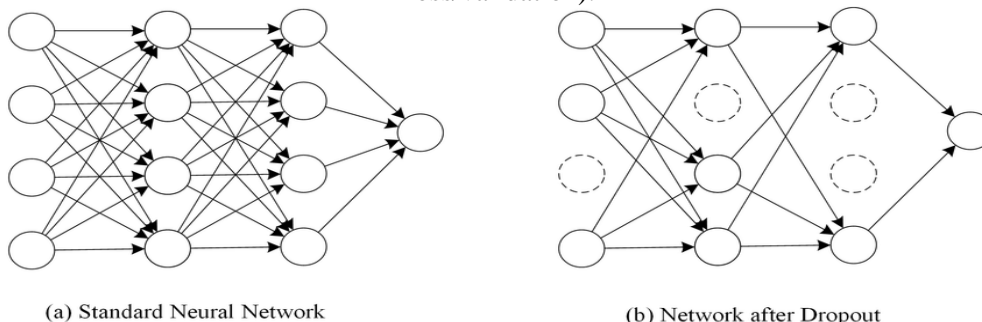
$$Error = \sum_{i=0}^n (p_i - t_i)^2, \quad (7)$$

### 4.2 Оптимизация архитектуры

Основная цель данного этапа — нахождение необходимого количества слоев нейронной сети и количества узлов в каждом слое. Слишком простая архитектура приведет к низкой точности предсказаний, слишком сложная — к проблеме «перетренировки» (overfitting). Вторым случаем грозит тем, что сеть будет показывать близкий к стопроцентному результат на тренировочных данных, но при переходе на новые данные точность будет стремительно падать. Чтобы избежать этого, в данной работе была использована технология dropout [42]. Данный метод позволяет «выключать» некоторые узлы сети на каждом шаге тренировки, это позволит сети постоянно изменять свою архитектуру в процессе тренировки и таким образом частично избежать проблемы «перетренировки».



**Рисунок 2.** Пример проблемы overfitting (слева график отношения loss/test, справа loss/validation).



**Рисунок 3.** Dropout.

### 4.3 Конечный результат

После перебора различных архитектур и гиперпараметров, была отобрана комбинация с наилучшим результатом точности предсказаний.

**Таблица 2.** Архитектура конечной сети.

Входной слой
30 3x3
2x2 субдискр.
60 3x3
2x2 субдискр.
100 3x3
100 3x3
2x2 субдискр.
1000 полносвязный
Выходной слой

Точность предсказания на данной архитектуре с подобранными гиперпараметрами приближается к 97%.

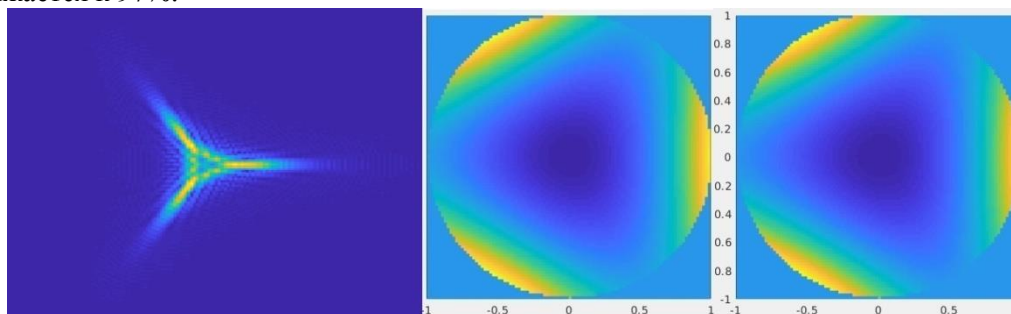


Рисунок 4. Пример предсказания.

В примере выше (рис. 4) натренированная нейронная сеть получает изображение произвольной ФРТ и делает предсказание о ее фазе, пытаясь «угадать» номера функций Цернике и коэффициенты при них.

## 5. Заключение

В данной работе был выполнен расчет волнового фронта с аберрациями в виде суперпозиции функций Цернике. В суперпозиции варьировались как сами функции, так и их весовые коэффициенты. На основе рассчитанных аберраций волнового фронта получены соответствующие функции рассеяния точки с использованием быстрого преобразования Фурье. Сформирован набор данных для решения поставленной задачи распознавания аберраций по ФРТ с помощью сверточной нейронной сети, которая была реализована на основе шаблона сети MNIST. По итогу данной работы была доказана возможность достижения необходимой, для использования в некоторых сферах, точности с помощью технологий глубокого обучения для осуществления компенсации аберраций волнового фронта по измеренной функции рассеивания точки. Развитие в этом направлении позволит упростить существующие оптические системы и откроет новые возможности по получению изображений.

## 6. Литература

- [1] Welford, W.T. Aberrations of optical systems / W.T. Welford. – Adam Hilger Press: Bristol and Philadelphia, 1986.
- [2] Charman, W.N. Wavefront aberrations of the eye: a review / W.N. Charman // *Optom. Vis. Sci.* – 1991. – Vol. 68. – P. 574-583.
- [3] Beckers, J.M. Adaptive optics for astronomy: principles, performance, and applications / J.M. Beckers // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics.* – 1993. – Vol. 31(1). – P. 13-62. DOI:10.1146/annurev.aa.31.090193.000305.
- [4] Atchison, D.A. Wavefront aberrations and their clinical application / D.A. Atchison // *Clin. Exp. Optom.* – 2009. – Vol. 92(3). – P. 171-172.
- [5] Хорин, П.А. Анализ аберраций роговицы человеческого глаза / П.А. Хорин, С.Н. Хонина, А.В. Карсаков, С.Л. Бранчевский // *Компьютерная оптика.* – 2016. – Т. 40(6). – С. 810-817. DOI: 10.18287/0134-2452-2016-40-6-810-817.
- [6] Клебанов, Я.М. Компенсация аберраций волнового фронта в телескопах космических аппаратов с регулировкой температурного поля телескопа / Я.М. Клебанов, А.В. Карсаков, С.Н. Хонина, А.Н. Давыдов, К.А. Поляков // *Компьютерная оптика.* – 2017. – Т. 41, № 1. – С. 30-36. DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36.
- [7] Jacquinot, P. Apodization / P. Jacquinot, B. Roizen-Dossier // *Progress in Optics.* – 1964. – Vol. 3. – P. 29-32.
- [8] Cheng, L. Asymmetric apodization / L. Cheng, G.G. Siu // *Measurement and Technology.* – 1991. – Vol. 2(3). – P. 198-202.

- [9] Yang, W. One-sided achromatic phase apodization for imaging of extra solar planets / W. Yang, A.B. Kotinski // *The Astrophysical Journal*. – 2004. – Vol. 605(2). – P. 892-901.
- [10] Khonina, S.N. Generalized apodization of an incoherent imaging system aimed for extending the depth of focus / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // *Pattern Recognition and Image Analysis*. – 2015. – Vol. 25(4). – P. 626-631.
- [11] Reddy, A.N.K. Asymmetric apodization for the comma aberrated point spread function / A.N.K. Reddy, D.K. Sagar, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2017. – Vol. 41(4). P. 484-488. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-4-484-488.
- [12] Reddy, A.N.K. Focusing of light beams with the phase apodization of the optical system / A.N.K. Reddy, M. Martinez-Corral, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Computer Optics*. – 2018. – Vol. 42(4). – P. 620-626. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-620-626.
- [13] Belikov, R. Diffraction-based sensitivity analysis of apodized pupil-mapping systems / R. Belikov, N.J. Kasdin, R.J. Vanderbei // *Astrophysical Journal*. – 2006. – Vol. 652(1). – P. 833-44.
- [14] Goud, M.K. Point spread function of asymmetrically apodized optical systems with complex pupil filters / M.K. Goud, R. Komala, A.N.K. Reddy, S.L. Goud // *Acta Physica Polonica A*. – 2012. – Vol. 122(1). – P. 90-95.
- [15] Khonina, S.N. Extended depth of focus through imaging system's phase apodization in coherent and incoherent cases / S.N. Khonina, A.S. Demidov // *Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press)*. – 2014. – Vol. 23(3). – P. 130-139. DOI: 10.3103/S1060992X14030035.
- [16] Demetrakopoulos, T.H. Digital and optical reconstruction of images from suboptical diffraction patterns / T.H. Demetrakopoulos, R. Mittra // *Applied Optics*. – 1974. – Vol. 13(3). – P. 665-670.
- [17] Molina, R. Image restoration in astronomy: a Bayesian perspective / R. Molina, J. Nunez, F.J. Cortijo, J. Mateos // *IEEE Signal Processing Magazine*. – 2001. – Vol. 18(2). – P. 11-29.
- [18] Booth, M. J. Adaptive optics in microscopy / M. J. Booth // *Philos. Transact. AMath. Phys. Eng. Sci*. – 2007. – Vol. 365. – P. 2829-2843.
- [19] Лукин, В.П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики / В.П. Лукин // *Успехи физических наук*. – 2014. – Т. 184, № 6. – С. 599-640.
- [20] Leibbrandt, G.W.R. Wave-front analysis with high accuracy by use of a double-grating lateral shearing interferometer / G.W.R. Leibbrandt, G. Harbers, P.J. Kunst // *Applied Optics*. – 1996. – Vol. 35(31). – P. 6151-6161.
- [21] Artzner, G. Microlens arrays for Shack-Hartmann wavefront sensors / G. Artzner // *Opt. Eng*. – 1992. – Vol. 31(6). – P.1311-1322.
- [22] Lane, R.G. Wave-front reconstruction using a Shack-Hartmann sensor / R.G. Lane, M. Tallon // *Applied Optics*. – 1992. – Vol. 31(32). – P. 6902-6908.
- [23] Вольф, Э. Основы оптики / Э.Вольф, М. Борн. – Москва: Наука, 1973.
- [24] Roddier, N. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials / N. Roddier // *Opt. Eng*. – 1990. – Vol. 29(10). – P. 1174-1180.
- [25] Ha, Y. Diffractive optical element for Zernike decomposition / Y. Ha, D. Zhao, Y. Wang, V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *Proceedings of SPIE*. – 1998. – Vol. 3557. – P. 191-197.
- [26] Neil, M.A.A. New modal wave-front sensor: a theoretical analysis / M.A.A. Neil, M.J. Booth, T. Wilson // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2000. – Vol. 17(6). – P. 1098-1107.
- [27] Porfirev, A.P. Experimental investigation of multi-order diffractive optical elements matched with two types of Zernike functions / A.P. Porfirev, S.N. Khonina // *Proceedings of SPIE*. – 2016. – Vol. 9807. – P. 98070E. DOI: 10.1117/12.2231378.
- [28] Degtyarev, S.A. Zernike basis-matched multi-order diffractive optical elements for wavefront weak aberrations analysis / S.A. Degtyarev, A.P. Porfirev, S.N. Khonina // *Proceedings of SPIE*. – 2017. – Vol. 10337. – P. 103370Q. DOI: 10.1117/12.2269218.
- [29] Hickson, P. Wave-front curvature sensing from a single defocused image / P. Hickson // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1994. – Vol. 11(5). – P. 1667-1673. DOI: 10.1364/JOSAA.11.001667.

- [30] Tokovinin, A. DONUT: measuring optical aberrations from a single extrafocal image / A. Tokovinin, S. Heathcote // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2006. – Vol. 118(846). – P. 1165-1175. DOI: 10.1086/506972.
- [31] Fienup, J.R. Phase retrieval algorithms: a comparison / J.R. Fienup // Applied Optics. – 1982. – Vol. 21(15). – P. 2758-2769.
- [32] Imagenet Classification with Deep Convolutional Neural Networks / eds F. Pereira, C.J.C. Burges, L. Bottou, K.Q. Weinberger. – Curran Associates, 2012.
- [33] Никоноров, А.В. Реконструкция изображений в дифракционно-оптических системах на основе сверточных нейронных сетей и обратной свертки / А.В. Никоноров, М.В. Петров, С.А. Бибииков, В.В. Кутикова, А.А. Морозов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 6. – С. 875-887. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-875-887.
- [34] Nikonorov, A.V. Toward ultralight weight remote sensing with harmonic lenses and convolutional neural networks / A.V. Nikonorov, M.V. Petrov, S.A. Bibikov, P.Y. Yakimov, V.V. Kutikova, Y.V. Yuzifovich, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, N.L. Kazanskiy // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. – 2018. – P. 1-11.
- [35] Справочник по специальным функциям / ред. М. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979.
- [36] Krizhevsky, A. ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks / A. Krizhevsky, I. Sutskever, G. Hinton // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2012. – Vol. 25(2). – P.1097-1105.
- [37] Srivastava, N. Dropout: A Simple Way to Prevent Neural Networks from Overfitting / N. Srivastava, G. Hinton, A. Krizhevsky, I. Sutskever, R. Salakhutdinov // Journal of Machine Learning Research. – 2014. – Vol. 15. – P. 1929-1958.

## Optical phase retrieval with the image of intensity in the focal plane based on the convolutional neural networks

A.P. Dzyuba<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** One of the most important factors for improving the resolution of optical systems is to compensate for the aberrations (distortions) of the wave front. As a rule, whether special measuring devices (wave front sensors) are used for such compensation or adaptive mirrors that perform iterative correction of the wavefront. However, often (for reasons of compactness or weight reduction), it is not possible to use the special equipment for measuring aberrations. To obtain certain information on the wave front, one can use the measured point scattering function (PSF) or the intensity pattern in the focal plane. Methods of processing two FRTs (focal and nonfocal) with the help of neural networks are known. In this paper, we investigate the possibility of recognizing the wave front from a single intensity pattern in the focal plane. The technology of deep machine learning - convolutional neural network is chosen as the way for implementation. The idea of this technology lies in the alternation of convolutional and subsampling layers, for the purpose of efficient image recognition. Such approach will allow to optimize the process of compensation of optical system aberrations and to reduce the amount of required input data.