# Расчеты эффективности коррекции атмосферной турбулентности адаптивной оптической системой

# Л.А. Больбасова<sup>1,2</sup>, В.П. Лукин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, пл. Академика Зуева 1, Томск, Россия, 634055

<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет, ул. Ленина 36, Томск, Россия, 634050

Аннотация. Случайные флуктуации показателя преломления земной атмосферы вызывают искажения волнового фронта распространяющегося оптического излучения. Адаптивные оптические системы предназначены для получения дифракционноограниченного изображения путем коррекции аберраций волнового фронта с помощью управляемых оптических элементов в приемном (или передающем) тракте в реальном времени. В этой работе теоретически исследуется качество изображения, формируемого через турбулентную атмосферу в терминах функции рассеяния точки (ФРТ). Анализируется влияние параметров оптической турбулентности атмосферы. Обсуждаются возможности минимизации ширины ФРТ. На основе принципа Гюйгенса-Френеля рассчитывается средняя интенсивность в фокальной плоскости и отношение Штреля, как параметра эффективности адаптивной оптической коррекции турбулентных флуктуаций.

#### 1. Введение

Уже более двадцати лет развитие крупных наземных телескопов оптического диапазона идет по пути их оснащения системами адаптивной оптики, призванных в реальном времени достичь качества изображения близкого к дифракционному, а новые телескопы проектируются одновременно с адаптивной оптической системой [1-2]. Тем не менее, в РФ к настоящему моменту, большинство астрономических телескопов до сих пор не оснащены системами адаптивной оптики, а также с тем, что со здание такой системы длительный процесс, требующий проведения высокоточных исследования атмосферы в точке стояния телескопа. Поскольку проектируются индивидуально под конкретные турбулентные условия места расположения, которые определяют требования, как к быстродействию системы, так и к ее конструктивным элементам: датчику волнового фронта и корректору, а также оценки эффективности в АО системы целом. Редкими исключениями являются, 1-метровый Большой солнечный вакуумный телескоп (БСВТ) Байкальской Астрофизической Обсерватории ИСЗФ СО РАН оснащенный адаптивной оптической системой первого поколения, созданной в ИОА СО РАН. В настоящее время на этом телескопе разрабатывается современная двухконтурная адаптивная система [3].

Для телескопа, работающего сквозь земную атмосферу форма и ширина функции рассеяния точки (ФРТ), определяется наибольшей из двух значений: инструментальной ФРТ, которая в идеальном варианте должна быть дифракционной и турбулентной ФРТ обусловленной турбулентностью атмосферы и подкупольного пространства. Последнее становиться важным для крупных наземных телескопов, где температура воздуха неравномерна внутри помещения, и могут иметь место дополнительные флуктуации. При этом для оценок влияния павильонных эффектов турбулентности необходимы экспериментальные исследования [4].

Если инструментальную ФРТ можно отнести к детерминированным факторам, то турбулентная ФРТ является случайной величиной. В соответствии с современной теорией турбулентного движения, неоднородный поток можно характеризовать двумя характерными масштабами движения: внешним масштабом турбулентности  $L_0$  и внутренним масштабом  $l_0$ .

Исходное термодинамическое возмущение в атмосфере возникает за счет ветрового сдвига и наличия градиента температуры. Внутренний масштаб соответствует самым мелким вихрям с размерами порядка миллиметра, в которых из-за эффектов вязкости происходит диссипация кинетической энергии движения воздуха. Важной характеристикой атмосферной турбулентности, оказывающей влияние на процесс распространения оптических волн, является внешний масштаб инерционного интервала  $L_0$ . Внешний масштаб турбулентности определяет размеры наиболее крупных вихрей. Важность этой характеристики как параметра влияющего на качество изображения была оценена только с появлением крупных телескопов. Поскольку для телескопов, размер апертуры D которых, много меньше эффективного внешнего масштаба турбулентности (для атмосферы в целом), т.е.  $D \ll L_0$ , его влиянием можно пренебречь. Отметим, что типичное значение эффективного внешнего масштаба атмосферной турбулентности  $L_0$  составляет 10-40 метров [5].

#### 2. Постановка задачи

Предположим, что самосветящийся заатмосферный объект, изображение которого строит оптическая система, находится практически на бесконечности. Поэтому считаем, волну плоской, флуктуации фазы, которой обусловленные турбулентностью атмосферы в приближении геометрической оптики:

$$S_{n\pi}(0,\vec{\rho}) = k \int_{0}^{x} d\xi \iint d^{2}n(\vec{\kappa}, x - \xi) \exp(i\vec{\kappa}\vec{\rho} + ik\vec{\alpha}\vec{\rho})$$
(1)

где  $\vec{\alpha}$  - угол наклона волнового фронта к оси входной апертуры, для нормально падающей волны  $\vec{\alpha} = 0$ . Опорный источник для адаптивной оптической системы сформирован в плоскости  $x_{onop}$ , и от него распространяется сферическая волна,

$$S_{c\phi}(0,\vec{\rho}) = k \int_{0}^{x} d\xi \iint d^{2}n(\vec{\kappa}, x-\xi) \exp[i\vec{\kappa}\vec{\rho}\xi/x + i\vec{\kappa}\vec{\rho}_{0}(1-\xi/x)]$$
(2)

Рассмотрим формирование оптического изображения через турбулентную атмосферу, в фокальной плоскости оптической системы, в рамках принципа Гюйгенса – Френеля [6]:

$$U(-f, \vec{\rho}) = \iint d^2 \rho_1 \exp(-\rho_1^2/2R^2) \exp(-\rho_1^2/2f) G_0(0, \vec{\rho}_1; -f, \vec{\rho}) \exp[iS_{nn}(\vec{\rho}_1)], \qquad (3)$$

где  $S_{nn}(\vec{\rho})$  - фазовые флуктуации из-за турбулентности атмосферы, на входной апертуре телескопа,  $G_0(0, \vec{\rho}_1; -f, \vec{\rho})$  - функция Грина, фазовый член  $\exp(-ik\rho^2/2f)$  - заменяющий действие телескопа,  $W(\rho) = \exp(-\rho^2/2R^2)$  - входная апертура, находится в плоскости x=0, f - эквивалентное фокусное расстояние оптической системы, R - радиус входной апертуры.

В результате использования флуктуационной части сферической опорной волны для работы адаптивной оптической системы, скорректированное поле в фокальной плоскости, аналогично (3) запишем:

$$U(-f,\vec{\rho}) = \iint d^2 \rho_1 \exp(-\rho_1^2/2R^2) G_0(0,\vec{\rho}_1; -f,\vec{\rho}) \exp[iS_{nn}(\vec{\rho}_1) - iS_{c\phi}(x,0;0,\vec{\rho}_1) - ik\rho_1^2/2f]$$
(4)

где фазовые флуктуации, определяются формулами (1) и (2).

### 3. Функция рассеяния точки

ФРТ полностью определяется аберрациями, а также формой и размерами входного зрачка [9]. С точки зрения проектирования адаптивных оптических систем для атмосферных приложений определяющим является отношение размера апертуры оптической системы строящей изображение к параметру Фрида  $D/r_0$ , определяемого как

$$r_0 = \{0.423k^2 \sec \alpha \int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi)\}^{-3/5}$$
(5)

где  $k = 2\pi / \lambda$ - волновое число излучения,  $\lambda$ - длина волны,  $\alpha$  - зенитный угол,  $C_n^2(\xi)$  - структурная постоянная показателя преломления атмосферы. В зависимости от величины данного отношения в адаптивной оптике классифицируется размер оптического телескопа. Если  $D/r_0 = 10$  то телескоп среднего размера, телескоп можно считать малым, если < 10 и в противоположном случае - это крупные телескопы.

Используя (2), распределение средней интенсивности в фокальной плоскости определим как:

$$< I(-f, \vec{\rho}) >= \iint d^{2} \rho_{1} d^{2} \rho_{2} \exp(-(\vec{\rho}_{1} - \vec{\rho}_{j})^{2} / 2R^{2}) G_{0}(0, \vec{\rho}_{1}; -f, \vec{\rho}) \times G_{0}^{*}(0, \vec{\rho}_{2}; -f, \vec{\rho}) \exp(-ik\rho_{1}^{2} / 2f + ik\rho_{2}^{2} / 2f) < \exp\{i[S_{n\pi}(\vec{\rho}_{1}) - S_{n\pi}(\vec{\rho}_{2})]\} >$$
(6)

Наибольший вклад в турбулентную деградацию изображения дают аберрации низшего порядка – это наклоны волнового фронта, которые проявляются, как дрожание изображения, затем аберрации дефокусировка и кома, астигматизм, вклад остальных аберраций существенно меньше. На практике обычно разделяют турбулентное размытие и дрожание изображения. Остановимся на последнем эффекте, для его устранения в телескопах обычно использую отдельный контур с зеркалом, корректирующим лишь наклон волнового фронта, работающий по естественному опорному источнику. Поэтому здесь эффективность компенсации адаптивной оптической системой ограничена лишь ее техническими возможностями. Наши расчеты показывают увеличение дисперсии дрожания в фокальной плоскости телескопа при учете конечности внешнего масштаба и размера апертуры (рисунок 1).





Атмосферная ФРТ меняется по полю зрения, так как оптические лучи от различных областей объекта, могут иметь различные оптические пути из-за турбулентной атмосферы и приобретать различные искажения по мере распространения. Размер угловой области, где аберрации волнового фронта излучения идентичны, и следовательно, одинакова ФРТ является изопланатической областью атмосферы, а угол изопланическим. Именно в этой области адаптивная оптическая система может эффективно скорректировать искажения излучения,

обусловленные турбулентностью. Угол, где сохраняется корреляция только наклонов волнового фронта излучения в атмосфере, называют изокинетическим углом. Его величина как показывают наши расчеты, уменьшается, при учете конечности внешнего масштаба, но увеличивается с увеличением размера апертуры (рисунок 2).



**Рисунок 2.** Влияние величины внешнего масштаба турбулентности атмосферы на изокинетический угол. а- наклон X, б – наклон Y: 1 -  $-L_0 = \infty$ ; 2 -  $L_0 = 20$ м, 3 -  $L_0 = 30$ м.

Таким образом, чем крупнее телескоп, тем сильнее эффект дрожания при этом изокинетический угол также увеличивается, а значит и область где адаптивная оптическая коррекция дрожания может быть эффективной. При этом с увеличением внешнего масштаба турбулентности увеличивается дисперсия дрожания изображения, но уменьшается изокинетический угол.

Исследование влияния  $L_0$  на ширину ФРТ представлено на рисунке 3, откуда следует, что переход в длинноволновую область может быть оправдан с точки зрения минимизации ФРТ.



Рисунок 3. Зависимость ширины ФРТ от длины волны  $a - D/r_0 = 10$ ,  $6 - D/r_0 = 40$  для различных величин внешнего масштаба турбулентности:  $1 - L_0 = 100$  м,  $2 - L_0 = 10$ м,  $3 - L_0 = 1$ м,  $4 - L_0 = 0.3$ м,  $5 - L_0 = 0.1$ м

Таким образом, теоретически атмосферная ФРТ - функция трех параметров: размера апертуры, радиуса Фрида и внешнего масштаба атмосферной турбулентности, или двух отношений  $D/r_0$  и  $L_0/D$ . При этом за счет оптимального выбора длины волны излучения появляется возможность минимизации ФРТ. Ширина турбулентной ФРТ лишь в первом приближении обратно пропорциональна радиусу Фрида  $\lambda/r_0$  или (через длину волны)  $\lambda^{-1/6}$ . В то время как дифракционное разрешение телескопа пропорционально длине волны излучения и обратно пропорционально размеру апертуры телескопа  $\lambda/D$ . Отсюда следует, что изменение длин волны от видимого до инфракрасного диапазона приводит к улучшению турбулентного разрешения мене чем в два раза и в то время как дифракционное разрешение изменяется в 20 раз. Но это справедливо, если внешний масштаб турбулентности много больше размера апертуры. Учет внешнего масштаба ведет к наличию экстремума – минимума, что, безусловно, не отменяет возможности минимизации ширины ФРТ за счет выбора длины волны.

### 4. Отношение Штреля

В практике астрономических наблюдений для оценки качества изображения традиционно используется величина FWHM – ширина ФРТ на половине максимума, часто называемая в

английской литературе как seeing. При этом значение имеет не только ширина ФРТ, но ее осевая величина. Поскольку возможны ситуации, когда форма пятна рассеяния сохраняется, то есть ширина не изменяется, при уменьшении осевой интенсивности ФРТ. Например, как показано выше, осевое значение ФРТ уменьшается почти вдвое при увеличении внешнего масштаба турбулентности от 1 до 100 диаметра апертуры (рис.3). Поэтому использование нормированного осевого значение ФРТ – отношения Штреля, может быть информативным. В астрономических наблюдениях, отношение Штреля определяет проницающую способность телескопа - минимальную светимость астрономического объекта, которую в состоянии обнаружить телескоп. При этом цель современных астрономических инструментов наблюдение наиболее удаленных, и как следствие наиболее слабых объектов.

Для оценки эффективности адаптивной фазовой коррекции высших аберраций обусловленных турбулентностью атмосферы, использовалось отношение Штреля. По аналогии с (6) средняя интенсивность после применения адаптивной оптической системы с опорным источником на оси телескопа:

$$< I(-f,\vec{\rho}) >= \iint d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2} \exp(-\rho_{1}^{2}/2R^{2})\exp(-\rho_{2}^{2}/2R^{2})G_{0}(0,\vec{\rho}_{1};-f,\vec{\rho})G_{0}^{*}(0,\vec{\rho}_{2};-f,\vec{\rho}) \times \exp(-ik\rho_{1}^{2}/2f+ik\rho_{2}^{2}/2f) < \exp\{i[S_{nn}(\vec{\rho}_{1})-S_{nn}(\vec{\rho}_{2})]-i[S_{c\phi}(x,0;0,\vec{\rho}_{1})-S_{c\phi}(x,0;0,\vec{\rho}_{2})]\}>,$$
(7)

Задача состояла в расчете выражений (6) и (7), а также средней интенсивности без аберраций, входящей в отношение Штреля:

$$SR = \langle I(-f,0) \rangle / I_{gak}(-f,0)$$
 (8)

В результате расчетов для (10) т.е. в фокусе телескопа работающего с адаптивной оптической системой:

$$< I(-f, \vec{\rho}) >= \frac{4\pi^2 R^4}{f^2 (1 + 4R^2 / (\tilde{r}_0^{nn})^2)} \exp(-k^2 \rho^2 R^2 / [f^2 (1 + 4R^2 / (\tilde{r}_0^{nn})^2]), \qquad (9)$$

где:  $\tilde{r}_0^{n_n} = r_0^{n_n} [\int_0^x d\xi C_n^2(\xi)(\xi/x)^2 / \int_0^x d\xi C_n^2(\xi)]^{-1/2}$ ,  $r_0^{n_n}$ - параметр Фрида (2).

Для сравнения, без применения адаптивной оптики нами было получено:

$$< I(-f, \vec{\rho}) >= 4\pi^2 R^4 f^{-2} \frac{\exp[-k^2 \rho^2 R^2 / f^2 (1 + 13.76R^2 / (r_0^{n\pi})^2))}{(1 + 13.76R^2 / (r_0^{n\pi})^2)}$$
(10)

В отсутствие аберраций:

$$I_{gak}(-f,\vec{\rho}) = 4\pi^2 R^4 f^{-2} \exp(-k^2 \rho^2 R^2 / f^2).$$
(11)

$$SR = \langle I(-f,0) \rangle / I_{BAK}(-f,0) \approx (1+13.76R^2 / (r_0^{nn})^2)^{-1}$$
(12)

И адаптивной оптической системы:

$$SR = \langle I(-f,0) \rangle / I_{eak}(-f,0) \approx (1 + 4R^2 / (\tilde{r}_0^{n_3})^2)^{-1}.$$
(13)

Оценки, сделанные на основе полученных соотношений (12) и (13) сравнивались с экспериментальными данными, из литературных источников [6]. Так в экспериментах, проводимых Starfire Optical Range лабораторий, на телескопе с апертурой 1 метр было получено среднее значение отношения Штреля SR=0.32 и без адаптивной оптики на два порядка ниже около SR=0.003. На рисунке 5 представлены результаты расчетов для условий данной обсерватории и параметров телескопа на основе полученных соотношений (12)-(13), которые хорошо согласуются с экспериментом.



Рисунок 5. а-без АО, б-после АО.

#### 5. Заключение

В заключении отметим, что минимизация ширины ФРТ при формировании изображения через турбулентную атмосферу до дифракционной радикально решается путем применения адаптивных оптических систем, но даже в этом случае должны быть приняты меры для уменьшения причин, приводящих к деградации изображения. Существенный вклад могут давать павильонные эффекты турбулентности и обтекания купола телескопа, и также ветровое дрожание, обусловленное действием ветра на конструкции телескопа, которые требуют экспериментального исследования и, по возможности, устранение причин, их вызывающих. Что вызывает необходимость измерения параметров атмосферы, не только для выбора места установки телескопа, но и увеличения эффективности действующих телескопов. Требуются измерения турбулентных характеристик атмосферы, оптимальным является информация о высотном профиле ветра, структурной характеристики показателя преломления атмосферы, величине внешнего масштаба атмосферной турбулентности в точке расположения системы. При этом знание указанных выше величин является необходимым в перспективе для возможного оснащения астрономических телескопов системами адаптивной оптики, которые разрабатываются под конкретные турбулентные условия места расположения обсерватории. К сожалению, в большинстве случаев такие измерения в отечественных обсерваториях были эпизодическими и поэтому становятся необходимым на действующих телескопах.

## 6. Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда грант № 17-79-20077.

#### 7. Литература

- Wizinowich, P. Adaptive optics in astronomy // Contemporary Physics. 2015. Vol. 56 (4). P. 432-450.
- [2] Лукин, В.П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // УФН. 2014. Т. 184. С. 599-640.
- [3] Antoshkin, L.V. Adaptive optics system for solar telescope operating under strong atmospheric turbulence/ L.V. Antoshkin, N.N. Botygina, L.A. Bolbasova, O.N. Emaleev, P.A. Konyaev, E.A. Kopylov, P.G. Kovadlo, D.Yu. Kolobov, A.V. Kudryashov, V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova, V.P. Lukin, S.A. Chuprakov, A.A. Selin, A.Yu. Shikhovtsev // Atmospheric and Oceanic Optics. – 2017. – Vol. 30(3). – P. 291-299.
- [4] Носов, В.В. Астроклимат специализированных помещений Большого солнечного вакуумного телескопа. Ч. 1. / В.В. Носов, В.М. Григорьев, П.Г. Ковадло, В.П. Лукин, Е.В. Носов, А.В. Торгаев // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20, № 11. С. 1013-1022.
- [5] Lukin, V.P. Outer scale of atmospheric turbulence // Proc. SPIE. 2005. Vol. 5981. P.1-13.
- [6] Гурвич, А.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере / А.И. Кон, В.Л. Миронов, С.С. Хмелевцов. М.: Наука, 1976. Р. 277 с.
- [7] Pearson, J.E. Selected papers on adaptive optics for atmospheric compensation. SPIE milestone series / J.E. Pearson. Washington: SPIE Optical Engineering Press. 1994. Vol. MS 92. 736 p.

# Calculations of efficiency of adaptive optics system for atmospheric turbulence compensation

L.A. Bolbasova<sup>1,2</sup>, V.P. Lukin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS, Academician Zuev sq.1, Tomsk, Russia, 634050

<sup>2</sup>Tomsk State University, Lenin str. 36, Tomsk, Russia, 634055

**Abstract.** The random refractive-index fluctuations associated with atmospheric turbulence is induced wavefront distortions of optical wave propagating trough atmosphere. The adaptive optical systems are designed to achievements diffractive-limited image by compensating phase aberrations in real time. In this paper we investigate theoretically the image quality of object formed by an optical system through the turbulent atmosphere in term of the point-spread function (PSF). The influences of the optical turbulence parameters of the atmosphere are analysed. The possibilities of minimizing the width of the PSF are discussed. In the approximations of the Huygens-Fresnel principle we analytical calculate the distribution of the mean intensity in the focal plane. We obtained formula for Strehl ratio as the parameter of the efficiency of adaptive optical system for atmospheric turbulence compensation.

Keywords: adaptive optical system, image, wavefront, atmospheric turbulence.