Пучки Пуанкаре в остром фокусе

В.В. Котляр
ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН
Самара, Россия
kotlyar@ipsiras.ru

В.Д. Зайцев
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
zaicev-vlad@yandex.ru

С.С. Стафеев
ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН
Самара, Россия
sergey.stafeev@gmail.com

А.М. Телегин
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
telegin@ssau.ru

***Аннотация*—В работе теоретически и численно исследуется острая фокусировка пучков Пуанкаре. С помощью формализма Ричардса-Вольфа найдены аналитические выражения для проекций вектора напряженности электрического и магнитного полей, проекций вектора Пойнтинга и проекций вектора спинового углового момента вблизи острого фокуса данных пучков. Результаты моделирования подтверждают теоретические предсказания.**

Ключевые слова — острая фокусировка, формулы Ричардса-Вольфа, пучки Пуанкаре.

1. Введение

Вихревые лазерные пучки [1] активно исследуются в настоящее время, что связано с их широким применением. В настоящее время также активно изучаются лазерные пучки с неоднородной поляризацией, например, с радиальной или азимутальной [2]. Такие пучки называются цилиндрическими векторными пучками и представляют собой сумму двух оптических вихрей с разным направлением вращения круговой поляризации и противоположными топологическими зарядами. В данной работе исследуются пучки Пуанкаре [3–4]. В данный класс пучков входят как частные случаи однородно поляризованные пучки с линейной и круговой поляризацией, цилиндрическое векторные пучки с радиальной и азимутальной поляризацией и пучки с неоднородной эллиптической поляризацией. Теоретически и численно с помощью формализма Ричардса-Вольфа исследована острая фокусировка пучков Пуанкаре. Показано, что поток энергии закручен в поперечной плоскости и содержит области, в которых продольная проекция потока энергии содержит отрицательные значения (область обратного потока энергии).

2. Формулы Ричардса-Вольфа

Пучки Пуанкаре имеют вид [3–4]:

$$\mathbf{E}_P(\varphi)=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} ae^{-in\varphi}+be^{in\varphi} \\ iae^{-in\varphi}-ibe^{in\varphi}\end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $a=\cos(\theta/2)e^{-i\psi/2}$, $b=\sin(\theta/2)e^{i\psi/2}$, $a^2+b^2=1$, θ и φ полярный и азимутальный углы на сфере Пуанкаре, n – целое число, описывающее топологический заряд вихря или порядок поляризации векторного пучка.

Используя уравнение Ричардса-Вольфа [5] можно показать, что в остром фокусе проекции электрического и магнитного полей запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{i^{n-1}}{\sqrt{2}}\Big[\left(be^{in\varphi}+ae^{-in\varphi}\right)I_{0,n}+\\
&\quad+\left(be^{i(n-2)\varphi}+ae^{-i(n-2)\varphi}\right)I_{2,n-2}\Big],\\
E_y &= \frac{i^{n}}{\sqrt{2}}\Big[\left(ae^{-in\varphi}-be^{in\varphi}\right)I_{0,n}-\\
&\quad-\left(ae^{-i(n-2)\varphi}-be^{i(n-2)\varphi}\right)I_{2,n-2}\Big],\\
E_z &= \sqrt{2}i^n\left(be^{i(n-1)\varphi}+ae^{-i(n-1)\varphi}\right)I_{1,n-1},\\
H_x &= \frac{i^{n}}{\sqrt{2}}\Big[\left(be^{in\varphi}-ae^{-in\varphi}\right)I_{0,n}+\\
&\quad+\left(be^{i(n-2)\varphi}-ae^{-i(n-2)\varphi}\right)I_{2,n-2}\Big],\\
H_y &= \frac{i^{n-1}}{\sqrt{2}}\Big[\left(be^{in\varphi}+ae^{-in\varphi}\right)I_{0,n}-\\
&\quad-\left(be^{i(n-2)\varphi}+ae^{i(n-2)\varphi}\right)I_{2,n-2}\Big],\\
H_z &= \sqrt{2}i^{n+1}\left(be^{i(n-1)\varphi}-ae^{-i(n-1)\varphi}\right)I_{1,n-1}.
\end{aligned} \tag{2}$$

где

$$I_{\nu,\mu}=\left(\frac{4\pi f}{\lambda}\right)\int_0^{\theta_0}\sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^{1/2}(\theta)A(\theta)e^{ikz\cos\theta}J_\mu(x)d\theta \tag{3}$$

Тогда потоки энергии примут вид:

$$\begin{aligned}
P_x &= 2\cos(\theta)\sin(\varphi)I_{1,n-1}\left(I_{0,n}+I_{2,n-2}\right),\\
P_y &= -2\cos(\theta)\cos(\varphi)I_{1,n-1}\left(I_{0,n}+I_{2,n-2}\right),\\
P_z &= I_{0,n}^2-I_{2,n-2}^2.
\end{aligned} \tag{4}$$

При переходе в полярную систему координат уравнения (4) преобразуются в

$$\begin{aligned} &P_r = 0, \\ &P_\varphi = -\cos(\theta) I_{1,n-1}\left(I_{0,n} + I_{2,n-2}\right), \\ &P_z = I_{0,n}^2 - I_{2,n-2}^2. \end{aligned} \tag{5}$$

Из уравнений (4)–(5) видно, что поток энергии закручен в поперечной плоскости. Также видно, что продольная компонента вектора Пойнтинга содержит области с отрицательными значениями (область обратного потока энергии). При этом для n = 2 область обратного потока расположена на оси.

3. Результаты численного моделирования

Численное моделирование осуществлялось с помощью интеграла Ричардса-Вольфа [5]. Считалось, что фокусировка осуществляется апланатическим объективом с числовой апертурой NA = 0,95 для длины волны λ = 0,532 нм. Рассматривался пучок Пуанкаре с параметрами θ = π/4, ψ = π/4, n = 0.

Результаты моделирования приведены на рис. 1 и 2. На рис. 1 показано распределение поперечных составляющих вектора Пойнтинга P_x и P_y. На рис. 2 показано распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга P_z в вычисляемой области и его сечение вдоль оси x.

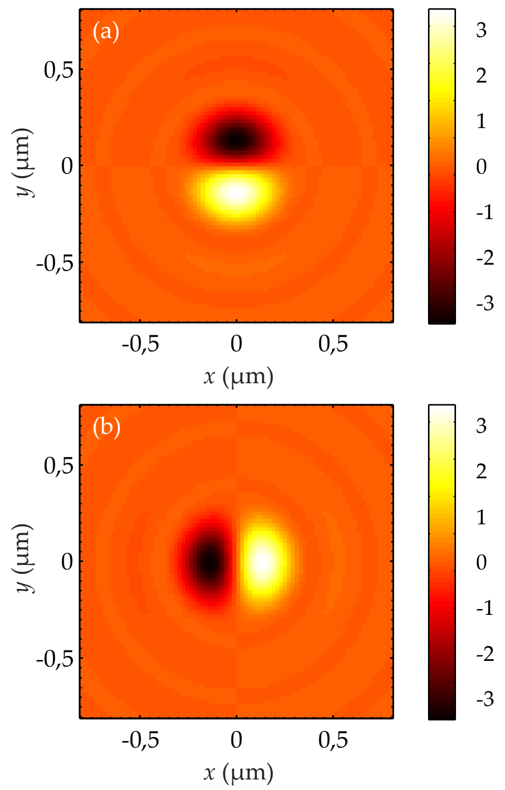

Рис. 2. Распределение составляющих поперечного потока энергии (проекций вектора Пойнтинга) в области острого фокуса: P_x (а), P_y (б) для пучка Пуанкаре θ = π/4, ψ = π/4, n = 0

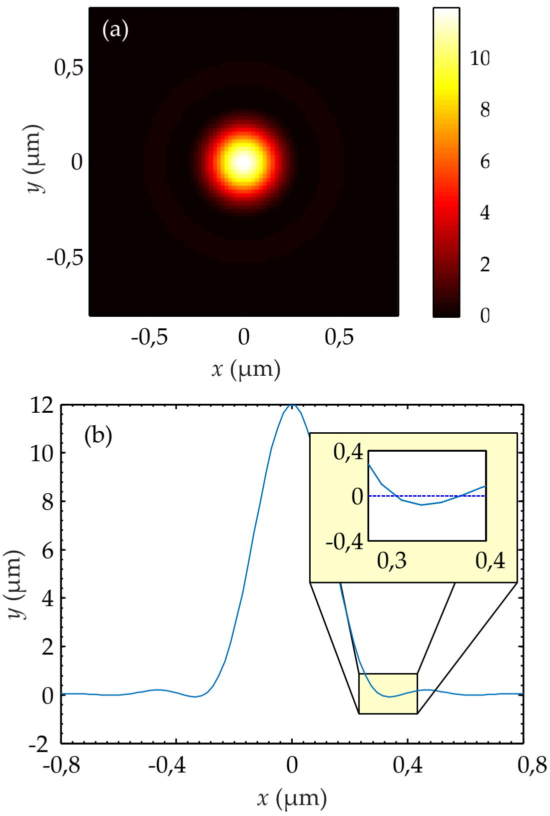

Рис. 1. Распределение продольной проекции вектора Пойнтинга (а) и его сечение вдоль оси x (б) для пучка Пуанкаре θ = π/4, ψ = π/4, n = 0

4. Заключение

В данной работе теоретически и численно были исследованы пучки Пуанкаре. С помощью формализма Ричардса-Вольфа найдены выражения для напряженности электрического и магнитного полей, компонент векторов Пойнтинга и спинового углового момента вблизи острого фокуса данных пучков. Были найдены условия формирования обратного потока энергии на оси, а также было показано, что поток энергии закручен в поперечной плоскости.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 22-12-00137).

Литература

[1] Kotlyar, V. Vortex laser beams / V. Kotlyar, A. Kovalev, A. Porfirev. – CRC Press, 2018. – 418 p.

[2] Zhan, Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Q. Zhan // Adv. Opt. Photonics. – 2009. – Vol. 1(1). – P. 1–57.

[3] Beckley, A.M. Full Poincaré beams / A.M. Beckley, T.G. Brown, M.A. Alonso // Opt. Express. – 2010. – Vol. 18(10). – P. 10777-10785.

[4] Chen, S. Generation of arbitrary cylindrical vector beams on the higher order Poincaré sphere / S. Chen, X. Zhou, Y. Liu, X. Ling, H. Luo, S. Wen // Opt. Lett. – 2014. – Vol. 39(18). – P. 5274-5276.

[5] Richards, B. Electromagnetic Diffraction in Optical Systems. II. Structure of the Image Field in an Aplanatic System / B. Richards, E. Wolf // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. – 1959. – Vol. 253(1274). – P. 358–379.