Прогнозирование состояния технического объекта на основе модели системы квазипериодических процессов в виде изображений на цилиндре

В.Р. Крашенинников
Ульяновский государственный технический университет
Ульяновск, Россия
kvrulstu@mail.ru

Ю.Е. Кувайскова
Ульяновский государственный технический университет
Ульяновск, Россия
u.kuvaiskova@mail.ru

В.Н. Клячкин
Ульяновский государственный технический университет
Ульяновск, Россия
v_kl@mail.ru

***Аннотация*—Часто техническое состояние объекта характеризуется несколькими диагностируемыми параметрами его функционирования, то есть системой взаимосвязанных временных рядов, в динамике которых наблюдается периодичность со случайными изменениями периодов – квазипериодичность, не поддающаяся точному прогнозу. При этом для оценивания и прогнозирования состояния объекта требуется построение модели такой системы процессов и её идентификация для конкретного объекта по результатам его наблюдений. В данной работе для решения этих задач предлагается использовать модель системы квазипериодических процессов в виде развёрток нескольких цилиндрических изображений по спирали. Эффективность модели демонстрируется на примере прогнозирования состояния системы водоочистки.**

Ключевые слова— прогнозирование, технический объект, система временных рядов, квазипериодический процесс, модель цилиндрического изображения

1. Введение

Задача прогнозирования технического состояния объекта на предстоящий временной период играет очень важную роль в обеспечении его стабильной работы [1]. Состояние многих технических объектов описывается набором диагностируемых параметров, представляющих собой систему временных рядов, в динамике которых наблюдается нерегулярная периодичность – квазипериодичность, то есть повторения с компонентом непредсказуемости, не поддающимся точному прогнозу. Например, вибрация различных двигателей, турбин, гидроагрегатов. В настоящей работе для прогнозирования состояния технических объектов предлагается использовать модели систем квазипериодических процессов в виде изображений, определённых на «многослойных» или «толстостенных» цилиндрах. Каждый слой цилиндра соответствует одному из временных рядов системы, корреляции между которыми задаются «внешним» уравнением авторегрессии, что позволяет описывать различные зависимости между процессами системы.

2. Модель системы квазипериодических процессов в виде изображений на цилиндре

Квазипериодический процесс отличается наличием двойной коррелированности: имеется значимая корреляция как между соседними отсчётами, так и между отсчётами, отстоящими на несколько периодов. Для описания таких процессов будем использовать авторегрессионные модели цилиндрических изображений [2]. Для построения таких моделей рассмотрим спиралевидную сетку на цилиндре, строки которой представляют собой витки спирали. Тогда цилиндрическое изображение можно рассматривать как одну последовательность отсчётов вдоль этой спирали.

Рассмотрим аналог авторегрессионной модели Хабиби [3]:

$$x_{k,l} = s\, x_{k,l-1} + r\, x_{k-1,l} - s\, r\, x_{k-1,l-1} + q\, \xi_{k,l}\,, \qquad (1)$$

где k – номер витка спирали; l – номер узла в витке; s и r – параметры модели; $\xi_{k,l}$ – независимые стандартные случайные величины; при этом $l = \overline{0, T-1}$; $x_{k,l} = x_{k+1,l-T}$ при $l \geq T$; T – период, то есть количество точек в одном витке. Для использования модели (1) значения на первом витке должны быть заданы отдельно.

Если представить модель цилиндрического изображения в виде развёртки изображения вдоль спирали, то получим модель квазипериодического случайного процесса:

$$x_n = s\, x_{n-1} + r\, x_{n-T} - s\, r\, x_{n-T-1} + q\, \xi_n\,, \qquad (2)$$

где $n = kT + l$.

Значение параметра s оказывает влияние на гладкость процесса, то есть на коррелированность отсчётов вдоль строк, а параметр r – на коррелированность отсчётов на расстоянии периода. При этом значения параметра r близкие к единице показывают, что соседние строки изображения (витки спирали) будут сильно коррелированы, поэтому данную модель можно использовать для описания поведения квазипериодических временных рядов.

Для описания динамики системы временных рядов рассмотрим модель, в которой каждый временной ряд системы представлен изображением на своём цилиндре, а эти отдельные цилиндры вложены друг в друга и образуют систему цилиндров – «многослойный» или «толстостенный» цилиндр.

Зададим систему из m однородных случайных процессов $X = \{x_{n,m},\ m=1,2,\ldots,M\}$, каждый из которых описывается с помощью модели (2).

Тогда ковариационная матрица между процессами будет иметь вид:

$$C = \{C_{ij}\} = \{\mathrm{cov}(x_{n,i}, x_{n,j})\} = \{M[x_{n,i} x_{n,j}], \\ i = 1,2,\dots,M,\ j = 1,2,\dots,M\} \quad (3)$$

Пусть $Y = \{y_{n,m},\ m=1,2,\dots,M\}$ – система из m независимых «стандартных» процессов с нулевым средним и единичной дисперсией, полученных на основе модели (2), в которой параметр $q^2 = q_1^2 = 1/\sigma^2$, где σ^2 – дисперсия процесса:

$$y_{n,m} = s\, y_{n-1,m} + r\, y_{n-T,m} - s\, r\, y_{n-T-1,m} + q_1\, \xi_{n,m}. \quad (4)$$

Тогда заданную систему $X = \{x_{n,m},\ m=1,2,\dots,M\}$ образуем в виде линейной комбинации «стандартных» процессов: $X = AY$, то есть

$$x_{n,m} = \sum_j a_{mj} y_{nj},\ m = 1,2,\dots,M, \quad (5)$$

где матрица A должна удовлетворять уравнению $AA^T=C$ и может быть взята нижней треугольной [2].

В частности, если $C_{ij}=\sigma^2 p^{|j-i|}$, то есть процессы $x_{n,m}$ имеют одинаковую дисперсию σ^2 и коэффициент корреляции $p^{|j-i|}$ между процессами $x_{n,i}$ и $x_{n,j}$, то они могут быть получены из стандартных в виде авторегрессии первого порядка:

$$x_{n,1} = \sigma y_{n,1},\ x_{n,m} = p\, x_{n,m-1} + \sqrt{1-p^2}\, y_{n,m}. \quad (6)$$

Переходя в формулах (3-6) от обозначений $x_{n,m}$ из модели (2) к обозначениям $x_{k,l,m}$ из модели (1), получим систему изображений, определённых на системе вложенных друг в друга цилиндров.

Таким образом, задавая значения параметров модели можно описывать системы квазипериодических процессов с требуемыми корреляциями внутри и между периодами, а также между процессами системы.

3. Численный эксперимент

В качестве объекта исследования рассмотрим систему водоочистки в г. Санкт-Петербурге, Россия [1]. Техническое состояние системы оценивалось по параметрам качества питьевой воды в зависимости от физико-химических показателей водоисточника: X_1 – температура, X_2 – цветность, X_3 – мутность, X_4 – pH, X_5 – щёлочность, X_6 – окисляемость, X_7 – аммоний, X_8 – хлориды. Всего получено 348 наблюдений по каждому параметру системы восьми временных рядов.

Для оценки эффективности предлагаемого подхода разделим исходную выборку данных на две части: обучающую и контрольную. По обучающей части построим три модели системы временных рядов: модель авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) [4], модель векторной авторегрессии [5] и модель системы квазипериодических процессов в виде изображений на цилиндре.

Контрольную часть выборки будем использовать для оценки точности прогнозирования моделей. Для этого рассчитаем среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\sum_{t=1}^{k} (x_t - \hat{x}_t)^2 / (k-p)}, \quad (7)$$

где x_t – результат t-го наблюдения, $\hat{x}_t$ – прогнозируемое значение по построенной модели, k – объём контрольной выборки; p – число оцениваемых параметров в модели.

Значения среднеквадратических отклонений, полученных по контрольной выборке, для каждого ряда системы представим в таблице 1.

Таблица 1. Точность прогнозирования системы временных рядов

Ряд	**Точность прогнозирования (σ_Δ)**		
	АРПСС	***Векторная авторегрессия***	***Модель системы квазипериодических процессов в виде изображений на цилиндре***
X_1	1,75	0,75	0,56
X_2	2,31	1,91	1,86
X_3	6,01	5,85	5,44
X_4	0,19	0,11	0,10
X_5	0,09	0,04	0,03
X_6	1,07	0,68	0,65
X_7	0,21	0,11	0,09
X_8	58,39	56,02	51,37

Полученные результаты показывают, что использование модели системы квазипериодических процессов в виде развёрток нескольких цилиндрических изображений по спирали при прогнозировании системы физико-химических показателей водоисточника позволяет повысить точность прогнозирования до 3 раз по сравнению с моделью АРПСС и до 1,3 раза по сравнению с моделью векторной авторегрессии.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00613.

Литература

[1] Клячкин, В.Н. Прогнозирование и диагностика стабильности функционирования технических объектов: монография / В.Н. Клячкин, В.Р. Крашенинников, Ю.Е. Кувайскова. – М.: РУСАЙНС, 2020. – 200 с.

[2] Krasheninnikov, V.R. Spiral Autoregressive Model of a Quasiperiodic Signal / V.R. Krasheninnikov, D.V. Kalinov, Yu.G. Pankratov // Pattern Recognition and Image Analysis. – 2001. – Vol. 11(1). – P. 211-213.

[3] Хабиби, А. Двумерная байесовская оценка изображений / А. Хабиби // ТИИЭР. – 1972. – Т. 60, № 7. – С. 153-159.

[4] Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. – 242 с.

[5] Sims, C.A. Macroeconomics and Reality / C.A. Sims // Econometrica. – 1980. – Vol. 48. – P. 1-48.