ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ

В.Н. Нестеров, Д.В. Нестеров

АО «Самарский электромеханический завод»

Изложены принципы моделирования многокомпонентных перемещений подвижных объектов, основанные на концепции векторной многокомпонентной физической величины. Дан аппарат встраивания в модели параметров многомерных тестовых объектов для реализации одноименного метода измерения. Рассмотрены основы классификации многомерных тестовых объектов, необходимой для формирования области их существования и привязки к конкретным прикладным задачам.

Ключевые слова: концепция многокомпонентных перемещений, моделирование, метод многомерных тестовых объектов, оптические измерения.

Введение

Сформулированная в работах [1, 2] концепция векторных многокомпонентных физических величин нашла практическое применение в построении математических моделей многокомпонентных перемещений сложных механических систем и простых объектов различного назначения [3, 4]. Построение таких моделей, с одной стороны, является формальным отражением существования информативных компонентов или составляющих в векторной величине, которые несут различную информационную нагрузку, с другой стороны, является необходимым условием реализации метода их измерения. Обобщенная математическая модель, построенная для реализации оптических измерений информативных составляющих многокомпонентных перемещений подвижных объектов, имеет вид [5]:

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{X}_x(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\big(\mathbf{x}_{1x}(\mathbf{r},\tau),\dots,\mathbf{x}_{px}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1x},\dots,\mathbf{L}_{qx}\big);\\ \mathbf{X}_y(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\big(\mathbf{x}_{1y}(\mathbf{r},\tau),\dots,\mathbf{x}_{py}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1y},\dots,\mathbf{L}_{qy}\big);\\ \mathbf{X}_z(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\big(\mathbf{x}_{1z}(\mathbf{r},\tau),\dots,\mathbf{x}_{pz}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1z},\dots,\mathbf{L}_{qz}\big),\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $\mathbf{L}_{1k},\dots,\mathbf{L}_{qk}$ – компоненты k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного теста $\mathbf{L}$; q – количество компонентов k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного теста $\mathbf{L}$ $\mathbf{F}$ – функция связи компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\dots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ и $\mathbf{L}_{1k},\dots,\mathbf{L}_{qk}$ координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ ($k\in\{x,y,z\}$) многомерного теста $\mathbf{L}$.

Принципиальная особенность модели (1) состоит во введении в нее в качестве известных информативных составляющих параметров $\mathbf{L}_{1k},\dots,\mathbf{L}_{qk}$ тестовых объектов, заданных в векторной форме. Это позволяет выполнить одно из необходимых условий успешной реализации метода измерения [4, 5], которое является способом [6] организации информационной избыточности на входе в оптическую измерительную систему. Соответственно, информационная избыточность априори закладывается в модели, которые используются для синтеза измерительно-вычислительных алгоритмов, что также является необходимым условием реализации метода измерения [4].

В соответствии с определением [5] под тестовым объектом понимается распределенный в пространстве объект, обладающий известными с высокой точностью геометрическими параметрами.

В зависимости от размерности модели тестовый объект может быть одномерным или многомерным, а при определенных условиях сам контролируемый объект может выступать в качестве тестового.

Если провести аналогию между векторными параметрами (составляющими) тестового объекта и составляющими сложных перемещений, которые встраиваются в модели вида (1), то векторные компоненты, являющиеся параметрами тестовых объектов, или их проекции на координатные оси можно рассматривать в качестве составляющих многокомпонентных величин – многокомпонентных тестов. Соответственно, общая методика формирования многомерных тестов и функции связи их компонентов с моделируемыми величинами подпадают под основные положения концепции векторных многокомпонентных физических величин [1, 2] и могут быть сформулированы следующим образом:

- многомерные многокомпонентные тесты рассматриваются как функции множества составляющих их компонентов;

- функции связи названных компонентов в моделях многокомпонентных тестов определяются законами векторной алгебры;

- модели векторных многомерных многокомпонентных тестов допускают многовариантность представления указанных составляющих в зависимости от решаемой задачи.

Перечисленные положения имеют принципиальное значение, поскольку и информативные составляющие многокомпонентных перемещений, и параметры тестовых объектов, используемые в моделях (1), являются величинами векторными. А для реализации метода измерения в моделях должны быть учтены и модули, и направления названных компонентов.

Принципиальным моментом является информационное наполнение моделей (1) и информативными компонентами, подлежащими определению, и компонентами многокомпонентных тестов, по существу являющимися «эталонами» или мерами, встраиваемыми в измеряемые величины. Поэтому вопросы формирования тестовых объектов, их классификации и правомерности использования в решении различных измерительных задач являются отдельным важным направлением в теории оптических измерений многокомпонентных перемещений на основе метода многомерных тестовых объектов и подлежат более детальному рассмотрению.

1. Виды тестовых объектов

Начиная разговор о видах тестовых объектов целесообразно ввести классификационные признаки, поскольку по определению любой объект с известными геометрическими параметрами может выступать в качестве тестового, а количество таких объектов стремится к бесконечности. Классификация позволит существенно сократить область рассмотрения и рекомендовать определенные подклассы для решения конкретных задач.

В некоторых работах ранее говорилось о различиях терминов многомерная и многокомпонентная измеряемая величина. При этом отмечалось, что одномерная величина может при этом являться многокомпонентной. По аналогии введем классификационный признак, основанной на мерности тестового объекта: одномерный, двухмерный (плоский) и трех мерный тестовый объект.

Простейшим одномерным тестовым объектов является отрезок прямой известной длины, показанный на рис. 1.

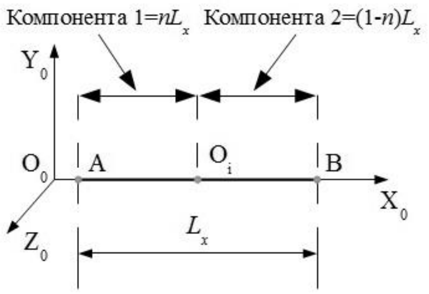

Рис. 1. Одномерный тестовый объект

Тестовый объект в виде отрезка AB, показанный на рис. 1, можно рассматривать как одномерный однокомпонентный или как одномерный многокомпонентный. В первом случае учитывается, что отрезок AB размещен вдоль оси O_0X_0, проецируется на плоскость $O_0Y_0Z_0$ в точку и имеет один геометрический параметр – длину L_x. Во втором случае во внимание принимаются компоненты $AO_i = n\,L_x$ и $O_iB = (1-n)\,L_x$, $n \in (0,1)$.

Отметим, что в моделях (1) используются не скалярные параметры объекта AB, а векторные:

$$\mathbf{L}_x = L_x \cdot \mathbf{i}\,,$$

$$\mathbf{AO}_i = n\,\mathbf{L}_x = n\,L_x \cdot \mathbf{i}\,,$$

$$\mathbf{O}_i\mathbf{B} = (1-n)\,\mathbf{L}_x = (1-n)\,L_x \cdot \mathbf{i}\,,$$

где $\mathbf{i}$ – базисный вектор, направление которого совпадает с направлением оси O_0X_0.

На рис. 2 показан двухмерный тестовый объект, полученный комбинирование двух одномерных, и представляющий собой крестообразную фигуру ABCD. Фигура расположена в плоскости $O_0X_0Y_0$ и имеет следующие образцовые параметры (тесты):

$$AO_i = nL_{ABx} \text{ и } BO_i = (1-n)L_{ABx}\,,\ (n = 0{,}5);$$

$$CO_i = nL_{CDy} \text{ и } DO_i = (1-n)L_{CDy}\,,\ (n = 0{,}5);$$

$$EB = (1-n)L_{ABx} \text{ и } FD = (1-n)L_{CDy}\,,\ (n = 0{,}75).$$

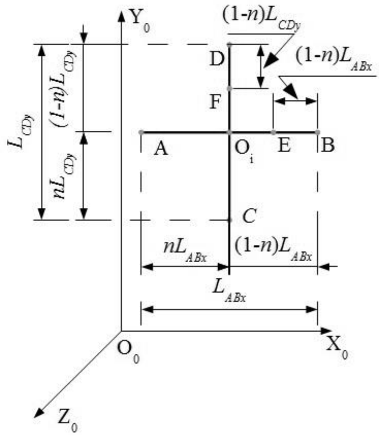

Рис. 2. Двухмерный тестовый объект

Тестовый объект ABCD является двухмерным многокомпонентным, а его параметры в моделях (1), как и в предыдущем случае, используются в векторном виде:

$$\mathbf{AO}_{\mathrm{i}} = n\mathbf{L}_{ABx} = nL_{ABx}\cdot\mathbf{i},\ (n=0{,}5);$$

$$\mathbf{BO}_{\mathrm{i}} = (1-n)\mathbf{L}_{ABx} = (1-n)L_{ABx}\cdot\mathbf{i},\ (n=0{,}5);$$

$$\mathbf{CO}_{\mathrm{i}} = n\mathbf{L}_{CDy} = nL_{CDy}\cdot\mathbf{j},\ (n=0{,}5);$$

$$\mathbf{DO}_{\mathrm{i}} = (1-n)\mathbf{L}_{CDy} = (1-n)L_{CDy}\cdot\mathbf{j},\ (n=0{,}5);$$

$$\mathbf{EB} = (1-n)\mathbf{L}_{ABx} = (1-n)L_{ABx}\cdot\mathbf{i},\ (n=0{,}75);$$

$$\mathbf{FD} = (1-n)\mathbf{L}_{CDy} = (1-n)L_{CDy}\cdot\mathbf{j},\ (n=0{,}75).$$

Соответственно $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ – базисные векторы, направление которых совпадает с направлением осей O_0X_0 и O_0Y_0.

Следующий объект получен комбинацией двухмерного объекта, показанного на рис. 2 и шара. В соответствии с предложенной классификацией на рис. 3 представлен трехмерный тестовый объект.

Данный тестовый объект в отличие от предыдущего дает возможность использовать дополнительные параметры:

$$\mathbf{D}_x = D_x\cdot\mathbf{i} = mL_{ABx}\cdot\mathbf{i},\ m\in(0,\,1);$$

$$\mathbf{D}_y = D_y\cdot\mathbf{j} = mL_{CMy}\cdot\mathbf{j},\ m\in(0,\,1).$$

Очевидно, большее количество тестовых параметров трехмерного объекта дает больший простор для моделирования в процессе реализации метода измерения. При этом вариантов реализации многомерных тестовых объектов великое множество. От плоского двухмерного объекта можно перейти к многомерному кубу и т.д. Принципиальное значение имеют особенности тестовых объектов, позволяющие воплотить в жизнь одно из базовых требований метода многомерных тестовых объектов, заключающееся в необходимости обеспечения «симметрии» и «асимметрии» моделей относительно информативных компонентов, подлежащих определению.

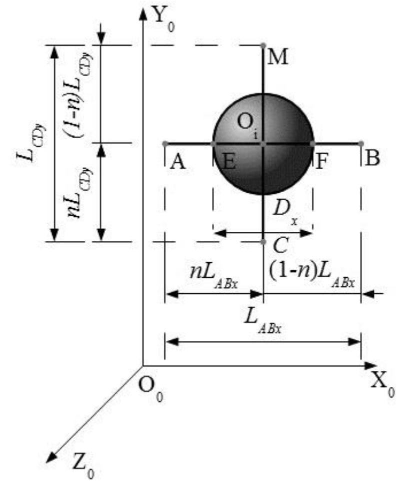

Рис. 3. Трехмерный тестовый объект

В этой связи шар, являющийся элементом представленного на рис. 3 многомерного тестового объекта, представляет больший интерес, чем, например, куб. Это объясняется тем, что тестовый параметр, связанный с диаметром шара, в проекции на плоскость видеокамеры инвариантен относительно поворота объекта в пространстве, что в комбинации с крестом дает большие возможности в реализации необходимых и достаточных признаков метода многомерных тестовых объектов в оптической измерительной системе [4].

Вследствие ограничений на объем не приводятся варианты реализации многомерных тестовых объектов, являющиеся развитием комбинационного подхода, основанного на движении от простых к более сложным. Однако, по мнению авторов, дальнейшее развитие классификации и поиск новых вариантов лежат в плоскости рассмотрения и оценки неидентичных объектов с точки зрения топологии.

2. Формализация синтеза моделей сложных многокомпонентных перемещений

В данном случае речь идет о формальном аппарате синтеза моделей сложных многокомпонентных перемещений с использованием параметров тестовых объектов, основные идеи которого были заложены во многих работах ранее [1, 2, 4, 7, 8], но до сих пор в рамках формирования стройной теории они не потеряли своей актуальности.

Опираясь на приведенные положения о многомерном тестовом объекте, определим вид функции связи $\mathbf{F}$ информативных компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ и компонентов $\mathbf{L}_{1k},..., \mathbf{L}_{qk}$ k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного теста $\mathbf{L}$ в модели (1):

$$\mathbf{F}_{ik}\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}\}= \\ =\sum_{k}^{\{x,y,z\}}\sum_{u=1}^{q}v_{iuk}\mathbf{L}_{iuk}+\sum_{k}^{\{x,y,z\}}\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijk}\mathbf{x}_{ijk}(\mathbf{r},\tau), \tag{2}$$

где i – порядковый номер функции связи;

$k \in \{x, y, z\}$ – множество координатных составляющих;

u – порядковый номер компонентов многокомпонентного теста $\mathbf{L}_{iuk}$;

j – порядковый номер информативных компонентов k-й координатной составляющей многокомпонентного перемещения $\mathbf{X}_k(\mathbf{r}, \tau)$;

$v_{iuk} \in [0,1]$ – весовые коэффициенты, отражающие отсутствие – 0 – или наличие – $(0,1]$ – соответствующей компоненты многокомпонентного теста $\mathbf{L}_{iuk}$ в модели (2);

$\eta_{ijk} \in [0,1]$ – весовые коэффициенты, отражающие отсутствие – 0 – или наличие – $(0,1]$ – соответствующей информативной компоненты $\mathbf{x}_{ijk}(\mathbf{r},\tau)$ в модели (2).

Используя (2) можно представить модель (1) в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
\mathbf{X}_{ix}(\mathbf{r},\tau)&=\sum_{u=1}^{q}v_{iux}\mathbf{L}_{iux}+\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijx}\mathbf{x}_{ijx}(\mathbf{r},\tau);\\
\mathbf{X}_{iy}(\mathbf{r},\tau)&=\sum_{u=1}^{q}v_{iuy}\mathbf{L}_{iuy}+\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijy}\mathbf{x}_{ijy}(\mathbf{r},\tau);\\
\mathbf{X}_{iz}(\mathbf{r},\tau)&=\sum_{u=1}^{q}v_{iuz}\mathbf{L}_{iuz}+\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijz}\mathbf{x}_{ijz}(\mathbf{r},\tau),
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где векторы $\mathbf{L}_{iux}$, $\mathbf{L}_{iuy}$, $\mathbf{L}_{iuz}$, $\mathbf{x}_{ijx}$, $\mathbf{x}_{ijy}$, $\mathbf{x}_{ijz}$ определены в одномерных пространствах, совпадающих с соответствующими осями декартовой системы координат.

Такое представление модели (1), сохраняя ее универсальный характер, дает механизм адаптации к конкретным практическим задачам за счет комбинирования коэффициентов $v_{iux} \in [0,1]$, $v_{iuy} \in [0,1]$, $v_{iuz} \in [0,1]$, $\eta_{ijx} \in [0,1]$, $\eta_{ijy} \in [0,1]$, $\eta_{ijz} \in [0,1]$ в области их определения.

Любое перемещение, в том числе и многокомпонентное, описывается в соответствии с законами и положениями векторной алгебры. При рассмотрении проекции векторных величин на плоскость и введении специальных соглашений, основывающихся на законах векторной алгебры, можно существенно упростить процесс синтеза сложных математических моделей и предложить формальную процедуру генерирования названных моделей, необходимых для создания соответствующих измерительно-вычислительных алгоритмов.

С целью формализации процедуры генерирования моделей введем специальные комбинационные коэффициенты, принимающие значения в соответствии со следующим соглашением:

$$\xi_{iuk}, \varsigma_{ijk} = \begin{cases} +1, \textit{если проекции векторов } \mathbf{L}_{iuk}, \mathbf{x}_{ijk} \\ \textit{совпадают с направлением соответ-} \\ \textit{ствующей оси координат;} \\ -1, \textit{если проекции векторов } \mathbf{L}_{iuk}, \mathbf{x}_{ijk} \\ \textit{не совпадают с направлением соответ-} \\ \textit{ствующей оси координат;} \\ 0, \textit{ если соответствующая} \\ \textit{компонента отсутствует.} \end{cases}$$

Тогда модель (1) примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} X_{ix}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{u=1}^{q} \xi_{iux} v_{iux} L_{iux} + \sum_{j=1}^{p} \varsigma_{ijx} \eta_{ijx} x_{ijx}(\mathbf{r},\tau); \\ X_{iy}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{u=1}^{q} \xi_{iuy} v_{iuy} L_{iuy} + \sum_{j=1}^{p} \varsigma_{ijy} \eta_{ijy} x_{ijy}(\mathbf{r},\tau); \\ X_{iz}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{u=1}^{q} \xi_{iuz} v_{iuz} L_{iuz} + \sum_{j=1}^{p} \varsigma_{ijz} \eta_{ijz} x_{ijz}(\mathbf{r},\tau). \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

Каждое из уравнений модели (4), являющихся проекциями моделируемой величины на соответствующую координатную ось декартовой системы координат, является моделью перемещения объекта в одномерном пространстве.

Наличие комбинационных коэффициентов $k \in \{x, y, z\}$, p, $\varsigma_{ijk} \in \{0, 1, -1\}$, $\xi_{ijk} \in \{0, 1, -1\}$, $\eta_{ijk} \in [0,1]$ дает большой простор для автоматизированного моделирования различных процессов. Заложенная в моделях информационная избыточность в виде параметров многомерного тестового объекта позволяет адаптировать модели к различным практическим приложениям.

Литература

1. Nesterov, V.N. Теоретические основы измерений составляющих векторных многокомпонентных физических величин // Труды III международной конференции «Идентификация систем и задачи управления». – М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 28-30 января 2004. – С. 1691-1700. – ISBN 5-201-14996-9.
2. Nesterov, V.N. Theoretical Principles for Measuring the Components of a Vector Physical Quantity // Measurement Techniques. – 2004. – Vol. 47. – № 7. – P. 657-664. – ISSN 0543-1972.
3. Нестеров, В.Н. Математическое моделирование шестизвенного манипулятора универсального промышленного робота. Прямая кинематическая задача для робота ПР125 / В.Н. Нестеров, К.В. Жеребятьев // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2005. – № 32. – С. 19-28.
4. Метод многомерных тестовых объектов в оптических измерительных системах / В.Н. Нестеров, В.М. Мухин, А.В. Мещанов; под ред. В.Н. Нестерова. – Самара: Изд-во Самарского научного центра РАН, 2013. – 224 с. – ISBN 978-5-93424-603-8.
5. Nesterov, V.N. Theoretical principles of optical measurements on the components of multicomponent displacements for mobile objects on the basis of multivariate tests / V.N. Nesterov, A.V. Meshchanov // Measurement Techniques. – 2007. – Vol. 50. – № 11. – P. 1127-1136. – ISSN 0543-1972.
6. Нестеров, В.Н. Способ контроля точности контурных перемещений промышленных роботов / В.Н. Нестеров, В.М. Мухин, А.В. Мещанов // Патент РФ на изобретение №2466858 от 20.11.2012. Бюл. №32.
7. Nesterov, V.N. Models for vector multicomponent physical quantities and a multivariate test method for optical measurement systems / V.N. Nesterov, A.V. Meshchanov // Measurement Techniques. – 2006. – Vol. 49. – № 12. – P. 1182-1188. – ISSN 0543-1972.
8. Nesterov V.N. Formal synthesis of a data-acquisition system for multicomponent physical quantities / V.N. Nesterov, D.B. Zhmurov // Measurement Techniques. – 2007. – Vol. 50. – № 9. – P. 903-907.