

Поведение поперечных компонент вектора Пойнтинга вблизи острого фокуса

С.С. Стафеев^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

²Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. С помощью формул Ричардса-Вольфа моделировалась фокусировка плоской волны с круговой поляризацией и длиной волны 532 нм апланатическим объективом с высокой числовой апертурой. Исследовалось поведение в фокусе (и в плоскостях удаленных от фокуса) поперечных составляющих вектора спинового потока $S_e = \text{Im}[E^* \times E]$ и вектора Пойнтинга $S = \text{Re}[E \times H^*]$. Было показано, что направление вращения поперечной составляющей спинового потока в фокусе не зависит от направления входной поляризации: как для левой, так и для правой круговой поляризации фокусируемого света поперечная составляющая спинового потока закручена против часовой стрелки. В то же время для поперечной составляющей вектора Пойнтинга направление вращения будет зависеть от направления вращения поляризации: для левой поляризации – по часовой стрелке, для правой – против часовой стрелки. При отдалении от плоскости фокуса максимумы поперечных составляющих вектора Пойнтинга и спинового потока ведут себя одинаково: для правой круговой поляризации – вращаются против часовой стрелки, для левой – по часовой стрелке. Интересно также, что при фокусировке света с левой круговой поляризацией продольная компонента спинового потока отрицательна.

1. Введение

Изучению эффектов, возникающих при фокусировке света линзами с высокой числовой апертурой посвящено в настоящее время значительное количество работ. Например, было продемонстрировано, что с помощью линз с высокой числовой апертурой можно формировать оптические иглы [1-3], световые туннели [4,5], цепочки фокусов [6,7], фокусы с плоской вершиной [8,9]. Интересно, что в большинстве статей рассматривается лишь поведение интенсивности в фокусе, а другим характеристикам светового поля уделяется гораздо меньшее внимание. Ранее нами исследовалась острая фокусировка света с фазовыми [10] и поляризационными сингулярностями [11] и было показано, что в некоторых случаях удается наблюдать на оптической оси большие отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга.

В данной работе с помощью формул Ричардса-Вольфа рассмотрено поведение в фокусе компонент вектора Пойнтинга $S = \text{Re}[E \times H^*]$ и вектора спинового потока $S_e = \text{Im}[E^* \times E]$ при фокусировке плоской волны с длиной волны 532 нм и круговой поляризацией апланатическим объективом с числовой апертурой $NA=0,65$. Было показано, что направление вращения

поперечной составляющей спинового потока в фокусе не зависит от направления входной поляризации: как для левой, так и для правой круговой поляризации фокусируемого света поперечная составляющая спинового потока закручена против часовой стрелки. В то же время для поперечной составляющей вектора Пойнтинга направление вращения будет зависеть от направления вращения поляризации: для левой поляризации – по часовой стрелке, для правой – против часовой стрелки. При отдалении от плоскости фокуса максимумы поперечных составляющих вектора Пойнтинга и спинового потока ведут себя одинаково: для правой круговой поляризации – вращаются против часовой стрелки, для левой – по часовой стрелке.

2. Результаты моделирования

В данной работе моделирование осуществлялось с помощью численного нахождения значения интеграла Ричардса-Вольфа:

$$U_{E,H}(\rho, \psi, z) = -\frac{iA}{\pi} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi \quad (1)$$

где $U(\rho, \psi, z)$ – напряжённость электрического или магнитного поля, $B(\theta, \varphi)$ – электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка (θ – полярный угол, φ – азимутальный), $T(\theta)$ – функция аподизации линзы ($T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ для апланатического объектива, $T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$ для дифракционной линзы), $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм), α_{\max} – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ($NA = \sin \alpha_{\max}$), $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ – матрица поляризации, для напряжённости электрического и магнитного полей имеющая вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi) \quad (2)$$

где $a(\theta, \varphi)$ и $b(\theta, \varphi)$ – функции поляризации для x - и y - компонент напряжённостей фокусируемого пучка. Для светового поля с правой круговой поляризацией:

$$U_E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (3)$$

для напряжённости электрического поля и

$$U_H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

для напряжённости магнитного поля.

2.1. Фокусировка света с правой круговой поляризацией

2.1.1. Спиновый поток в фокусе $S_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$

На рисунках ниже показано распределение поперечных компонент вектора $\mathbf{S}_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$ в фокусе (рисунок 1) и в плоскостях удаленных от фокуса на расстояния 0,532 нм (рисунок 2а,б) и 1,064 нм (рисунок 2в,г) при фокусировке света с правой круговой поляризацией $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$, $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$.

Из рисунка 1 видно, что поперечная компонента вектора $\mathbf{S}_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$ закручена против часовой стрелки. При отдалении от плоскости фокуса (рисунок 2) области экстремумов компонент вращаются также против часовой стрелки.

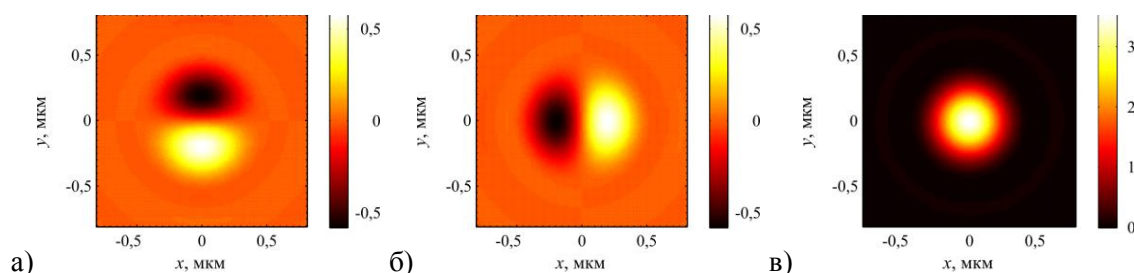


Рисунок 1. Распределение компонент S_{ex} (а), S_{ey} (б) и S_{ez} (в) в плоскости фокуса.

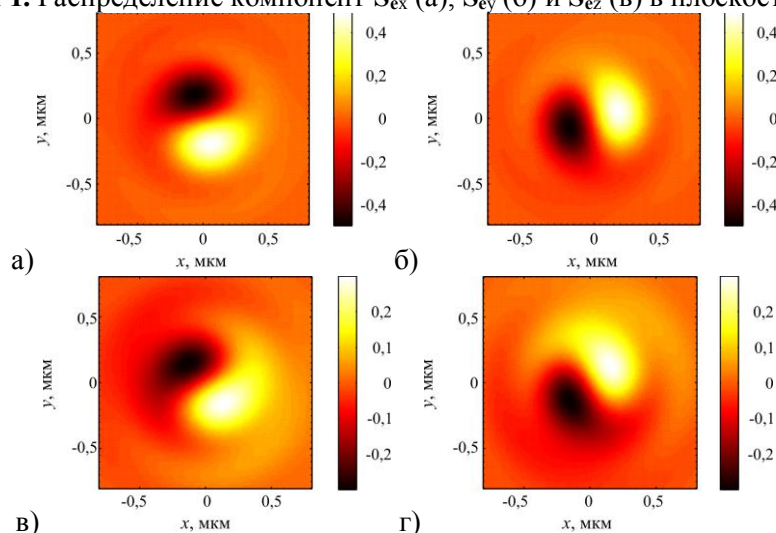


Рисунок 2. Распределение компонент S_{ex} (а,в), S_{ey} (б,г) в плоскости удаленной от фокуса на расстояние $z = 0,532$ нм (а,б) и $z = 1,064$ нм (в,г).

2.1.2. Вектор Пойнтинга $S = Re[E \times H^*]$

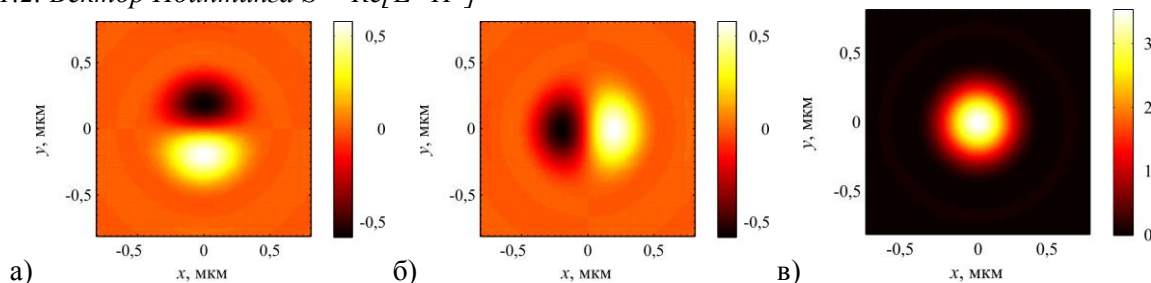


Рисунок 3. Распределение поперечных составляющих вектора Пойнтинга S_x (а), S_y (б) и S_z (в) в плоскости фокуса.

Из рисунка 3 видно, что компоненты вектора $S = Re[E \times H^*]$ выглядят также как и компоненты вектора $S_e = Im[E^* \times E]$. Поперечная компонента также закручена против часовой стрелки.

2.2. Фокусировка света с левой круговой поляризацией

2.2.1. Спиновый поток $S_e = Im[E^* \times E]$

На рисунках ниже показано распределение поперечных компонент вектора $S_e = Im[E^* \times E]$ в фокусе (рисунок 5) и в плоскостях удаленных от фокуса на расстояния 0,532 нм (рисунок 6а,б) и 1,064 нм (рисунок 6в,г) при фокусировке света с левой круговой поляризацией $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$, $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$.

Интересно, что в данном случае продольная компонента отрицательна (рисунок 5в).

Из рисунка 5 видно, что поперечная компонента вектора $S_e = Im[E^* \times E]$ закручена против часовой стрелки (аналогично правой круговой поляризации на рисунке 1). Продольные

компоненты для правой и левой поляризаций отличаются знаком. При отдалении от плоскости фокуса (рисунок б) области экстремумов поперечных компонент вращаются по часовой стрелке (в отличие от правой круговой поляризации).

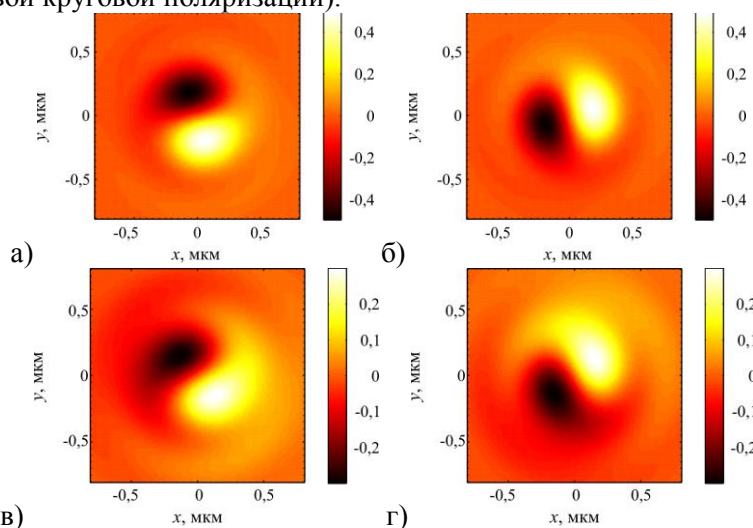


Рисунок 4. Распределение поперечных составляющих вектора Пойнтинга S_x (а,в), S_y (б,г) в плоскости удаленной от фокуса на расстоянии $z = 0,532$ нм (а,б) и $z = 1,064$ нм (в,г).

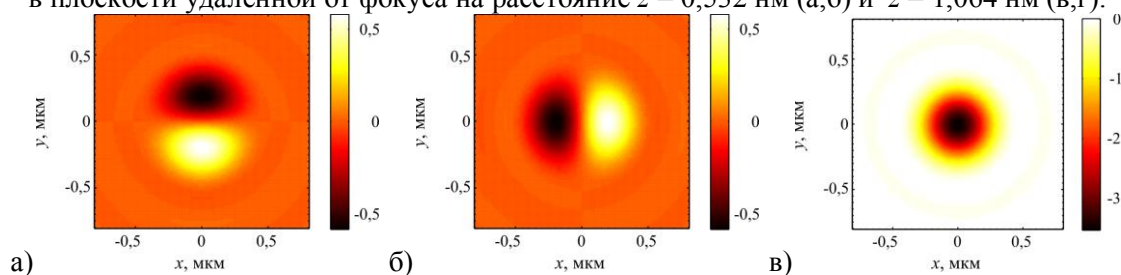


Рисунок 5. Распределение компонент S_{ex} (а), S_{ey} (б) и S_{ez} (в) в плоскости фокуса.

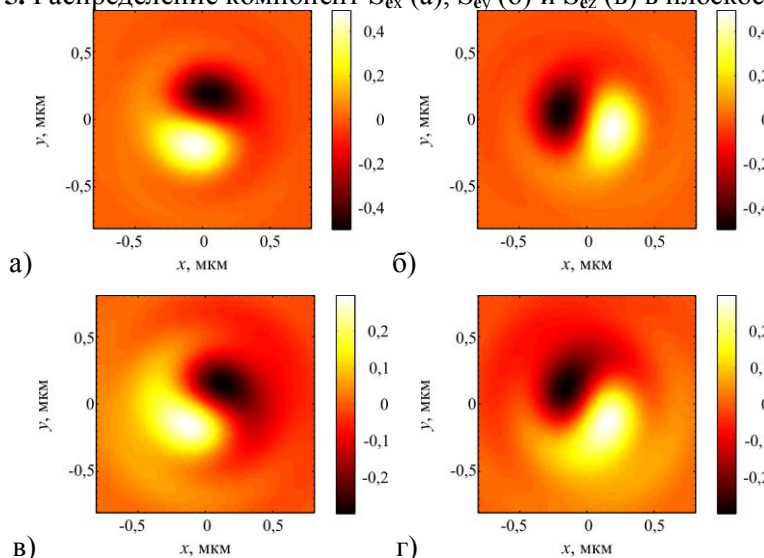


Рисунок 6. Распределение компонент S_{ex} (а,в) и S_{ey} (б,г) в плоскости удаленной от фокуса на расстоянии $z = 0,532$ нм (а,б) и $z = 1,064$ нм (в,г).

2.2.2. Вектор Пойнтинга $S = \text{Re}[E \times H^*]$

В отличие от правой круговой поляризации в данном случае распределения векторов $S_e = \text{Im}[E^* \times E]$ и $S = \text{Re}[E \times H^*]$ не совпали – последний закручен по часовой стрелке.

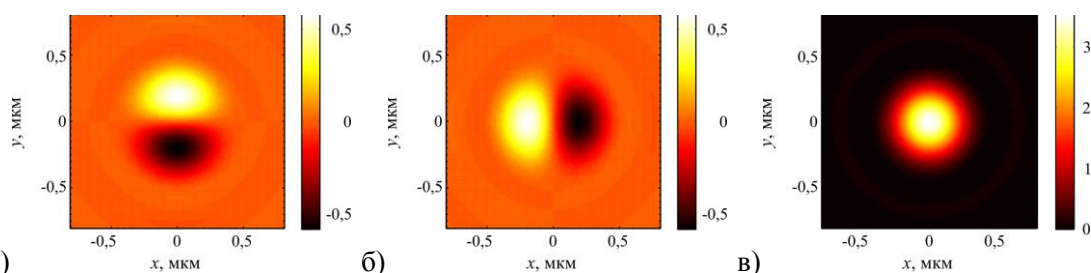


Рисунок 7. Распределение поперечных составляющих вектора Пойнтинга S_x (а), S_y (б) и S_z (в) в плоскости фокуса.

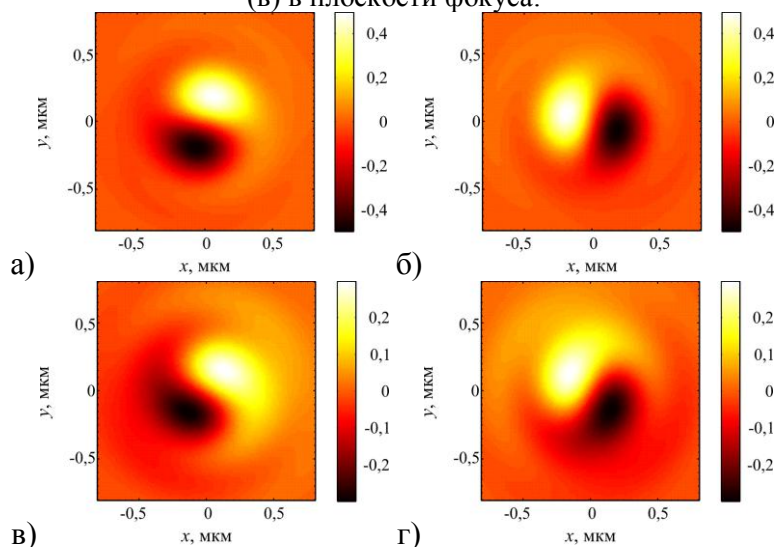


Рисунок 8. Распределение поперечных составляющих вектора Пойнтинга S_x (а,в), S_y (б,г) в плоскости удаленной от фокуса на расстоянии $z=0,532$ нм (а,б) и $z=1,064$ нм (в,г).

Таблица 1. Поведение векторов $S_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$ и $\mathbf{S} = \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$ в фокусе.

Направление круговой поляризации	Вектор	Направление вращения поперечной составляющей вектора	Направление вращения экстремумов при отдалении от фокуса	Знак продольной составляющей вектора
Правая круговая поляризация	$S_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$	против ч.с. (рисунок 1)	против ч.с. (рисунки 1-2)	+
	$\mathbf{S} = \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$	против ч.с. (рисунок 3)	против ч.с. (рисунки 3-4)	+
Левая круговая поляризация	$S_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$	против ч.с. (рисунок 5)	по ч.с. (рисунки 5-6)	-
	$\mathbf{S} = \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$	по ч.с. (рисунок 7)	по ч.с. (рисунки 7-8)	+

3. Заключение

В данной работе с помощью формул Ричардса-Вольфа рассмотрено поведение в фокусе компонент вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$ и вектора спинового потока $S_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$ при фокусировке плоской волны с длиной волны 532 нм и круговой поляризацией апланатическим объективом с числовой апертурой $NA=0,65$. Было показано, что направление вращения поперечной составляющей спинового потока в фокусе не зависит от направления входной поляризации: как для левой, так и для правой круговой поляризации фокусируемого света поперечная составляющая спинового потока закручена против часовой стрелки. В то же время для поперечной составляющей вектора Пойнтинга направление вращения будет зависеть

от направления вращения поляризации: для левой поляризации – по часовой стрелке, для правой – против часовой стрелки. При отдалении от плоскости фокуса максимумы поперечных составляющих вектора Пойнтинга и спинового потока ведут себя одинаково: для правой круговой поляризации – вращаются против часовой стрелки, для левой – по часовой стрелке. Интересно также, что при фокусировке света с левой круговой поляризацией продольная компонента спинового потока отрицательна.

4. Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Результаты моделирования», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-07-01122 в части «Фокусировка света с правой круговой поляризацией» и грант 18-07-01380 в части «Фокусировка света с левой круговой поляризацией»), а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Введение».

5. Литература

- [1] Grosjean, T. Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths / T. Grosjean, I. Gauthier // *Optics Communications*. – 2013. – Vol. 294. – P. 333-337.
- [2] Wu, Z. Optimization-free approach for generating subdiffraction quasi-non-diffracting beams / Z. Wu, K. Zhang, S. Zhang, Q. Jin, Z. Wen, L. Wang, L. Dai, Z. Zhang, H. Chen, G. Liang, Y. Liu, G. Chen // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 26(13). – P. 16585-16599.
- [3] Guan, J. Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus / J. Guan, J. Lin, C. Chen, Y. Ma, J. Tan, P. Jin // *Optics Communications*. – 2018. – Vol. 404. – P. 118-123.
- [4] Yu, Y. Engineering of multi-segmented light tunnel and flat-top focus with designed axial lengths and gaps / Y. Yu, H. Huang, M. Zhou, Q. Zhan // *Optics Communications*. – 2018. – Vol. 407. – P. 398-401.
- [5] Zheng, C. Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates / C. Zheng, S. Su, H. Zang, Z. Ji, Y. Tian, S. Chen, K. Mu, L. Wei, Q. Fan, C. Wang, X. Zhu, C. Xie, L. Cao, E. Liang // *Applied Optics*. – 2018. – Vol. 57. – P. 3802-3807.
- [6] Lin, J. Generation of longitudinally polarized optical chain by 4π focusing system / J. Lin, R. Chen, P. Jin, M. Cada, Y. Ma // *Optics Communications*. – 2015. – Vol. 340. – P. 69-73.
- [7] Yu, Y. Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics / Y. Yu, Q. Zhan // *Journal of Optics*. – 2015. – Vol. 17. – P. 105606.
- [8] Chen, H. Demonstration of flat-top focusing under radial polarization illumination / H. Chen, S. Tripathi, K.C. Toussaint // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39. – P. 834-837.
- [9] Ping, C. Radially polarized multi-Gaussian Schell-model beam and its tight focusing properties / C. Ping, C. Liang, F. Wang, Y. Cai // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25. – P. 32475-32490.
- [10] Kotlyar, V.V. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.G. Nalimov // *Physical Review A*. – 2019. – Vol. 99(3). – P. 033840.
- [11] Stafeev, S.S. The non-vortex inverse propagation of energy in a tightly focused high-order cylindrical vector beam / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, E.S. Kozlova // *IEEE Photonics Journal*. – 2019. – Vol. 11(4). – P. 4500810.

Behaviour of transverse Poynting vector components in the vicinity of tight focus

S.S. Stafeev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

²Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. Using Richards-Wolf formula it was numerically investigated focusing of circularly polarized plane wave with wavelength 532 nm by aplanatic lens with high numerical aperture. We have investigated the behavior of spin energy flow $S_e = \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]$ and Poynting vector $\mathbf{S} = \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$ in focal spot.