

Построение случайной текстурной поверхности на основе самоподобных структур

О.А. Моссоулина¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Реализовано построение случайных текстурных поверхностей на основе самоподобных структур с добавлением некоторого вероятностного элемента в процесс построения. Рассмотрен пример случайного фрактала, распространенного в природе, который получается в процессе так называемой диффузионно – ограниченной агрегации. Кроме того, исследован пространственный спектр сформированных поверхностей на основе многомерного преобразования Фурье. Для визуализации 3D текстуры использован программный пакет ParaView.

1. Введение

В последнее время все большую актуальность приобретают междисциплинарные исследования в современных науках о Земле. Исследования все чаще проводятся на стыке различных научных направлений [1]. Для комплексной оценки современного состояния различных природных структур необходимо проводить исследования с использованием не только классических научных методов, разработанных и апробированных в системе наук о Земле, но и новейших физических, математических, компьютерных знаний и технологий. Одним из таких инструментов является фрактальный анализ. Данный метод позволяет оценить характер самоподобия природного объекта, раскрыть его фрактальные свойства [2].

Комплексная оценка состояния различных природных структур по их изображениям требует привлечения не только классических методов моделирования и прогнозирования тенденций изменения свойств природных объектов [2-3]. Фрактальный подход может быть применен к природным объектам (в частности, для описания ландшафтных изображений), демонстрирующими свойства самоподобия в относительно широком диапазоне характерных масштабов. Подобные методы используют дробную топологическую размерность пространства сигналов и изображений, а также свойства самоподобия или скейлинга [3].

Заметим, что определенные свойства статистических фракталов, таких как аэрозоли, дым, муар [4-7] совпадают, что очень важно для задач передачи оптического сигнала через неоднородную или случайную среду [8-10].

Одной из важнейших характеристик фракталов является пространственный спектр [11-14]. В данной работе выполнено построение случайных текстурных поверхностей на основе самоподобных структур с внесением вероятностного элемента в процесс построения. Рассмотрен пример случайного фрактала, распространенного в природе, который получается в процессе так называемой диффузионно–ограниченной агрегации. Рассчитаны

пространственные спектры сформированных поверхностей на основе многомерного преобразования Фурье.

2. Результаты исследований

Рассмотрим одну из простейших фрактальных структур – дракон Хартера – Хейтуэя.

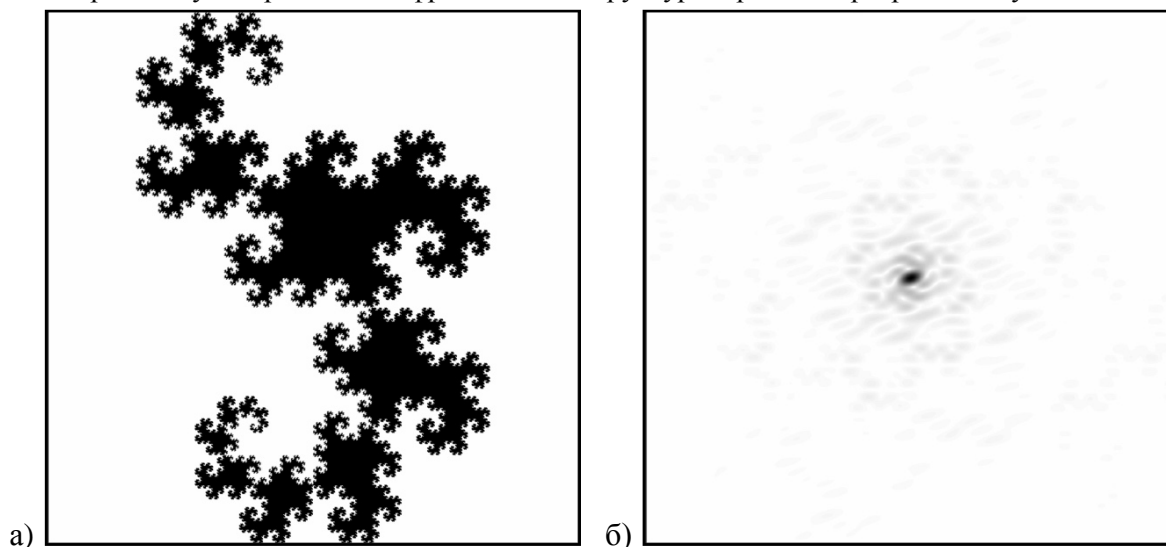


Рисунок 1 Вид фрактальной структуры дракон Хартера – Хейтуэя (а) и ее пространственный спектр (б) для $N=23$ уровня фрактала.

На рисунке 1 хорошо видно, что у пространственного спектра данной структуры появляется вихревое закручивание, связанное с построением фрактала.

Рассмотрим далее примеры формирования случайных двумерных и трехмерных фракталов. Моделирование фрактала происходит с помощью генерации случайного множества Кантора. Каждому случайному множеству Кантора соответствует одинаковый случайный процесс, то есть удаление части отрезка, причем длина самого отрезка и разделенных им частей задаются случайным образом в пределах допустимого значения.

При этом сохраняется определенная степень регулярности, так как на каждом шаге процесса построения фрактала удаление повторяется случайным образом на обеих сторонах удаленного сегмента.

Построить двумерный фрактал можно просто как произведение одномерных, причем по разным осям можно ввести масштабное преобразование. Более того, в этом случае можно использовать фракталы разных уровней. Тогда пространственный спектр для двумерного триадного фрактала Кантора можно оценить по формуле:

$$F_{S,P}(u, v) = 2^{-S-P} \left[\prod_{s=0}^{S-1} \cos(2\pi \cdot 3^s \alpha u) \right] \left[\prod_{p=0}^{P-1} \cos(2\pi \cdot 3^p \beta v) \right] \text{sinc}(\alpha u) \text{sinc}(\beta v), \tag{1}$$

где S – уровень фрактала.

На рисунке 2 показаны примеры случайных фракталов, полученных на основе ковра Серпинского.

Для получения трехмерного случайного фрактала воспользуемся на первом шаге единичным кубом $E_0 = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$. На следующем шаге (уровне) фрактал задается как $E_1 = ([0, a_1] \cup [b_1, 1]) \times ([0, a_2] \cup [b_2, 1]) \times ([0, a_3] \cup [b_3, 1])$, где a_1, a_2, a_3, b_1, b_2 и b_3 – параметры фрактала, задаваемые в диапазоне $(0, 1)$, причем $a_1 < b_1, a_2 < b_2$ и $a_3 < b_3$. Генерация трехмерного фрактала, как и для одномерного и двумерного случая, происходит по принципу формирования щелей с растущей частотой по мере увеличения уровня фрактала. Но введены некоторые поправки, так что длина на каждом шаге задается случайным образом.

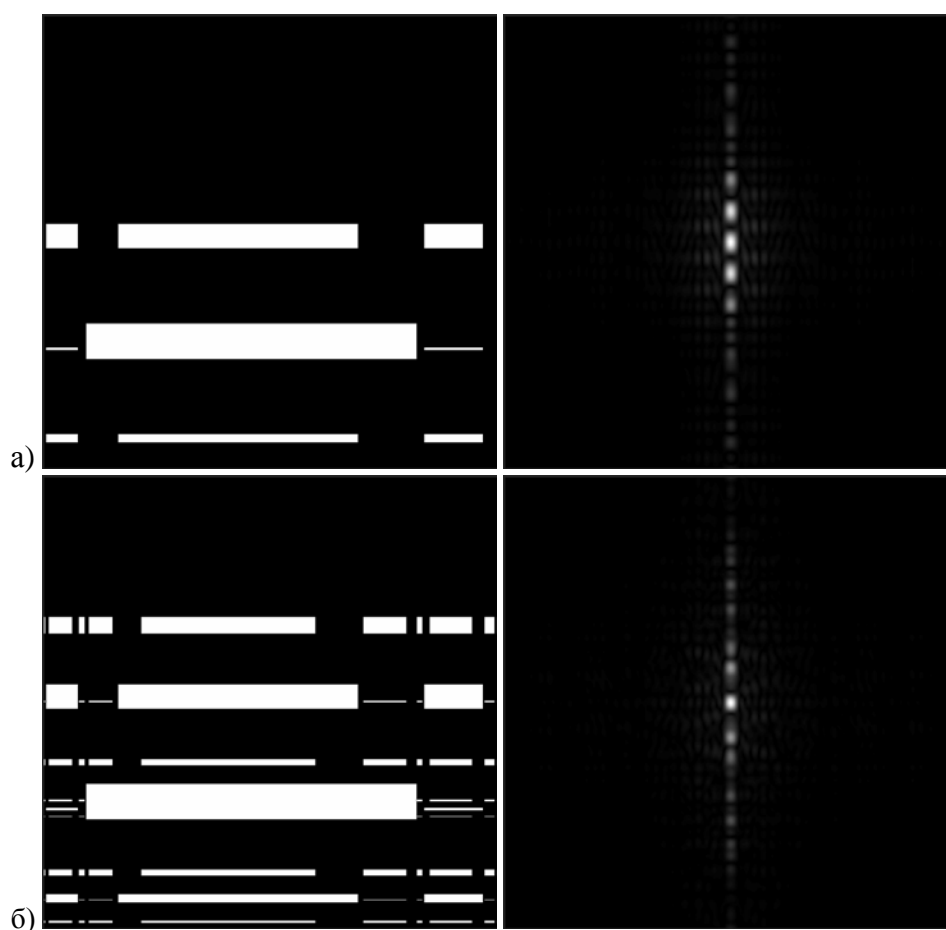


Рисунок 2. Вид случайной фрактальной структуры (слева) и ее пространственный спектр (справа) для различных уровней фрактала: а) $S=3$; б) $S=4$.

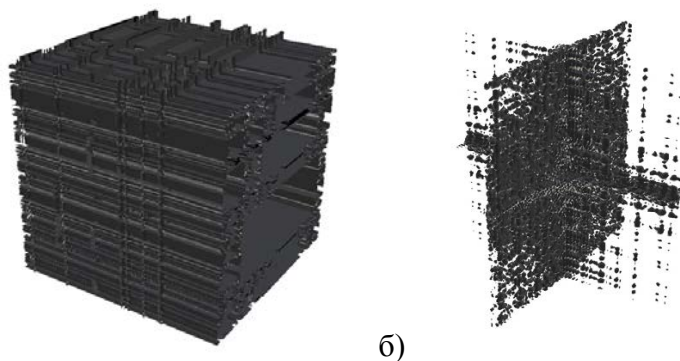


Рисунок 3. Вид трёхмерной случайной фрактальной структуры (а) и ее пространственный спектр (б) для $S=5$ уровней фрактала.

3. Заключение

В работе двумерный и трёхмерный случай получения фрактальной структуры случайного вида. Получены пространственные спектры сформированных фракталов. Трёхмерные структуры были получены с помощью программного пакета ParaView.

4. Литература

- [1] Фаворская, М.Н. Комплексный расчет характеристик ландшафтных изображений / М.Н. Фаворская, Н.Ю. Петухов // Оптический журнал. – 2010. – Т. 77, № 8. – С. 54-60.

- [2] Петухов, Н.Ю. Распознавание текстурных изображений на основе статистических и фрактальных признаков / Н.Ю. Петухов // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика МФ Решетнева. – 2011. – №. 4.
- [3] Gonzalez, R.C. Digital image processing prentice hall / R.C. Gonzalez, R.E. Woods. – NJ: Upper Saddle River, 2002.
- [4] Peitgen, H.O. Chaos and fractals: new frontiers of science / H.O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe. – New York: Springer, 2004. – 864 p.
- [5] Forrest, S. Long-range correlations in smoke-particle aggregates / S. Forrest, T.A. Witten // J. Phys. A. – 1979. – Vol. 12(5). – P. L109.
- [6] Berry, M.V. Optics of fractal clusters such as a smoke / M.V. Berry, I.C. Percival // Journal of Modern Optics. – 1986. – Vol. 33(5). – P. 577-591.
- [7] Oster, G. Theoretical interpretation of moire patterns / G. Oster, M. Wasserman, C. Zwerling // J. Opt. Soc. Am. – 1964. – Vol. 54(2). – P. 169-175.
- [8] Khonina, S.N. Creating order with the help of randomness: generating transversely random, longitudinally invariant vector optical fields / S.N. Khonina, I. Golub // Optics letters. – 2015. – Vol. 40(17). – P. 4070-4073.
- [9] Soifer, V.A. Vortex beams in turbulent media / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // Computer Optics. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [10] Porfirev, A.P. Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium / A.P. Porfirev, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56(11). – P. E8-E15.
- [11] Allain, C. Spatial spectrum of a general family of self-similar arrays / C. Allain, M. Cloitre // Phys. Rev. – 1987. – Vol. 36(12). – P. 5751-5757.
- [12] Uozumi, J. Fraunhofer diffraction by Koch fractals / J. Uozumi, H. Kimura, T. Asakura // J. Mod. Opt. – 1990. – Vol. 37(6). – P. 1011-1031.
- [13] Zunino, L. Fraunhofer diffraction by cantor fractals with variable lacunarity / L. Zunino, M. Garavaglia // J. Mod. Opt. – 2003. – Vol. 50(5). – P. 717-727.
- [14] Horvath, P. Koch fractals in physical optics and their Fraunhofer diffraction patterns / P. Horvath, P. Smid, I. Vaskova, M. Hrabovsky // Optik. – 2010. – Vol. 121(2). – P. 206-213.

Modeling of the random texture surface based on self-similar structures

O.A.Mossulina¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The construction realized of random texture surfaces based on self-similar ones with the addition of certain rules of the probability element in the construction process. An example of a random fractal widespread in nature is obtained in the process of so-called diffusion-precise aggregation. The spatial spectrum of the formed surfaces is investigated on the basis of the multidimensional Fourier transform. To visualize 3D textures used software package ParaView.

Keywords: random surfaces, Cantor set, Sierpinski carpet, Menger sponge, fast Fourier transform, 3D modeling.