ПОСТРОЕНИЕ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С БЫСТРЫМИ И МЕДЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

О.В. Видилина, Н.В. Воропаева

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Рассматривается задача оценивания вектора состояния разнотемповой динамической системы при помощи построения наблюдателя. Применение метода асимптотической декомпозиции сингулярно возмущенных дифференциальных систем позволяет понизить порядок наблюдателей.

Ключевые слова: разнотемповые динамические системы, задача оценивания.

Введение

Характерной особенностью динамики сложных систем является наличие процессов с существенно различными скоростями протекания. Математическими моделями таких систем являются системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, содержащие один или несколько малых параметров при части производных. Анализ и управление такими системами затруднены ввиду высокой размерности и наличия разнотемповых составляющих.

При исследовании поведения динамических систем и решении задач управления необходимо контролировать изменение вектора состояния системы. В реальных ситуациях измерение вектора состояния затруднительно либо по техническим причинам, либо из-за невозможности проведения процесса наблюдения, либо вследствие высоких экономических затрат. В связи с этим возникает необходимость применения способов, которые позволили бы косвенно оценить переменные состояния, недоступные измерению.

Один из наиболее распространенных подходов к задаче оценивания вектора состояния основан на построении такой системы, называемой наблюдателем, решение которой при произвольных начальных условиях сходится к решению рассматриваемой системы. При этом выделяются наблюдатели полного и пониженного порядка (наблюдатели Люенбергера).

В настоящей работе исследуются особенности построения наблюдателей для линейных разнотемповых динамических систем, предлагается способ построения наблюдателя полного порядка с использованием алгоритма декомпозиции системы.

1. Декомпозиция задачи наблюдения

Рассматривается сингулярно возмущенная дифференциальная система

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2, \\ \varepsilon\frac{dx_2}{dt} &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $x_1 \in R^k, x_2 \in R^n$, $A_{i,j}= A_{i,j}(t,\varepsilon)$, $i,j=1,2$ - матричные функции, ε –положительный малый параметр. Предполагается, что все собственные значения матрицы $A_{22}(t,0)$ имеют отрицательные вещественные части.

Вектор переменных, доступных измерению, имеет вид

$$y=c_1x_1+ c_2x_2, \quad y\in R^l . \tag{2}$$

Рассматривается задача построения наблюдателя полного порядка для системы (1).

Для разделения движений в системе (1) воспользуемся методом асимптотической декомпозиции [1], базирующимся на теории интегральных многообразий Боголюбова - Митропольского. Этот метод позволяет привести исходную систему к блочно-треугольному виду с независимой медленной подсистемой, а в линейном случае – к блочно-диагональному виду, полностью разделяя медленные и быстрые переменные.

Произведем в системе (1) замену переменных

$$x_1 = v + \varepsilon Pz, \quad x_2 = z + Lx_1, \tag{3}$$

приводящую ее к блочно-диагональному виду

$$\frac{dv}{dt} = A_1 v, \tag{4}$$

$$\varepsilon\frac{dz}{dt} = A_2 z, \tag{5}$$

$A_1 = A_{11} + A_{12}L, \quad A_2 = A_{22} - \varepsilon LA_{12}.$

Матричные функции $L=L(t, \varepsilon)$, $P=P(t, \varepsilon)$ являются решениями уравнений

$$\varepsilon\frac{dL}{dt} + \varepsilon L(A_{11} + A_{12}L)= A_{21} + A_{12}L ,$$

$$\varepsilon\frac{dP}{dt} + PA_2=\varepsilon A_1P+A_{12}.$$

Расщепляющее преобразование (3) может быть построено с любой степенью точности в виде асимптотического разложения по степеням малого параметра ε.

Вектор переменных, доступных измерению, связан с новыми переменными соотношением

$$y=d_1v+d_2z,$$

$$d_1=c_1+c_2L, \quad d_2=\varepsilon c_1P+ c_2(E+\varepsilon LP).$$

Блочная матрица состава наблюдений примет вид $D=(d_1, d_2)$.

Обозначим через A - блочно-диагональную матрицу

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & \dfrac{A_2}{\varepsilon} \end{pmatrix}.$$

Наблюдатель полного порядка для системы (4), (5) строится в виде

$$\frac{dm}{dt}=Am+V(y-Dm), \qquad (6)$$

где матрица $V=V(t)$ выбирается из условия, что решение системы (6) сходится при $t\to+\infty$ к решению системы (4), (5) при любых начальных условиях.

В случае, когда правые части системы (1), (2) не зависят явно от t и выполнено условие полной наблюдаемости, матрица V может быть выбрана постоянной из условия, что собственные значения матрицы $(A\text{-}VD)$ лежат в левой полуплоскости.

Будем искать блочную матрицу V в виде

$$V=\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}.$$

Тогда для блоков m_v, m_z вектора оценки m получаем систему

$$\frac{dm_v}{dt}=A_1 m_v+V_1(y-d_1 m_v-d_2 m_z),$$
$$\varepsilon\frac{dm_z}{dt}=A_2 m_z+\varepsilon V_2(y-d_1 m_v-d_2 m_z).$$

Так как, по предположению, все собственные значения матрицы $A_{22}(t,0)$ имеют отрицательные вещественные части, в качестве матрицы V_2 можно выбрать нулевую матрицу. Использование расщепляющего преобразования (2) позволяет уменьшить количество неизвестных элементов матрицы V до k□l.

В качестве наблюдателя может использоваться система

$$\frac{dm_v}{dt}=A_1 m_v+V_1(y-d_1 m_v),$$
$$\varepsilon\frac{dm_z}{dt}=A_1 m_z.$$

В случае, когда исходная система (1) является автономной, матрица V_1 может быть выбрана постоянной из условия, что собственные значения матрицы $(A_1\text{-}V_1 d_1)$ лежат в левой полуплоскости.

Оценки исходных переменных x_1 и x_2 получаем из соотношений

$$m_1=m_v+\varepsilon P m_z,\quad m_2=m_z+L m_v.$$

Таким образом, применение метода асимптотической декомпозиции в задаче построения наблюдателей для сингулярно возмущенных систем позволяет понизить размерность наблюдателя, т.к. задача сводится к построению наблюдателя для медленной подсистемы.

Предлагаемый подход может быть использован при построении наблюдателя пониженного порядка (наблюдателя Люенбергера) для сингулярно возмущенных систем вида (1) а также при решении задачи оценивания состояния системы с учетом помех в измерительных устройствах.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания (проект № 204).

Литература

1. Воропаева, Н.В. Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем / Н.В. Воропаева, В.А. Соболев. – М.: Физматлит, 2009. – 256 с.