

ПОСТАНОВКА ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ НА ОРГРАФЕ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С РАЗЛИЧИМЫМИ КАНАЛАМИ

М.С. Бобков, Е.Д. Шикина

Самарский государственный технический университет (СамГТУ), Самара, Россия

В отличие от систем массового обслуживания (СМО) с неразличимыми каналами одинаковой пропускной способности и общей очередью орграф состояний системы с различимыми каналами имеет нелинейную структуру. Оптимизация таких СМО проводится на основе расчёта характеристик сопоставленной ей составной транспортной задачи линейного программирования.

Ключевые слова: транспортная задача, системы массового обслуживания, граф состояний системы.

Введение

Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО) с различимыми каналами (имеющими, к примеру, разную пропускную способность или отдельные очереди). Если СМО состоит из неразличимых каналов (имеющих одинаковую пропускную способность и общую очередь), то орграф её состояний G имеет линейную структуру. Различимость каналов приводит к росту числа состояний и усложнению связей между ними, так как число возможных состояний определяется не только суммарным числом заявок, присутствующих в системе (в очередях и на обслуживании), но также их распределением в отдельных каналах и их очередях. [1-3]

Построение орграфа СМО

Граф G состояний СМО с неразличимыми каналами представим линейной цепочкой

$$G=G_0 \leftrightarrow G_1 \leftrightarrow G_2 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow G_i \leftrightarrow G_{i+1} \leftrightarrow \dots \leftrightarrow G_N,$$

составленной из подграфов G_i , $i=0 \div N$, отвечающих наличию в очередях и каналах суммарно i заявок.

Здесь N – максимальное число заявок в системе, равное сумме числа каналов и ёмкостей их очередей.

Тогда каждая соседняя пара $G_i \leftrightarrow G_{i+1}$ образует двудольный орграф с парными антиколлинеарными дугами, отражающими переходы между состояниями «слева-направо» (при получении очередной входной заявки) и «справа-налево» (при выходе из системы обслуженной заявки).

Например, подграф G_0 состоит из единственного состояния простоя СМО (все каналы и их очереди пусты), как и подграф G_N , состоящий из единственного состояния отказа СМО (все каналы и их очереди полностью заняты). Прочие подграфы G_i содержат большее число отдельных состояний.

Постановка транспортных задач

Таким образом, каждый двудольный подграф

$$G_{i-1} \leftrightarrow G_i, i=1 \div (N-1),$$

можно интерпретировать как реализацию двух типов (не)замкнутых транспортных задач линейного программирования:

- 1) $G_{i-1} \rightarrow G_i$ с $|G_{i-1}|$ источниками и $|G_i|$ стоками;
- 2) $G_{i-1} \leftarrow G_i$ с $|G_i|$ источниками и $|G_{i-1}|$ стоками.

В качестве аналога удельных транспортных затрат при транспортировании от источника к стоку выступают интенсивности переходов «слева-направо» (при получении очередной заявки на обслуживание) в задаче 1 и подобные интенсивности переходов «справа-налево» (при выходе очередной обработанной заявки) в задаче 2.

Эти задачи будут замкнуты при отсутствии отказов в обслуживании при соответствующей диспетчеризации потока входных заявок. Однако можно рассмотреть и незамкнутую реализацию транспортной задачи, если допустимы простои одного из каналов при переполнении других (отказ в обслуживании отдельным каналом, например, при обслуживании заявок, требующих прохождения через определённый канал).

Тогда задача управления (оптимальной диспетчеризации) СМО сведётся к оптимизации двух составных транспортных задач, составленных в виде линейных цепочек

$$T = T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow \dots \rightarrow T_i \rightarrow T_{i+1} \rightarrow \dots \rightarrow T_N,$$

составленной из транспортных задач $T_i, i=1 \div N$, первого типа и

$$U = U_1 \leftarrow U_2 \leftarrow \dots \leftarrow U_i \leftarrow U_{i+1} \leftarrow \dots \leftarrow U_N,$$

составленной из транспортных задач $U_i, i=1 \div N$, второго типа.

Соответствующие звенья этих цепочек состоят из одинаковых долей двудольных графов и различаются лишь весами дуг, связывающих свои доли.

Диспетчеризация потока входных заявок

Отметим необходимость диспетчеризации входных заявок в СМО с различимыми каналами в отличие от случая СМО с неразличимыми каналами.

Легко заметить, что для разметки дуг «слева-направо» нужно определить, какая доля входного (общего) потока заявок пройдёт через заданный канал и его очередь. Однако как только эта доля будет фиксирована тем или иным образом (технически или организационно), появятся состояния частичного отказа, когда входная заявка общего потока СМО обращается в выделенный ей диспетчером канал и обнаруживает, что канал и его очередь заполнены. При этом возможны простои или свободные места в очереди некоторых других каналов.

Это соответствует неочевидному эвристическому предположению о том, что зарегулированная СМО обладает меньшей пропускной способностью по сравнению с системой без априорного задания долей отдельных потоков.

Заключение

Оптимизацию тех или иных характеристик СМО с различными каналами можно провести на основе расчёта характеристик сопоставленной ей составной транспортной задачи линейного программирования. Изменение критерия оптимальности (минимизация вероятности отказа, минимизация вероятности простоя системы, равномерная загрузка каналов обслуживания, минимизация среднего времени нахождения заявки в очереди или в системе в целом и т.п.) влечёт изменение постановки и решения соответствующей транспортной задачи линейного программирования.

Литература

1. Котенко, А.П. Аналитическое описание систем массового обслуживания с использованием колец вычетов / А.П. Котенко, М.Б. Букаренко / «Математическое моделирование и краевые задачи». Труды VII Всероссийской научной конференции. Ч.2. – Самара: Изд-во СамГТУ. – 2010. – С. 136-139.
2. Котенко, А.П. Система массового обслуживания с различными каналами как конечный автомат / А.П. Котенко, М.Б. Букаренко // Вестник СамГТУ Серия «Физ.-мат. науки». – 2012. – № 3(28). – С. 114-124.
3. Котенко, А.П. Моделирование конечными автоматами систем массового обслуживания с различными каналами / А.П. Котенко, М.Б. Букаренко // Известия СНЦ РАН. – 2014. – Т. 16, №4 (2). – С. 318-321.