

Перепутывание в двухфотонной двухатомной модели Тависа-Каммингса при наличии расстройки

Е.К. Башкиров¹, В.А. Решетов²

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

²Тольяттинский государственный университет, Белорусская 14, Тольятти, Россия, 445020

Аннотация. В настоящей работе мы исследовали перепутывание двух двухуровневых атомов, которые одновременно взаимодействуют с одномодовым тепловым полем посредством нерезонансных вырожденных двухфотонных переходов. Показано, что расстройка между частотой атомного перехода и удвоенной частотой поля может вызывать сильное перепутывание состояния атомов. Для соответствующих значений параметра расстройки оба атома могут быть перепутаны, даже в том случае, когда они оба изначально находятся в возбужденных состояниях.

1. Введение

Перепутанные состояния являются фундаментом современной квантовой информатики. Перепутанные состояния могут быть использованы для квантовой телепортации и других эффективных коммуникационных протоколов, реализации физически стойких протоколов квантовой криптографии и физики квантовых вычислений и др. [1]. Для квантовых вычислений нужны максимально перепутанные, чистые, устойчивые состояния с большими временами декогеренции. В связи с этим, в задачу современной квантовой информатики и квантовой оптики входит создание эффективных методов генерации и управления перепутанными состояниями, а также изучение различных физических систем, которые могут быть использованы в качестве кубитов квантовых компьютеров. Для генерации атом-атомных перепутанных состояний может использоваться их взаимодействие с общим полем (электромагнитным, фононным и т.д.) резонатора. Степень перепутывания атомов, возникающая за счет взаимодействия с полем резонатора, кроме особенностей структуры атома и резонатора и силы их связи зависит также от большого числа других факторов, в частности от состояний, в которых приготовлены изначально атомы и поле, наличия различных каналов диссипации энергии, фазы и т.д. Кубиты, взаимодействующие с выделенными модами резонаторов, в настоящее время исследуются не только теоретически, но реализованы экспериментально на нейтральных атомах и ионах в резонаторах и ловушках, примесных спицах, сверхпроводящих кольцах с джозефсоновскими переходами, гибридных и оптомеханических системах и т.д. [2]. Для теоретического описания таких систем обычно используется модель Джейнса-Каммингса и ее простейшие обобщения [3]. Модели типа Джейнса-Каммингса играют фундаментальную роль в квантовой оптике и квантовой информатике, поскольку позволяют описать все основные квантовые эффекты взаимодействия излучения с веществом. В частности на примере двух- и многоатомной

модели Джейнса-Каммингса можно исследовать особенности атомного перепутывания за счет взаимодействия атомов с электромагнитными полями.

Взаимодействие квантовых объектов, приготовленных в перепутанном состоянии, с окружением обычно приводит к декогерентности и потере особых квантовых корреляций состояний или перепутывания. Это означает, что основная проблема, возникающая при создании, контроле и хранении атомных перепутанных состояний заключается в том, чтобы предотвратить, минимизировать или использовать влияние шума. Было высказано большое количество предложений по защите, минимизированию или использованию влияния окружения для создания и сохранения максимально перепутанных состояний, например стратегия кольцевого контроля, коррекция квантовых ошибок, использование избыточного кодирования и др. Однако указанные способы успешно решают проблему только при малой скорости генерации ошибок в исследуемой системе. Недавно в большом количестве работ было показано, что, в некоторых случаях диссипация и шум могут, напротив, являться источником перепутывания. В частности, в ряде работ была предсказана возможность генерации перепутывания кубитов различной природы за счет их взаимодействия с тепловым полем. Питер Найт с соавторами [4] показали, что одномодовый тепловой шум может индуцировать атом-атомное перепутывание в системе двух двухуровневых атомов в идеальном резонаторе. В последнее время в квантовой информатике особое внимание уделяется изучению динамики кубитов, взаимодействующих с электромагнитными полями посредством много-фотонных процессов в связи с высокой степенью корреляций состояний испускаемых фотонов [5]. Перепутывание в двухатомной системе с вырожденным двухфотонным взаимодействием, индуцированное одномодовым тепловым шумом, было рассмотрено в работе [6], а влияние двухмодового теплового шума на перепутывание двух двухуровневых атомов с невырожденными переходами и переходами рамановского типа – в работе [7]. При этом было показано, что при двухфотонном взаимодействии степень перепутывания атомных состояний может значительно превосходить соответствующую величину для однофотонного взаимодействия. Бин Занг [8] обобщил результаты работы [4] на случай нерезонансного взаимодействия атомов с тепловым полем резонатора. При этом было показано, что наличие расстройки частот атомов и поля приводит к существенному возрастанию степени перепутывания, индуцированного тепловым полем. В указанной работе также была предсказана возможность перепутывания атомов, приготовленных в начальный момент времени в возбужденных состояниях. Представляет интерес исследовать влияние расстройки на перепутывание атомов с двухфотонными переходами.

В настоящей работе мы исследуем динамику перепутывания двух атомов, взаимодействующих посредством двухфотонных переходов с одномодовым тепловым полем идеального резонатора при наличии расстройки частот атомов и поля.

2. Модель и ее точное решение

Будем исследовать систему, состоящую из двух идентичных двухуровневых атомов, взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. Эффективный гамильтониан такой системы можно записать в виде

$$H = (1/2)\hbar\omega(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + \hbar\omega_0 a^+ a + \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2), \quad (1)$$

где σ_i^z – оператор инверсии населенностей в i -ом атоме ($i = 1, 2$), $\sigma_i^+ = |+\rangle_{ii}\langle -|$, $\sigma_i^- = |-\rangle_{ii}\langle +|$ – повышающий и понижающий операторы в i -ом двухуровневом атоме ($i = 1, 2$) соответственно, $|+\rangle_i$ и $|-\rangle_i$ – возбужденное и основное состояния i -го двухуровневого атома соответственно, a^+ и a операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды,

ω_0 — частота перехода в двухуровневом атоме, и ω — частота моды поля и g — эффективная константа двухфотонного атом-полевого взаимодействия.

Представим гамильтониан (1) в виде

$$H = H_0 + H_{int},$$

где

$$\begin{aligned} H_0 &= (1/2)2\hbar\omega_0(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + \hbar\omega_0 a^+ a, \\ H_{int} &= (1/2)\hbar\delta(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^{+2}\sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\delta = \omega - 2\omega_0$ — расстройка.

Будем в дальнейшем работать в представлении взаимодействия. В этом случае гамильтониан взаимодействия изучаемой системы будет иметь вид (2).

Предположим, что поле находится в начальный момент времени в одномодовом тепловом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|,$$

где весовые коэффициенты есть

$$p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}.$$

Здесь \bar{n} — среднее число тепловых фотонов в резонаторе $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i/k_B T] - 1)^{-1}$, где k_B — постоянная Больцмана и T — равновесная температура резонатора, а атомы в начальный момент времени находятся в чистом сепарабельном состоянии

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, -\rangle \quad (3)$$

или

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, +\rangle. \quad (4)$$

Временная матрица плотности полной системы имеет вид

$$\rho(t) = e^{-iHt/\hbar} \rho_F(0) \otimes |\Psi(0)\rangle_{AA} \langle \Psi(0)| e^{iHt/\hbar}. \quad (5)$$

Нами найдено точное решение для временной матрицы плотности (5) в представлении взаимодействия. Указанное решение ввиду его громоздкости не представлено в настоящем тезисе. Для количественной оценки степени перепутывания кубитов нами использовался известный критерий Переса-Хородецких. Для двухатомной системы параметр перепутывания имеет вид

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (6)$$

где μ_i^- — отрицательные собственные частично транспонированной по переменным одного атома редуцированной матрицы плотности $\rho_A^{T_1}$.

Редуцированная атомная матрица плотности может быть найдена путем усреднения полной матрицы плотности (5) по переменным поля

$$\rho(t)_A = Tr_F \rho(t).$$

На основе точного решения для матрицы плотности (5) нам удалось получить в явном виде редуцированную атомную матрицу плотности $\rho_A(t)$ и частично транспонированную по переменным одного атома матрицу плотности $\rho_A^{T_1}$. С ее помощью было найдено явное выражение для параметра перепутывания (6). Результаты численного моделирования временной зависимости параметра перепутывания Переса-Хородецких (6) для начальных атомных состояний (3) и (4) представлены на Рис. 1 и 2.

3. Обсуждение результатов

На Рис. 1 представлена временная зависимость параметра перепутывания $\varepsilon(t)$ для сепарабельного начального состояния атомов (3) и различных значений параметра расстройки. Среднее число фотонов в тепловой моде выбрано равным $\bar{n} = 0.1$. Из рисунка видно, что малые расстройки приводят к существенному увеличению степени перепутывания атомов, индуцированного тепловым полем. Максимальная степень перепутывания атомов достигается для значений расстройки δ/g близких к единице. При дальнейшем увеличении параметра расстройки степень перепутывания атомов уменьшается. На Рис. 2 представлена временная зависимость параметра перепутывания $\varepsilon(t)$ для сепарабельного начального состояния атомов (4) и различных значений параметра расстройки. Среднее число фотонов в тепловой моде также выбрано равным $\bar{n} = 0.1$. Для выбранного начального атомного состояния и интенсивности тепловой моды генерация атомного перепутывания имеет место для значений параметра расстройки $0.5 < \delta/g < 10$. Максимальная степень перепутывания достигается при $\delta/g \approx 3$. Такое поведение параметра перепутывания принципиально отличается от его поведения в случае резонансного двухфотонного взаимодействия атомов с тепловым полем. В последнем случае для атомов, приготовленных в возбужденных состояниях, перепутывание не возникает не при каких значениях параметров модели [6].

4. Заключение

В настоящей работе нами найдено точное решение для двухатомной двухфотонной нерезонансной модели Джейнса-Каммингса в случае теплового состояния поля резонатора. На основе точного решения нами вычислен параметр перепутывания атомов – отрицательность. Численное моделирование параметра перепутывания показало, что тепловое поле может индуцировать перепутывание атомов. При этом показано, что включение расстройки между частотой атомного перехода и удвоенной частотой поля приводит к существенному возрастанию степени перепутывания кубитов. Также установлено, что для соответствующих значений параметра расстройки оба атома могут быть перепутаны, даже в том случае, когда они оба изначально находятся в возбужденных состояниях. Такое поведение двухфотонной нерезонансной модели существенно отличается от поведения двухфотонной модели с резонансным взаимодействием в которой первоначально возбужденные атомы не перепутываются [6]. Полученные результаты могут быть полезны при создании новых квантовых устройств, в частности, квантовых компьютеров и квантовых сетей.

5. Литература

- [1] Buluta, I. Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // Rep. Prog. Phys. - 2011. – Vol. 74. - P. 104401.
- [2] Xiu, G. Microwave photonics with superconducting quantum circuits / G. Xiu, A.F. Kockum, A. Miranowicz, Y.-X. Liu, F. Nori // Phys. Rep. - 2017. - Vol. 718-719. - P. 1-102.
- [3] Shore, B.W. Jaynes-Cummings model / B.M. Shore, P.L. Knight // J. Mod. Opt. -1993. - Vol. 40. - P. 1195-1238.
- [4] Dell'Anno, F. Multiphoton quantum optics and quantum state engineering / F. Dell'Anno, S. De Siena, F. Illuminati // Physics Reports. – 2006. - Vol. 428. - P. 53-168.
- [5] Kim, M.S. Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim, J. Lee, D. Ahn, P.L. Knight // Phys. Rev. - 2002. – Vol. A65. - P. 040101.
- [6] Zhou, L. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement / L. Zhou, H.S. Song // J. Opt. - 2002. – Vol. B4. - P. 425-429.
- [7] Bashkirov, E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov // Laser Phys. Lett. - 2006. - Vol. 3(3). - P. 145-150.
- [8] Zhang, B. Entanglement between two qubits interacting with a slightly detuned thermal field / B. Zang // Opt. Commun. - 2010. - Vol. 283. - P. 4676-4679.

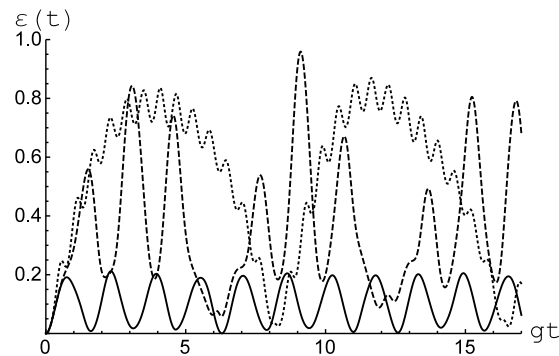


Рисунок 1. Временная зависимость параметра перепутывания для сепарабельного начального состояния (3). Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$. Расстройка $\delta = 0$ (сплошная линия), $\delta/g = 1$ (штриховая линия) и $\delta/g = 10$ (штриховая линия).

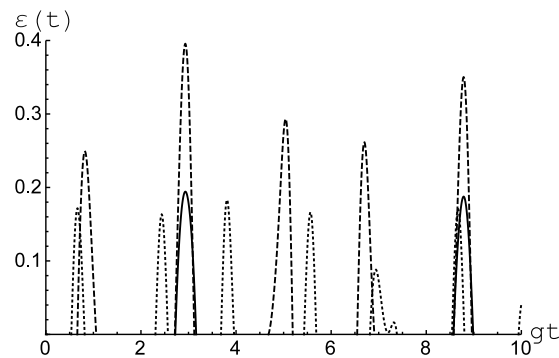


Рисунок 2. Временная зависимость отрицательности для сепарабельного начального состояния (4). Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$. Параметры $\delta/g = 1$ (сплошная линия), $\delta/g = 3$ (штриховая линия) и $\delta/g = 5$ (штриховая линия).

Entanglement in a detuned two-photon two-atom Tavis-Cummings model

Е.К. Bashkirov¹, V.A. Reshetov²

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

²Togliatti State University, Belorusskaya 14, Togliatti, Russia, 445020

Abstract. In this paper, we investigated the entanglement between two two-level atoms when they simultaneously interact with a single-mode thermal field via not-resonant degenerate two-photon transitions. We showed that a detuning between the atomic transition frequency and twice field frequency might cause high entanglement between the atoms. For appropriate values of detuning atoms would get entangled even when both atoms are initially in the excited states.