

# Передаваемый момент вращения в пучках Бесселя, формируемых разными вихревыми аксиконами

С.В. Ганчевская<sup>1,2</sup>, Р.В. Скиданов<sup>1,2</sup>, В.С. Васильев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Рассчитан орбитальный угловой момент (ОУМ) светового поля, который может быть передан вращаемому микрообъекту для пучков Бесселя с разным сочетанием топологических зарядов. Показано, что в большинстве случаев значение передаваемого микрообъекту ОУМ у аксиконов, рассчитанных методом сочетания топологических зарядов, больше, чем значение передаваемого микрообъекту ОУМ у аксиконов, сформированных бинарным винтовым аксиконом.

## 1. Введение

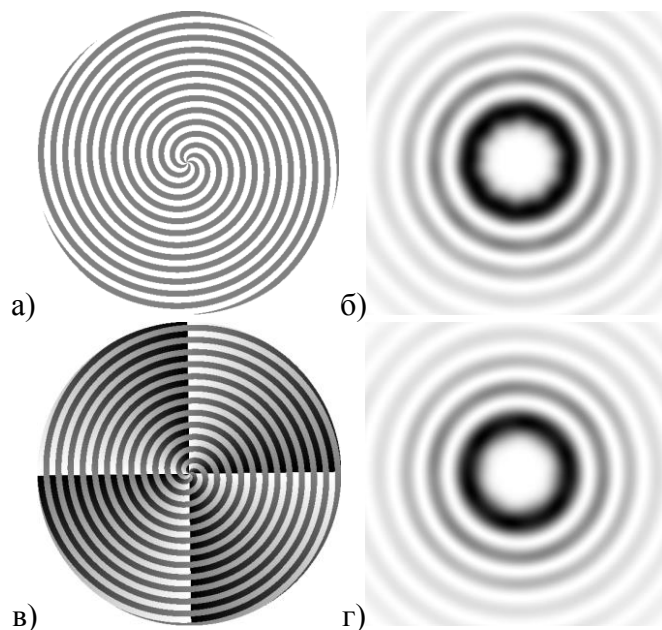
Пучки Бесселя имеют ряд свойств, которые определяют широту их использования: распространяются на некотором конечном отрезке без дифракции [1], образуют световую полость, замкнутую по двум или трем координатам, в зависимости от условий фокусировки [2], восстанавливают свою структуру после прохождения препятствия [3-5], обладают орбитальным угловым моментом [6,7]. Формировать пучки Бесселя можно с помощью аксикона [8], амплитудной цифровой голограммы [2], фазового дифракционного оптического элемента (ДОЭ) [9]. В [10] предложен элемент, который должен формировать пучки Бесселя с максимальной эффективностью.

В работе [11] был предложен метод формирования световых полей, представляющий собой суперпозицию нескольких вихревых световых пучков, которые формируются вихревыми аксиконами. Этот метод, в том числе, позволяет формировать одинаковые пучки Бесселя [12] бесконечным числом способом сложением топологических зарядов структуры и зон.

В настоящей работе показано, что формируемые таким методом пучки Бесселя хоть и очень близки по распределению интенсивности, но имеют различающийся орбитальный угловой момент (ОУМ) светового поля, который может быть передан вращаемому микрообъекту.

## 2. Расчет передаваемого микрообъекту орбитального углового момента светового поля

На рис. 1 показаны пучки Бесселя 5-го порядка, сформированные бинарным винтовым аксиконом (вырожденный случай вихревого аксикона [11]) (рис. 1б) и методом, предложенным в [11] (рис. 1г). Обозначим  $n$  – топологическим зарядом структуры дифракционного аксикона,  $m$  – топологическим зарядом зон.



**Рисунок 1.** Фазовая функция аксиконов, формирующих пучок Бесселя 5 порядка с  $n=5$ ,  $m_1=m_2=0$  (а) и  $n=3$ ,  $m_1=m_2=2$  с поворотом зон на половину периода (в), а также распределения интенсивности на расстоянии 0,7 м от аксикона (в, г).

Оба аксикона, представленных на рис. 1 а,в, формируют пучок Бесселя 5-го порядка. При этом, как показано в [12], ошибка формирования распределения интенсивности не превышает 5%. Тем не менее, наличие этой ошибки, а также небольшие различия в форме фазовой функции пучка приводят к тому, что формируемые пучки Бесселя будут по разному вращать микрообъект, захваченный пучком.

Для простых оптических вихрей передаваемый микрообъекту (ОУМ) светового поля определяется формулой [13]:

$$M = \frac{\lambda n P}{2\pi c} \eta_{abs} \quad (1)$$

где  $M$  – передаваемый момент,  $\lambda$  – длина волны,  $n$  – порядок (номер) сингулярности,  $P$  – мощность пучка,  $\eta_{abs}$  – коэффициент поглощения микрообъектов. В рамках данной работы рассматривается случай  $\eta_{abs}=1$ .

Для получения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля предлагается следующий подход: в каждой точке пучка вычисляется текущее значения передаваемого микрообъекту ОУМ, которое определяется наклоном волнового фронта в данной точке:

$$n(x, y) = \varphi'(x, y) \quad (2)$$

где  $\varphi'$  – производная фазовой функции по полярному углу в полярной системе координат с центром на оси пучка. Суммарный передаваемый микрообъекту ОУМ будет в этом случае определяться формулой, которая следует из формулы (1):

$$M = \iint_{\Omega} \frac{\lambda n(x, y) I(x, y)}{2\pi c} dx dy \quad (3)$$

где  $\Omega$  – рассматриваемая область пучка.

Сравним значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучков Бесселя, сформированных бинарным винтовым аксиконом, и с помощью вихревых аксиконов с разным сочетанием топологических зарядов. Размерность изображения  $512 \times 512$  точек на отсчёт.

Из таблицы 1 видно, что при значениях топологического заряда структуры равного  $n=1$  и зарядов зон равных  $m=-2$  передаваемый микрообъекту ОУМ пучка Бесселя, сформированного сочетанием топологических зарядов, больше передаваемого микрообъекту ОУМ пучка Бесселя,

сформированного бинарным винтовым аксионом. Посмотрим как меняются значения передаваемого микрообъекту ОУМ для разных порядков пучка Бесселя.

**Таблица 1.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 1-го порядка.

	n=1 m=0	n=1 m=-2	n=2 m=-1	n=3 m=-2	n=4 m=-3	n=5 m=-4	n=4 m=-5	n=6 m=-5	n=8 m=-7
Энергия	2,1084	2,1071	2,1069	2,1080	2,1068	2,1056	2,1068	2,1051	2,1053
ОУМ(у.е.)	1,0166	1,0186	1,0097	1,0087	1,0062	1,0087	1,0194	1,0082	1,0074

**Таблица 2.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 2-го порядка.

	n=2 m=0	n=1 m=1	n=1 m=-3	n=2 m=-4	n=3 m=-5	n=3 m=-1	n=4 m=-2	n=5 m=-3	n=10 m=-8
Энергия	2,0479	2,0477	2,0446	2,0447	2,0465	2,0457	2,0457	2,0441	2,0435
ОУМ(у.е.)	1,9284	1,9650	1,9625	1,9625	1,9666	1,9572	1,9572	1,9656	1,9612

Из таблицы 2 видно, что для пучка Бесселя 2-го порядка максимальное значение передаваемого микрообъекту ОУМ 1,9666 получается при топологических зарядах  $n=3$ ,  $m=-5$ .

**Таблица 3.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 3-го порядка.

	n=3 m=0	n=1 m=2	n=2 m=1	n=4 m=-1	n=1 m=-4	n=7 m=-4	n=4 m=-7	n=10 m=-7	n=7 m=-10
Энергия	2,0930	2,0902	2,0901	2,0909	2,0901	2,0926	2,0907	2,0886	2,0921
ОУМ(у.е.)	2,9778	2,9739	2,9693	2,9710	2,9749	2,9713	2,9822	2,9633	2,9870

Из таблицы 3 видно, что для пучка Бесселя 3-го порядка максимальное значение передаваемого микрообъекту ОУМ 2,9870 получается при топологических зарядах  $n=4$ ,  $m=-7$ .

**Таблица 4.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 4-го порядка.

	n=4 m=0	n=1 m=3	n=2 m=2	n=3 m=1	n=1 m=-5	n=5 m=-1	n=3 m=-7	n=7 m=-3	n=8 m=-4
Энергия	2,0142	2,0142	2,0154	2,0457	2,0142	2,0137	2,0158	2,0162	2,0126
ОУМ(у.е.)	3,7709	3,8365	3,8374	3,8344	3,8374	3,8291	3,8376	3,8316	3,8233

Из таблицы 4 видно, что для пучка Бесселя 4-го порядка максимальное значение передаваемого микрообъекту ОУМ 3,8376 получается при топологических зарядах  $n=3$ ,  $m=-7$ .

**Таблица 5.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 5-го порядка.

	n=5 m=0	n=1 m=4	n=2 m=3	n=3 m=2	n=1 m=-6	n=6 m=-1	n=2 m=-7	n=7 m=-2	n=8 m=-3
Энергия	2,0376	2,0368	2,0374	2,0391	2,0368	2,0355	2,0372	2,0399	2,0364
ОУМ(у.е.)	4,8009	4,8180	4,8164	4,8284	4,8220	4,8113	4,8268	4,8264	4,8105

Из таблицы 5 видно, что для пучка Бесселя 5-го порядка максимальное значение передаваемого микрообъекту ОУМ 4,8284 получается при топологических зарядах  $n=3$ ,  $m=2$ .

**Таблица 6.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 6-го порядка.

	n=6 m=0	n=1 m=5	n=2 m=4	n=3 m=3	n=4 m=2	n=1 m=-7	n=8 m=-2	n=3 m=-9	n=10 m=-4
Энергия	1,9933	1,9946	1,9954	1,9975	1,9949	1,9946	1,9931	1,9959	1,9932
ОУМ(у.е.)	5,6818	5,6540	5,6795	5,6545	5,6643	5,6588	5,6483	5,6684	5,6638

Из таблицы 6 видно, что для пучка Бесселя 6-го порядка максимальное значение передаваемого микрообъекту ОУМ 5,6818 получается при топологических зарядах  $n=6$ ,  $m=0$ . Единственный из рассмотренных случаев, когда значение передаваемого микрообъекту ОУМ у пучка Бесселя, сформированного бинарным винтовым аксиконом, больше, чем значение передаваемого микрообъекту ОУМ пучка Бесселя, сформированного сочетанием топологических зарядов. Эир происходит, возможно, из-за того, что значение передаваемого микрообъекту ОУМ было посчитано не для всех сочетаний топологических зарядов.

**Таблица 7.** Значения передаваемого микрообъекту ОУМ светового поля для пучка Бесселя 9-го порядка.

	$n=9$ $m=0$	$n=1$ $m=8$	$n=3$ $m=6$	$n=5$ $m=4$	$n=4$ $m=5$	$n=2$ $m=7$	$n=8$ $m=1$	$n=13$ $m=-4$	$n=10$ $m=-1$
Энергия	1,8696	1,8700	1,8698	1,8682	1,8690	1,8706	1,8667	1,8675	1,8682
ОУМ(у.е.)	7,8235	7,8535	7,8653	7,8441	7,8632	7,8682	7,8295	7,8365	7,8316

Из таблицы 7 видно, что для пучка Бесселя 9-го порядка максимальное значение 7,8682 передаваемого микрообъекту ОУМ получается при топологических зарядах  $n=2$ ,  $m=7$ .

### 3. Заключение

Рассчитан передаваемый микрообъекту орбитальный угловой момент светового поля для пучков Бесселя с разным сочетанием топологических зарядов. Показано, что значения передаваемого микрообъекту ОУМ и энергии чаще всего уменьшается при возрастании значений топологических зарядов структуры. В большинстве случаев значение передаваемого микрообъекту ОУМ у пучков, сформированных вихревыми аксиконами, рассчитанными методом сочетания топологических зарядов, больше, чем значение передаваемого микрообъекту ОУМ у пучков, сформированных бинарным винтовым аксиконом. Из чего можно сделать вывод, что практически для любого порядка пучка Бесселя можно подобрать сочетание топологических зарядов, при котором значения передаваемого микрообъекту ОУМ и энергии максимальны.

### 4. Литература

- [1] Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, J.H.Jr. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 58. – P. 1499-1501.
- [2] Turunen, J. Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara, A.T. Friberg // Applied Optics. – 1988. – Vol. 27. – P. 3959-3962.
- [3] MacDonald, R.P. Interboard optical data distribution by Bessel beam shadowing / R.P. MacDonald, S.A. Boothroyd, T. Okamoto, J. Chrostowski, B.A. Syrett // Opt. Commun. – 1996. – Vol. 122. – P. 169-177.
- [4] McQueen, C.A. An experiment to study a “nondiffracting” light beam / C.A. McQueen, J. Arlt, K. Dholakia // Am. J. Phys. – 1999. – Vol. 67. – P. 912-915.
- [5] Soroko, L.M. What does the term “light beam” mean? / L.M. Soroko // Preprint of JINR. – 1999. – E13-99-226, Dubna. – P. 19.
- [6] Volke-Sepulveda, K. Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam / K. Volke-Sepulveda, V. Garcés-Chavez, S. Chavez-Cerda, J. Arlt, K. Dholakia // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. – 2002. – Vol. 4. – P. 82-89.
- [7] Khonina, S.N. An analysis of the angular momentum of a light field in terms of angular harmonics / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, P. Paakkonen, J. Simonen, J. Turunen // Journal of Modern Optics. – 2001. – Vol. 48(10). – P. 1543-1557.
- [8] McLeod, J.H. The axicon: a new type optical element // J. Opt. Soc. Am. – 1954. – Vol. 44(8). – P. 592-597.
- [9] Khonina, S.N. Trochoson / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, M.V. Shinkaryev, G.V. Uspleniev // Optics Communications. – 1992. – Vol. 91(3-4). – P.158-162.

- [10] Fedotowsky, A. Optimal filter design for annular imaging / A. Fedotowsky, K. Lehovec // *Appl. Opt.* – 1974. – Vol. 13(12). – P. 2919-2923.
- [11] Скиданов, Р.В. Дифракционные оптические элементы для формирования комбинаций вихревых пучков в задаче манипулирования микрообъектами / Р.В. Скиданов, С.В. Ганчевская // *Компьютерная оптика.* – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 65-71.
- [12] Скиданов, Р.В. Формирование пучков Бесселя вихревыми аксиконами / Р.В. Скиданов, С.В. Ганчевская // *Компьютерная оптика.* – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 463-468.
- [13] Mingwei, G. Generation and application of the twisted beam with orbital angular momentum / G. Mingwei, G. Chunqing, L. Zhifeng // *Chinesse Optics Letters.* – 2007. – Vol. 5(2).

### **Благодарности**

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования РФ в рамках выполнения государственного задания 3.3025.2017/4.6 и гранта Президента НШ-6307.2018.8.

## **Transmitted moment of rotation in Bessel beams formed by different vortex axicons**

**S.V. Ganchevskaya<sup>1,2</sup>, R.V. Skidanov<sup>1,2</sup>, V.S. Vasiliev<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

<sup>2</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** The orbital angular momentum (OUM) of the light field, which can be transferred to a rotating micro-object for Bessel beams with a different combination of topological charges, is calculated. It is shown that in most cases the value of the orbital angular momentum transferred to the microobject for axicons, calculated by the combination of topological charges, is greater than the value of the orbital angular momentum transferred to the microobject for axicons formed by the binary vortex axicon.