

Параметрическое исследование микроструктурных свойств валика при лазерном плавлении металлического порошка в слое

М.Д. Хоменко^а, Ф.Х. Мирзаде^а

^а Институт проблем лазерных и информационных технологий – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 140700, ул. Святоозерская, 1, Шатура, Россия

Аннотация

Отличительной особенностью созданной модели лазерного плавления порошков является учет усадки, низкой теплопроводности порошкового слоя и самосогласованность всех используемых уравнений. Новая маркерная функция используется для определения теплофизических параметров порошка. Скорость усадки вводится в уравнение для движения свободной поверхности через источник член, зависящий от пористости. Для порошка AlSi40 численно показано, что средний размер кристаллитов убывает с увеличением скорости сканирования и растет с увеличением мощности ЛЛ. Так же показан рост размера кристаллитов с увеличением высоты слоя порошка, только при наличии эффекта нависания наплавленного валика. Результаты могут быть использованы для оценки оптимального окна процесса лазерного плавления порошкового слоя с точки зрения требуемой микроструктуры.

Ключевые слова: лазерное плавление; порошок; микроструктура; численное моделирование; КЖМА

1. Введение

Селективное лазерное плавление металлических порошков - это перспективная аддитивная технология, позволяющая производить готовые металлические изделия и покрытия произвольной формы методом послойного нанесения. Для того чтобы конкурировать с традиционными технологиями и оправдать высокую цену установок, к СЛП предъявляют высокие требования по качеству наплавленного слоя, эффективности использования дорогостоящего порошка и всего процесса в целом.

Численному моделированию процесса СЛП уделяется повышенное внимание [1-3] как эффективному и относительно недорогому методу при определении параметров воздействия, которые в итоге позволят получить требуемые и жестко заданные целевые характеристики наплаваемого слоя (геометрию, микроструктуру и т.п.).

Несмотря на то, что технология СЛП известна давно, и отдельные процессы изучены достаточно хорошо [4-7], до сих пор недостаточное внимание уделено исследованию фазовых переходов (плавлению и кристаллизации) и исследованию микроструктуры синтезируемого материала. Существующие модели рассматривают фазовый переход по упрощенной схеме (Qi, Mazumder, & Ki, 2006), без учета специфики высоких скоростей нагрева и охлаждения, а более сложные модели часто основаны на подходах, которые не позволяют добиться полного согласования фазовых превращений с температурным полем и профилем образующегося валика.

Целью данной работы является численное исследование сопряженных процессов тепло-, массопереноса и кинетики фазовых превращений (плавления и кристаллизации), а также оптимизация процесса селективного лазерного плавления металлических порошков с точки зрения среднего размера кристаллитов.

2. Основные уравнения

Модель включает в себя тепло-массоперенос в многофазной системе: газ - металл (жидкий металл - твердая подложка - порошок). В ванне расплава происходит множество процессов, которые имеют взаимное влияние, поэтому особое внимание уделяется решению самосогласованной системы, где присутствует теплопроводность, гидродинамика, движение границы раздела фаз и скоростная кристаллизации наплавленного слоя.

На данном этапе учитывать все эффекты не представляется возможным, поэтому процессы учитываются только в той мере в которой они оказывают влияние на микроструктуру в рамках промышленно используемого диапазона параметров. В общем случае при плавлении слоя порошка присутствует эффект комкования. Чаще всего его связывают с неустойчивостью Релея-Плато, которая возникает в цилиндре, отношение длины к радиусу кривизны которого, больше чем π . В данной работе считается, что ванна расплава хорошо смачивается, а эффект комкования отсутствует. Моделируется плотно уложенный мелкодисперсный порошок просачивание жидкости, сквозь который не учитывается.

За основу макромоделей взята работа (Khomeenko, Mirzade, & Dubrov, 2016). Основными движущими силами являются поверхностные термокапиллярные и капиллярные силы (He & Mazumder, 2007), которые включаются в уравнение для скорости как объемные источники (Yokoi, 2014). Для слежения за свободной границей раздела металл - газ используется метод, опубликованный в (Albadawi, Donoghue, Robinson, Murray, & Delauré, 2013) и верифицированный в (Yamamoto, Okano, & Dost, 2016) для многофазных сред с термокапиллярными силами. Для согласования уравнения моментов и давления используется PISO алгоритм (Moukalled, Mangani, & Darwish, 2016). Считается, что плавление происходит изотермически, а гидродинамика движения в переходных областях моделируются при помощи введения пористого слоя (Voller & Prakash, 1987). Для моделирования резкого различия теплопроводности порошка и подложки

введена дополнительная маркерная функция. Систему уравнений разработанной самосогласованной модели СЛП можно представить в виде:

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{1}$$

Уравнение теплопроводности:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(c\rho \mathbf{u}T) = \text{div}(\lambda \nabla T) + \alpha_{beam} q \delta(\varphi) + \rho(1 - f_l) \Delta c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho L \frac{\partial f_l}{\partial t} \tag{2}$$

Уравнение количества движения:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}_i}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i) = \text{div}(\mu \nabla \mathbf{u}_i) - \frac{C_{big}(1 - f_l)^2}{f_l^3 + C_{small}} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla T \frac{\partial \sigma}{\partial T} \vec{i} \tag{3}$$

Уравнение для свободной поверхности:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \alpha) = -F_{porosity} |\nabla \alpha| \tag{4}$$

где t – это время, p – давление, T – температура, c – теплоемкость, ρ – плотность, λ – теплопроводность, f_l – объемная доля жидкой фазы, \mathbf{u}_i – скорость жидкости по соответствующей координате $i = x, y, z$; μ – вязкость, α – VOF функция для свободной поверхности, $F_{porosity}$ – скорость движения свободной поверхности за счет усадки, C_{big} и C_{small} это константы с большим (10^8) и маленьким (10^{-6}) значением соответственно.

Базовые уравнения применяются ко всем фазам в расчетной области, в каждой из которых теплофизические параметры различаются при помощи маркерных функций. Газ и металл различаются по функции α , которая находится из уравнения для свободной поверхности:

$$\begin{aligned} \rho &= \alpha \rho_m + (1 - \alpha) \rho_g, \\ Cp &= \alpha Cp_m + (1 - \alpha) Cp_g, \\ \lambda &= \alpha \lambda_m + (1 - \alpha) \lambda_g, \end{aligned}$$

величины с индексом m относятся к металлу, а с g - к газу

Металл содержит в себе жидкую ванну расплава, твердую подложку, порошковый слой который отслеживается при помощи, дополнительно введенной в модель функции α_p и рекристаллизованную область.

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \alpha_p (f_l \lambda_l + (1 - f_l)(\lambda_p(1 - F) + \lambda_s F)) \\ &+ (1 - \alpha_p)(f_l \lambda_l + (1 - f_l)(\lambda_{ss}(1 - F) + \lambda_s F)) \end{aligned}$$

где F - это флаг окончания плавления, индексы параметров: ss относится к твердой подложке, l - жидкому металлу, s - рекристаллизованной области, а p - к порошку. $F=1$ в случае если плавление металла окончилось и $F=0$ в обратном случае. Аналогично рассчитывается и теплоемкость.

В работе используется модель фазового перехода (ФП), использующая уравнение КЖМА (Christian, 2002; Беленький, 1980).

$$f_l = 1 - \exp(-f_l^{ext}) \tag{5}$$

где f_l^{ext} - объемная доля «расширенной» фазы. Подробности подхода описаны в (Khomenko, Panchenko, Niziev, Mirzade, & Grishaev, 2016) и здесь не приводятся.

В работе (Mirzade, Khomenko, & Niziev, 2016) гидродинамическое движение жидкости учитывается введением эффективной теплопроводности. Такой подход позволяет лишь примерно оценить геометрические параметры ванны расплава и соответственно теплоотвод зоны кристаллизации, который определяет микроструктурные свойства получаемых валиков. В данной работе уравнение КЖМА решается совместно с уравнениями теплопроводности, гидродинамики и движения свободной поверхности.

В согласованной модели (1)-(5) шаг по времени определяется числом куранта и гидродинамическим течением жидкости.

На этапе анализа полученной температурной истории для расчета микроструктуры следует учитывать важную особенность используемого метода РКЖМА, которой является требование нормировки (Crespo & Pradell, 1996). Такая нормировка требует, чтобы шаг по времени определялся скоростью роста зародышей новой фазы в каждый момент времени. Нормировать шаг по времени для всего поля температуры зоны кристаллизации затруднительно и связано с многочисленными вычислениями и пересылками данных. Поэтому создан алгоритм нормирования имеющейся температурной истории и согласования шага со скоростью роста зародышей, как этого требует метод РКЖМА. Пусть

на i шаге по времени температура равна T_i , и фактический временной шаг, полученный при решении системы уравнений (1)-(5) равен dt_i^{fact} , а согласованный со скоростью роста шаг по времени равен:

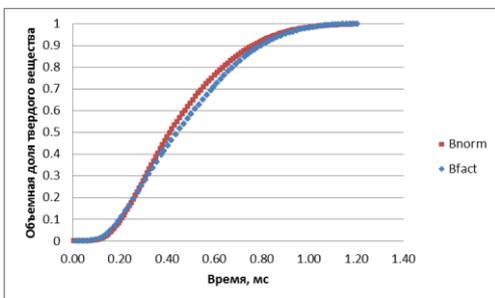


Рис. 1. Динамика объемной доли новой фазы для фактической и нормированной температурной истории.

$$dt_i^{kjma} = \frac{R_0}{G(T_i)}$$

где R_0 – размер нормирования, а $G(T_i)$ – скорость роста кристаллитов. В этом случае фактический шаг разбивается некоторое целое число шагов с температурой T_i равное отношению $\frac{dt_i^{fact}}{dt_i^{kjma}}$. Следует выбирать R_0 хотя бы на порядок

меньше предполагаемого среднего размера кристаллитов, и так что бы шаг dt_i^{kjma} был меньше dt_i^{fact} . На рис. 1 показана динамика изменения новой фазы для нормированной и фактической температурной истории. Видно, что нормировка не вносит значительного изменения в динамику изменения новой фазы.

Для скорости усадки использована формула из (Niziev, Koldoba, Mirzade, Panchenko, Poveschenko, & Popov, 2011), которая обобщена с учетом произвольной формы усадки:

$$F_{porosity}(r) = mH \frac{V_{scan}}{R_{beam}} f(r)$$

где m - пористость слоя порошка, H - высота слоя порошка, V_{scan} - скорость сканирования, R_{beam} - ширина пучка лазерного излучения, $f(r)$ - эмпирическая функция формы усадки порошка. Эта функция имеет вид:

$$f(r) = C_{form} \cdot \exp(-F(r))$$

здесь C_{form} - эмпирическая константа формы, а $F(r)$ - функция усадки порошка. Параметры этой формулы можно легко подобрать из анализа экспериментальных данных. Для тестовых расчетов использовалась формула:

$$f(r) = 4 \int_0^{R_{beam}} 1 - \exp\left(-\frac{4r^3}{R_{beam}^3}\right) dr \cdot \exp\left(-\frac{4r^3}{R_{beam}^3}\right)$$

Соответствующая функция может быть выбрана после анализа экспериментальных данных.

3. Результаты

При помощи разработанной программы были проведены параметрические исследования СЛП слоя порошка AlSi40 на алюминиевой подложке. Параметры материалов, использованные в расчетах, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Основные теплофизические и кинетические параметры расчета

Величина	Параметр, размерность	Значение	Величина	Параметр, размерность	Значение
Теплопроводность твердого металла	$\lambda_s, W/(m \cdot K)$	48	Число мест загождения	$N_0, 10^{13} cm^{-2}$	9.7
Теплопроводность жидкой металла	$\lambda_l, W/(m \cdot K)$	100	Скрытая теплота ФП	$L, kJ/kg$	368.4
Теплопроводность порошка	$\lambda_p, W/(m \cdot K)$	4.8	Энергия активации	E_a, eV	0.8 (Скрипов & Коверда, 1984)
Теплопроводность газа	$\lambda_g, W/(m \cdot K)$	0.03	Энергия раздела фаз	$\gamma, erg/cm^2$	400 (Скрипов & Коверда, 1984)
Плотность металла	$\rho_m, kg/m^3$	2600	Шаг ячейки	$d_0, 10^{-8} cm$	4.045
Плотность воздуха	$\rho_g, kg/m^3$	1	Динамическая вязкость металла	$\eta_m, 10^{-7} m^2/s$	5 (Gale & Totemeier, 2004)
Удельная теплоемкость твердой компоненты	$c_s, J/(kg \cdot K)$	897	Динамическая вязкость газа	$\eta_g, 10^{-5} m^2/s$	1.48
Удельная теплоемкость расплавленной компоненты	$c_l, J/(kg \cdot K)$	920	Поверхностное натяжение металла	$\sigma, N/m$	0.914 (Gale & Totemeier, 2004)
Удельная теплоемкость газа	$c_g, J/(kg \cdot K)$	1008	Градиент поверхностного натяжения металла	$\frac{\partial \sigma}{\partial T}, mN/m \cdot K$	0.35 (Gale & Totemeier, 2004)
Температура плавления	T_m, K	857	Коэффициент поглощения	α_{beam}	0.8

Диапазоны исследованных технологических параметров приведены в таблице 2.

Таблица 2. Параметры процесса

P, кВт	Мощность излучения лазера	0.4-1
V _{scan} , мм/с	Скорость сканирования	50-100
H, мкм	Высота слоя порошка	100-250
R, мм	Радиус лазерного луча	1,67
m,	Пористость слоя порошка	0,1

Для сравнительного исследования процесса СЛП используется среднее значение безразмерного нормированного радиуса кристаллитов по всему наплавленному валику ($R_{norm}=R_{fact}/R_0$, размер нормирования $R_0 = 0.1mkm$). Результаты интегрированы в несколько параметрических графиков. Так же для демонстрации отмеченных при параметрических исследованиях эффектов приводятся у-z срезы валиков. На рис. 2 показана зависимость нормированного размера от мощности лазерного излучения для нескольких значений скорости сканирования при высоте порошкового слоя равной 250мкм. Видно, что с уменьшением мощности уменьшается и средний размер кристаллитов. Однако это происходит до определенного предела, после которого размер частиц практически останавливает снижение. Так же на графике видно, что на более высоких скоростях сканирования удается получить более мелкозернистую структуру валика.

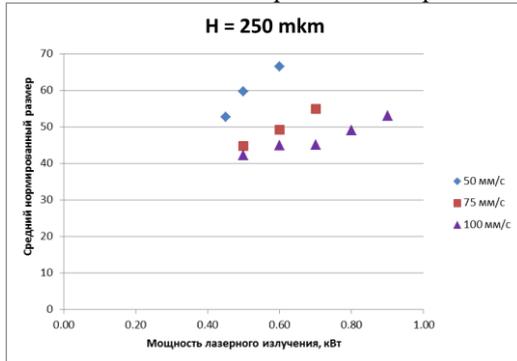


Рис. 2. Зависимость среднего размера кристаллитов от мощности ЛИ для трех скоростей сканирования при высоте слоя порошка H=250мкм.

На рис. 3 цветом показано распределение среднего размера кристаллитов для скорости сканирования равной 100 мм/с и пяти мощностей 0.5 кВт (а), 0.6 кВт (б), 0.7 кВт (в), 0.8 кВт (г) и 0.9 кВт (д). Здесь и далее на всех рисунках голубая линия показывает начальное распределение порошка и уровень подложки равный высоте слоя порошка взятой с обратным знаком. Белая линия показывает уровень застывшей свободной поверхности, а черная – контуры закристаллизованной ванны расплава. По рисункам видно, что пока мощности ЛИ хватает для оплавления подложки, средний размер убывает. В отсутствии контакта наплавленного валика с подложкой теплопровод скрытой теплоты кристаллизации практически прекращается, а валик перегревается, что и приводит к замедлению снижения размера кристаллитов с уменьшением мощности.

Это связано с тем, что порошок под валиком оплавляется, меняет свою теплопроводность и все же отводит скрытую теплоту плавления (рис. 4). На рис. 4 цветом показана теплопроводность всех областей входящих в расчетную область. Предполагается, что скрытая теплота плавления отводится в месте контакта оплавленного порошка и подложки (зона между черными кривыми).

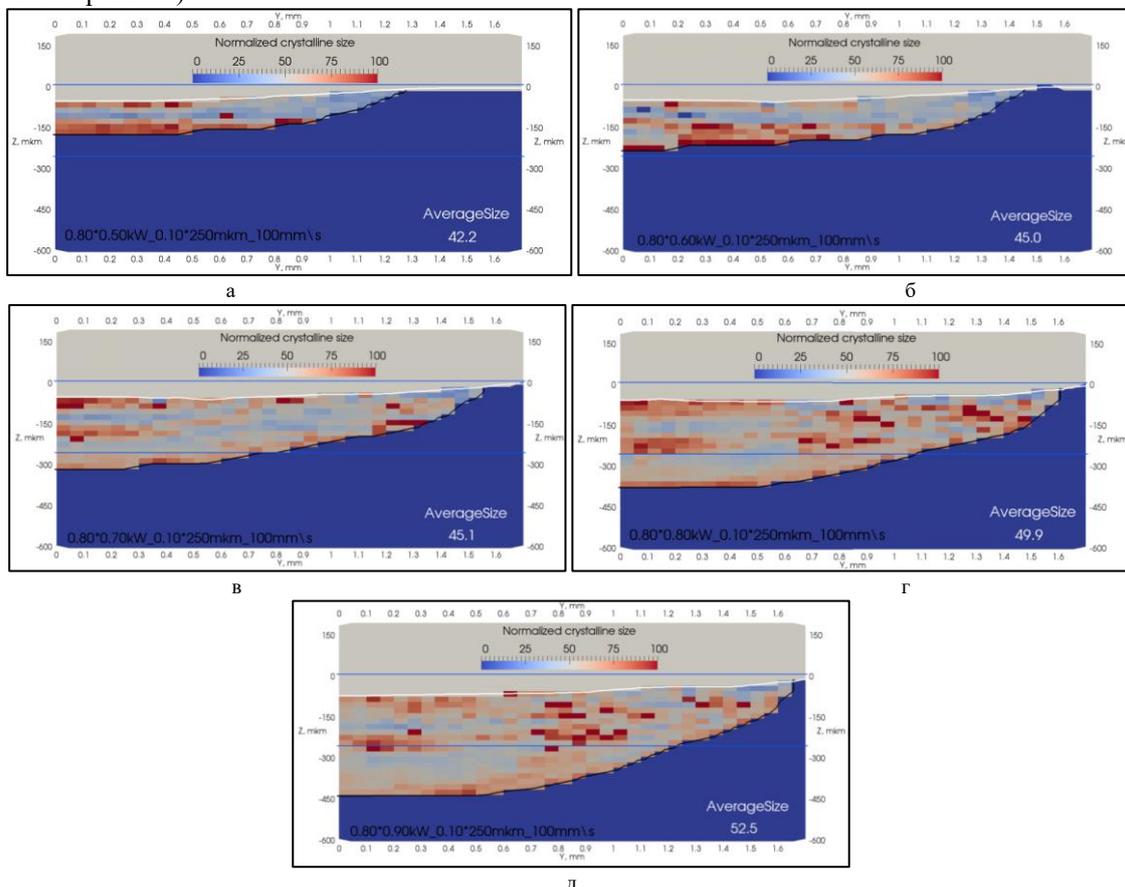


Рис. 3. Распределение среднего размера на срезах у-z наплавленных валиков для разной мощности ЛЛ 0.5-0.9кВт (H=250мкм, V=100мм/с).

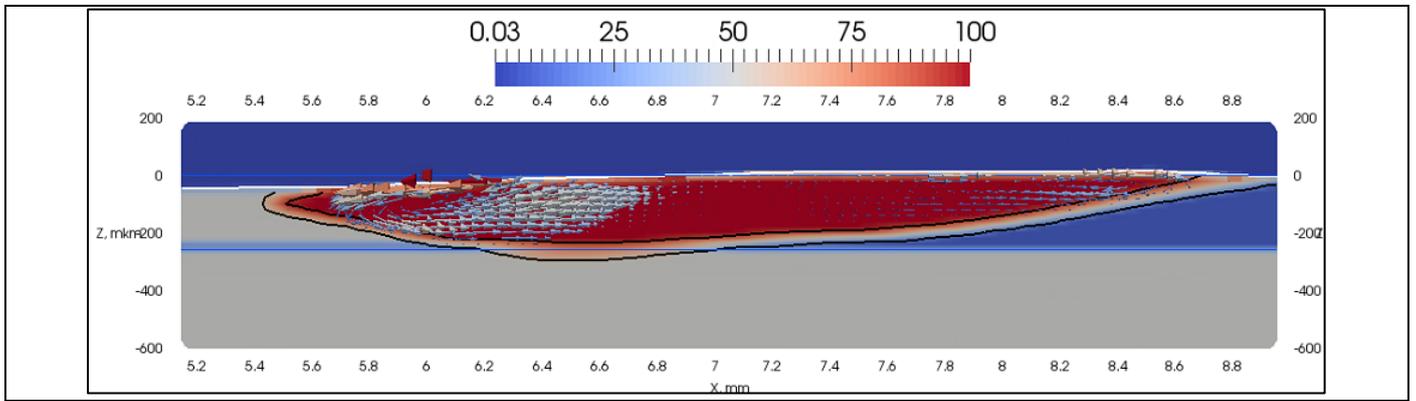


Рис. 4. Теплопроводность в Вт/(м*К) ванны расплава на срезе x-z по оси симметрии луча. (P=0.60кВт, H=250мкм, V=100мм/с).

На следующем рис. 5 показана зависимость размера от мощности лазерного излучения для нескольких значений скорости сканирования, для двух других высот порошкового слоя равным 150 мкм (а) и 100 мкм (б). Видно, что знаки зависимостей среднего размера кристаллитов от мощности и скорости сканирования сохраняются и на другой высоте слоя.

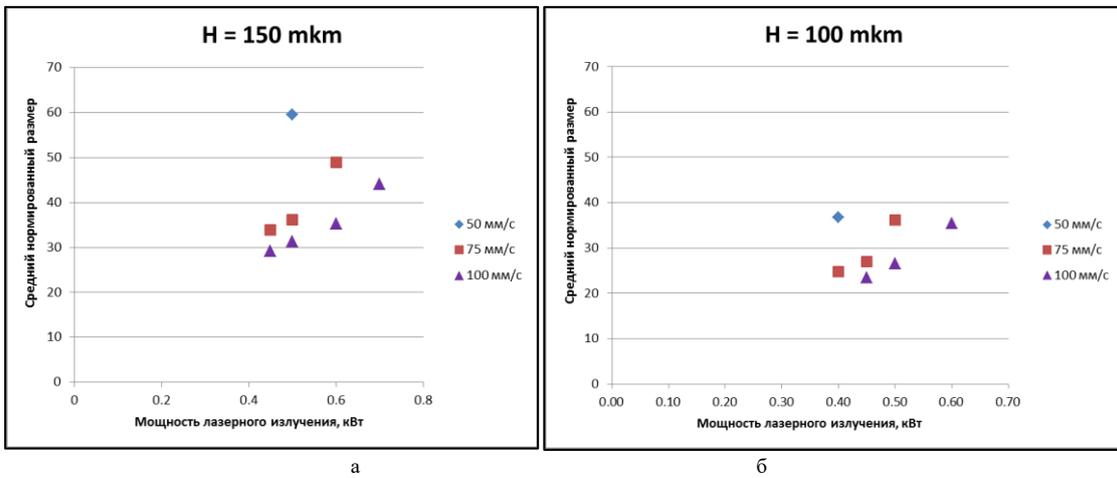


Рис. 5. Зависимость среднего размера от мощности для трех значений скорости сканирования при высоте порошка 150мкм (а) и 100мкм (б).

При выборе оптимального режима важно так же учитывать степень перемешивания и пористость полученного слоя. На режимах, где мощности недостаточно для оплавления всего слоя порошка, вероятность появления пор очень высока, а перемешивания материала порошка и подложки совсем нет. В таких режимах контакт наплавленного слоя с подложкой практически отсутствует. Этих режимов следует избегать при выборе оптимальных параметров процесса. Оптимальной можно считать минимальную мощность, на которой появляется перемешивание материалов порошка и подложки.

На рис. 6 показан средний размер кристаллитов в зависимости от высоты наплавленного слоя для двух мощностей ЛИ (0.6кВт и 0.7кВт) на скорости сканирования равной 100мм/с. Размер от высоты порошка практически не зависит для режимов, где имеется контакт наплавленного слоя с подложкой. Можно отметить, что низкой мощности ЛИ (0.6кВт) не хватает на оплавление слоя порошка (200мкм) по всей ширине и поэтому размер кристаллитов увеличивается (рис. 7), в то время как в случае с увеличенной мощностью такого роста не происходит (рис. 8).

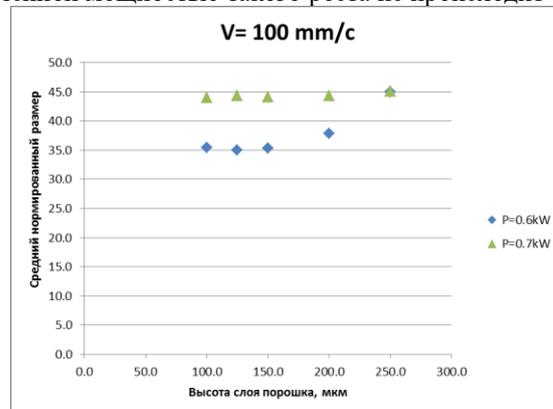
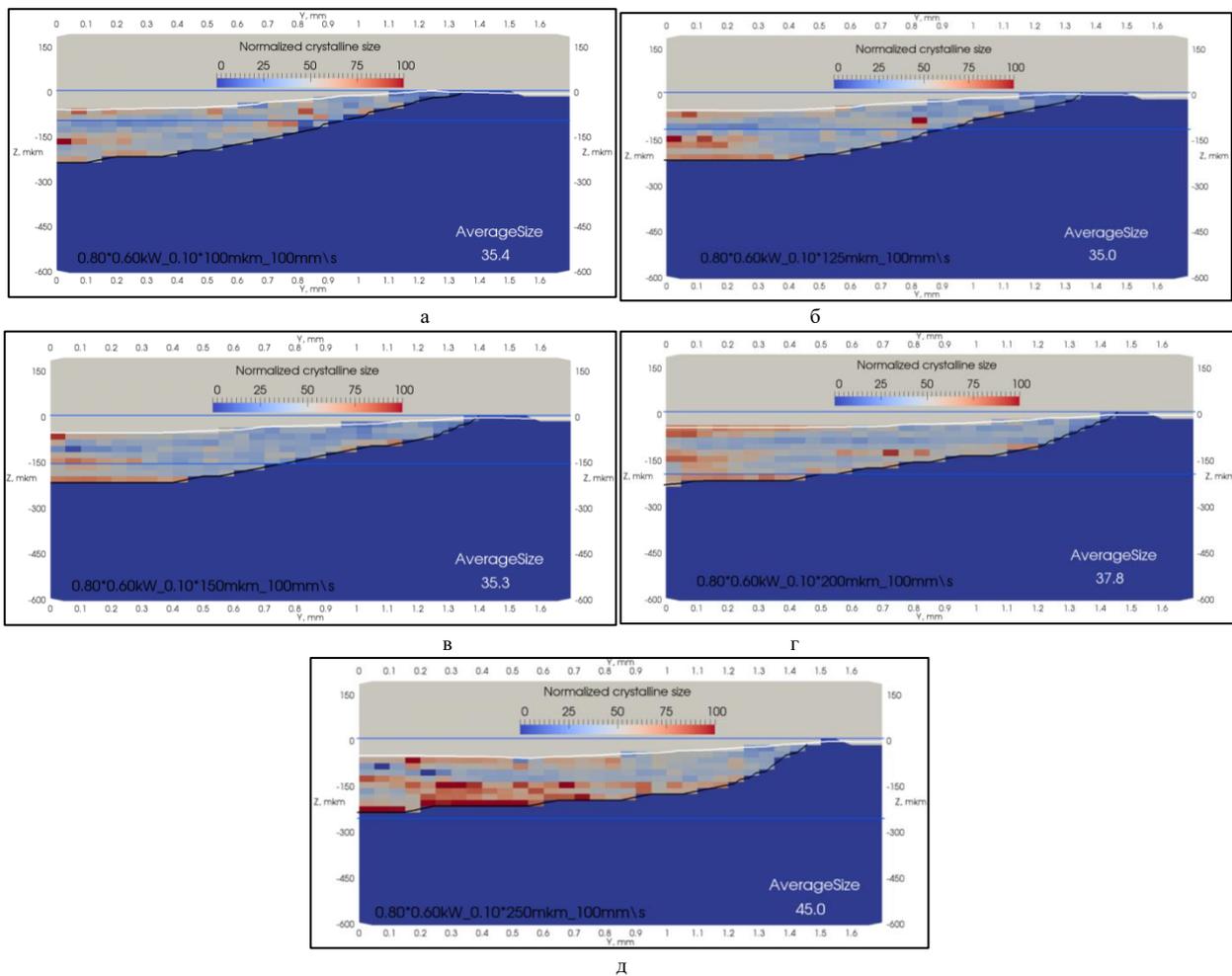
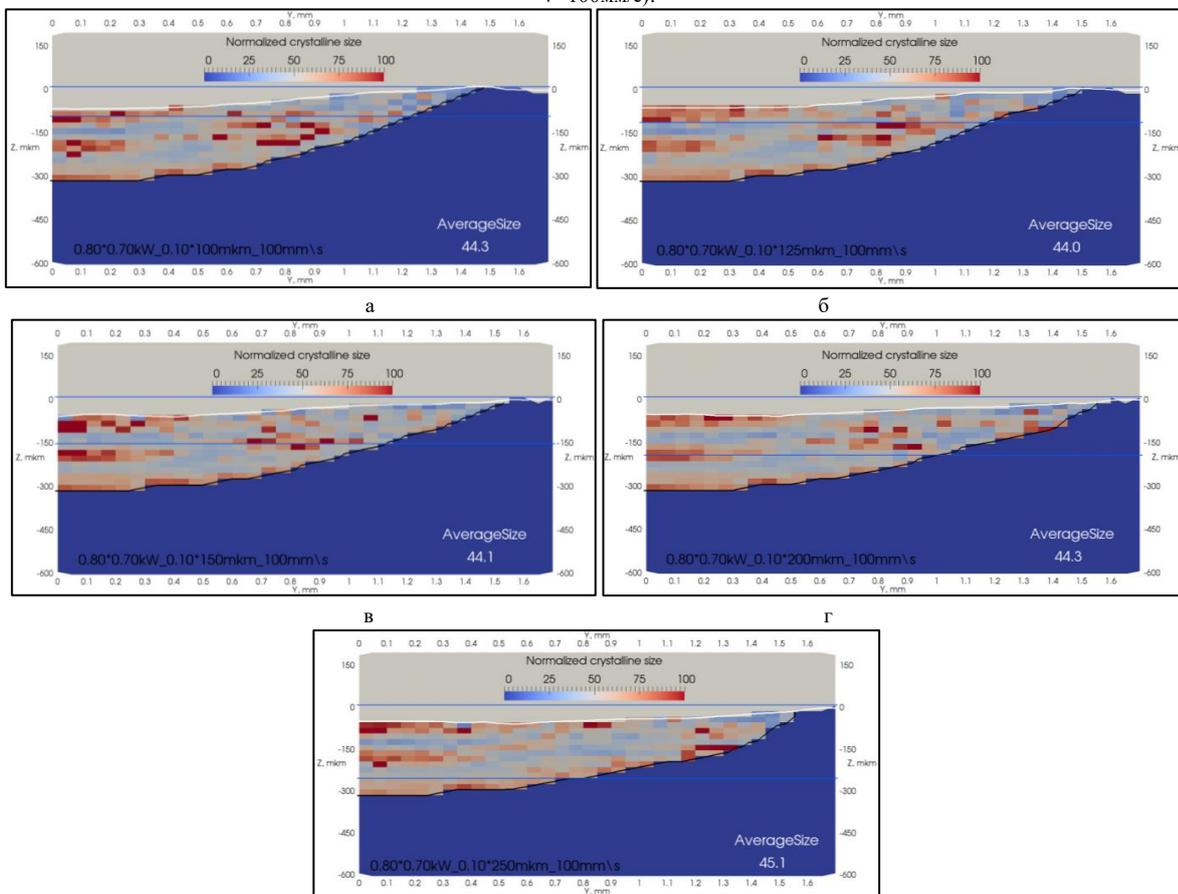


Рис. 6. Зависимость среднего размера от высоты порошка для скорости сканирования V=100мм/с.



д

Рис. 7. Распределение среднего размера на срезах y-z наплавленных валиков для разных высот слоя порошка 100-250мкм (P=0.6кВт, V=100мм/с).



д

Рис. 8. Распределение среднего размера на срезах y-z наплавленных валиков для разных высот слоя порошка 100-250мкм (P=0.7кВт, V=100мм/с).

Случай, когда мощности лазерного излучения не хватает на оплавление слоя уложенного порошка демонстрирует эффект нависания наплавленного валика над подложкой. Такие режимы нельзя считать оптимальными. Из проведенных исследований следует, что средний размер кристаллитов зависит от высоты слоя порошка только в неоптимальных режимах воздействия.

4. Заключение

Проведенные параметрические исследования позволяют выбрать оптимальные режимы воздействия с точки зрения требуемой микроструктуры. Средний размер кристаллитов убывает с увеличением скорости сканирования и растет с увеличением мощности ЛИ. Для получения мелкозернистой структуры наплавленного слоя следует выбирать наибольшую скорость сканирования и наименьшую мощность ЛИ, при которой имеется контакт наплавленного слоя с подложкой. Высота слоя порошка определяется имеющейся мощностью ЛИ и требуемой производительностью процесса СЛП и не влияет на средний размер кристаллитов в случае оптимальных режимов воздействия.

Основной проблемой численного моделирования физических процессов является проверка достоверности и верификация созданных программ (Jasak, 2016). В данной работе описана программа для оптимизации процесса СЛП и проведено качественное сравнение зависимостей входных и результирующих параметров. Для определения реальных значений геометрических характеристик, а так же размера микроструктуры, требуются референтные значения в нескольких точках параметрического поля. Через использование параметрических экспериментов появляется возможность уточнения численной модели и определение реальных параметров расчетов. Согласование полученных численных результатов с экспериментальными данными позволит создать более надежный и удобный инструмент для оптимизации процесса СЛП.

Благодарности

Работа проведена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований грант № 16-38-00933 мол_а

Литература

1. Панченко, В.Я. Современные лазерно-информационные технологии. Сборник трудов ИПЛИТ РАН. / В.Я. Панченко, В.С. Голубев. - Москва: Интерконтакт Наука, 2005. – 304 с.
2. Шишковский, И.В. Лазерный синтез функциональных мезоструктур и объемных изделий. / И.В. Шишковский. – Москва: Физматлит, 2009. - 424 с
3. Gladush, G.G. Physics of Laser Materials Processing / G.G. Gladush, I. Smurov. – Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2011. – 553 p.
4. Харанжевский, Е.В. Микроструктура и свойства слоев при лазерной перекристаллизации порошковых материалов на основе железа / Е.В. Харанжевский, А.Г. Ипатов // Вестник удмуртского университета. – 2007. - Т. 4, - С. 88-97.
5. Харанжевский, Е.В. 2D моделирование переноса лазерного излучения в дисперсных металлических порошковых средах / Е.В. Харанжевский, С.Н. Костенков // Вестник удмуртского университета. – 2012. - Т. 3, С. 33-43.
6. Xiao, B. "Laser sintering of metal powders on top of sintered layers under multiple-line laser scanning / B. Xiao, Y. Zhang // J. Phys. D: Appl. Phys. - 2007 - Vol. 40. - P. 6725–6734.
7. Gusarov, A.V. "Normal-directional and normal-hemispherical reflectances of micron- and submicron-sized powder beds at 633 and 790nm / A.V. Gusarov, E.H. Bentefour, M. Rombouts, L.G.C. Froyen, J.P. Kruth // J. Appl. Phys. – 2006. - Vol. 99. P. 113528.
8. Qi, H. "Numerical simulation of heat transfer and fluid flow in coaxial laser cladding process for direct metal deposition / H. Qi, J. Mazumder, H. Ki // Journal of Applied Physics – 2006. - Vol. 100. P. 024903.
9. Khomenko, M.D. Influence of impurities on heat-mass transfer during laser cladding of metal powders / M.D. Khomenko, F.K. Mirzade, A.V. Dubrov // Журнал прикладной спектроскопии. 2016. – Т. 83, № 6-16. - P. (в печати).
10. He, X. Transport phenomena during direct metal deposition / X. He, J. Mazumder // J. Appl. Phys. – 2007. - Vol. 101. - P. 053113.
11. Yokoi, K. A density-scaled continuum surface force model within a balanced force formulation / K. Yokoi // Journal of Computational Physics – 2014. - Vol. 278. – P. 221-228.
12. Albadawi, A. Influence of surface tension implementation in Volume of Fluid and coupled Volume of Fluid with Level Set methods for bubble growth and detachment / A. Albadawi, D.B. Donoghue, A.J. Robinson, D.B. Murray, Y.M.C. Delauré // International Journal of Multiphase Flow. – 2013. – Vol. 53. - P. 11–28.
13. Yamamoto, T. Validation of the S-CLSVOF method with the density-scaled balanced continuum surface force model in multiphase systems coupled with thermocapillary flows / T. Yamamoto, Y. Okano, S. Dost // Int. J. Numer. Meth. Fluids. – 2017. – Vol. 83(3). – P. 223–244. doi: 10.1002/flid.4267.
14. Moukalled, F. The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab / F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish – London: Springer International Publishing, 2016. - 817 p.
15. Voller, V.R. A fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems / V.R. Voller, C. Prakash // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1987. -Vol. 30(8). P. 1709-1719.
16. Christian, J.W. The theory of transformations in metals and alloys, 3rd ed. / J.W. Christian. - Oxford: Elsevier Science. - 2002. – 1201p
17. Бельский, В.З. Геометрико-вероятностные модели кристаллизации / В.З. Бельский. – Москва: Наука. - 1980. – 88с.
18. Khomenko, M.D. Numerical simulation of solute evolution during laser cladding with nickel superalloy powder injection / M.D. Khomenko, V.Y. Panchenko, V.G. Niziev, F.K. Mirzade, R.V. Grishaev // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics. – 2016. – Vol. 80(4). – P. 381–386.
19. Mirzade, F.K. Numerical simulation of solute evolution during laser cladding with nickel superalloy powder injection / F.K. Mirzade, M.D. Khomenko, V.G. Niziev // Opt Quant Electron. – 2016. – Vol. 48. – P. 513.
20. Crespo, D. Evaluation of time-dependent grain-size populations for nucleation and growth kinetics / D. Crespo, T. Pradell // Physical Review B. – 1996. – Vol. 54(5). – P. 3101-3109.
21. Niziev, V.G. Numerical modeling of laser sintering of two component powder mixtures / V.G. Niziev, A.V. Koldoba, F.K. Mirzade, V.Y. Panchenko, Y.A. Poveshchenko, M.V. Popov // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2011. – Vol. 3(6). – P. 753–761.

22. Скрипов, В.П. Спонтанная кристаллизация переохлажденных жидкостей / В.П. Скрипов, В.П. Коверда – Москва: Наука, 1984. – 232 с.
23. Gale, W.F. Smithell's Metals Reference Book, (8th ed.) / W.F. Gale, T.C. Totemeier – London: Elsevier, 2004. – 2072 p.
24. Jasak, H. Numerics Improvements in OpenFOAM with Examples of Industrial CFD Applications // Открытая конференция ИСП РАН [электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.ispras.ru/conf/2016/pdf/Jasak.pdf> (17.03.2017).