

ОРБИТАЛЬНЫЙ УГЛОВОЙ МОМЕНТ МОД БЕССЕЛЯ С КОМПЛЕКСНЫМ СДВИГОМ В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

Д.С. Калинкина, А.А. Ковалев, А.П. Порфирьев
Институт систем обработки изображений РАН

Получено аналитическое выражение для расчёта нормированного орбитального углового момента (ОУМ) для суперпозиции смещённых с оптической оси пучков Бесселя с одинаковым топологическим зарядом. Это выражение позволяет формировать бездифракционные пучки с разным распределением интенсивности, но с одинаковым ОУМ. Показано также, что комплексное смещение пучка Бесселя приводит к изменению распределения интенсивности в сечении пучка и изменению его ОУМ. Суперпозиция двух и более пучков Бесселя с комплексным смещением может не менять ОУМ, хотя распределение интенсивности будет меняться. Эксперимент хорошо согласуется с теорией.

В 1987 году были открыты пучки Бесселя [1]. Они распространяются без дифракции, формируют световые трубки или световые полости на оптической оси [2], восстанавливаются после искажения малым препятствием [3]. Пучки Бесселя имеют орбитальный угловой момент (ОУМ) [4]. Нормированный ОУМ (ОУМ, делённый на мощность пучка) совпадает с топологическим зарядом. Суперпозиция пучков Бесселя может обладать продольной периодичностью [5] или вращаться вокруг оптической оси при распространении [6, 7].

Пучки Бесселя можно генерировать с помощью цифровых голограмм [2], рефракционного и дифракционного аксиконов [8-10], дифракционных оптических элементов [6, 7] и пространственных модуляторов света [11].

Пучки Бесселя применяются для манипуляции микрочастицами: для захвата нескольких частиц на оптической оси [12, 13], для вращения частиц вокруг оптической оси [14]. С помощью пучков Бесселя можно захватывать и ускорять отдельные охлаждённые атомы [15]. В [15, 17] рассмотрены векторные пучки Бесселя, получены выражения для плотности ОУМ [4]. Так как энергия пучка Бесселя не ограничена, работ по анализу ОУМ всего пучка Бесселя до наших работ не было. Недавно рассмотрены теоретически [18] и экспериментально [19] асимметричные моды Бесселя с распределением интенсивности в виде полумесяца. Суперпозиция пучков Бесселя рассматривалась только для осевых пучков [5-7, 12].

В данной работе рассматривается суперпозиция смещённых с оптической оси пучков Бесселя (с одинаковым топологическим зарядом). Получено аналитическое выражение для ОУМ такой суперпозиции. Показано, что если весовые коэффициенты суперпозиции вещественны, то ОУМ всей суперпозиции равен ОУМ отдельного несмещённого пучка Бесселя. Это позволяет формировать бездифракционные пучки с разным распределением интенсивности, но с одинаковым ОУМ. Результаты моделирования согласуются с данными, полученными в ходе экспериментов.

Известно, что комплексная амплитуда светового поля, удовлетворяющего уравнению Гельмгольца, может быть представлена в виде углового спектра плоских волн. Амплитуда углового спектра для пучка, смещённого в декартовой плоскости, отличается от спектра исходного пучка фазовым множителем, аргумент которого линейно зависит от величины смещения. Заметим, что смещение может быть и комплексной величиной.

Угловой спектр бездифракционного пучка Бесселя имеет вид бесконечно тонкого кольца, причём фаза комплексной амплитуды на кольце линейно зависит от угловой полярной координаты. В данной работе мы воспользовались этим видом углового спектра для пучков Бесселя и рассчитали ОУМ и суммарную мощность пучка в спектральной плоскости. Это позволило получить аналитическое выражение для нормированного ОУМ

как одного пучка Бесселя с произвольным комплексным смещением в декартовых координатах, так и суперпозиции таких пучков:

$$\frac{J_z}{I} = n - i\alpha \frac{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{P-1} C_p^* C_q \frac{x_p^* y_q - x_q y_p^*}{R_{pq}} J_1(\alpha R_{pq})}{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{P-1} C_p^* C_q J_0(\alpha R_{pq})}, \quad (1)$$

где J_z и I – суммарный ОУМ пучка и его мощность, n – топологический заряд пучков Бесселя в суперпозиции, α – их масштабирующий множитель, C_p – весовые коэффициенты суперпозиции, (x_p, y_p) – вектор смещения p -го пучка, $J_0(x)$ и $J_1(x)$ – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков,

$$R_{pq} = \sqrt{(x_p^* - x_q)^2 + (y_p^* - y_q)^2}, \quad (2)$$

$$R_{pp} = 2i\sqrt{(\text{Im } x_p)^2 + (\text{Im } y_p)^2}.$$

С помощью этого выражения для одного смещённого пучка Бесселя установлено, что если обе координаты вектора смещения действительные или обе чисто мнимые, то ОУМ не отличается от ОУМ для несмещённого пучка.

Для суперпозиции нескольких пучков Бесселя установлено, что если все пучки смещаются на действительный вектор и все весовые коэффициенты суперпозиции вещественны, то ОУМ всей суперпозиции будет равен ОУМ одного несмещённого пучка Бесселя. Это основной результат данной работы, он позволяет формировать самые различные непараксиальные бездифракционные лазерные пучки, которые будут иметь разные поперечные распределения интенсивности, но будут иметь один и тот же ОУМ. В качестве примера рассмотрены суперпозиции трёх, четырёх, и шести пучков Бесселя, центры которых находятся в вершинах правильного многоугольника (рис. 1-3) с длиной стороны R_0 . Комплексное смещение p -го пучка в суперпозиции задавалось формулой:

$$\begin{cases} x_p = R_0 \cos\left(\frac{2\pi p}{3}\right) + \frac{c}{\alpha} \exp\left(-i\gamma - i\frac{2\pi p}{3}\right), \\ y_p = R_0 \sin\left(\frac{2\pi p}{3}\right) + i\frac{c}{\alpha} \exp\left(-i\gamma - i\frac{2\pi p}{3}\right), \end{cases} \quad (3)$$

где c и α – параметры асимметрии каждого пучка в суперпозиции [18].

Были рассчитаны параметры, при которых формируются бездифракционные пучки с поперечным распределением интенсивности в виде треугольника, трёх световых пятен, квадрата, и шестиугольника. Причём у этих пучков ОУМ совпадал с ОУМ каждого отдельного пучка в суперпозиции.

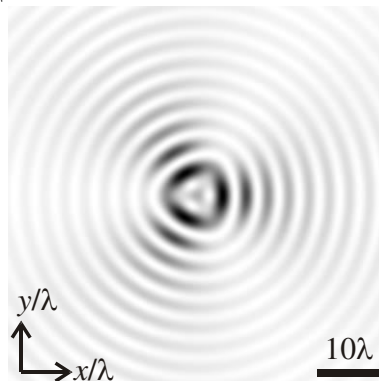


Рисунок 1 – Интенсивность (а) (чёрный цвет – максимум) суперпозиции из трёх смещённых мод Бесселя с параметрами: $n = 3$, $R_0 = 4\lambda$, $\alpha = 1/\lambda$, $c = 4$, $\gamma = \pi$, вектор весовых коэффициентов $\mathbf{C} = [1, 1, 1]$. Размер кадра $2R = 60\lambda$.

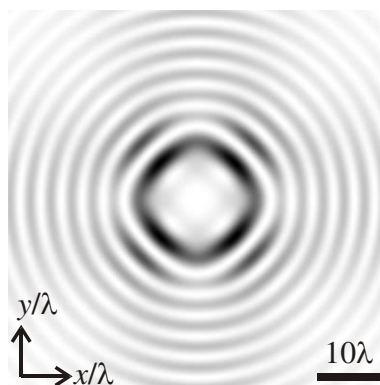


Рисунок 1 – Интенсивность (а) (чёрный цвет – максимум) суперпозиции из четырёх смещённых мод Бесселя с параметрами: $n = 7$, $R_0 = 6\lambda$, $\alpha = 1/\Gamma$, $c = 6$, $\Gamma = \Gamma$, вектор весовых коэффициентов $\mathbf{C} = [1, 1, 1, 1]$. Размер кадра $2R = 60\lambda$.

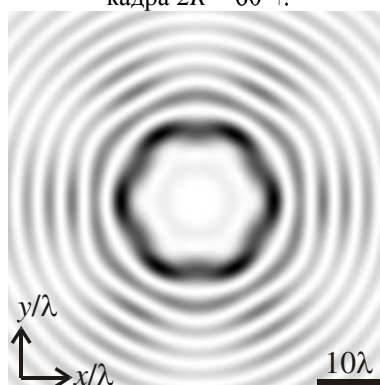


Рисунок 1 – Интенсивность (а) (чёрный цвет – максимум) суперпозиции из трёх смещённых мод Бесселя с параметрами: $n = 10$, $R_0 = 12\lambda$, $\alpha = 1/\Gamma$, $c = 12$, $\Gamma = \Gamma$, вектор весовых коэффициентов $\mathbf{C} = [1, 1, 1, 1, 1, 1]$. Размер кадра $2R = 60\lambda$.

Рассмотренные пучки были сформированы с помощью пространственного модулятора света SLM PLUTO-VIS (1920×1080 отсчётов, размер отсчёта 8 мкм), на который подавалась кодированная фаза пучка. Линейно-поляризованный свет с длиной волны 633 нм отражался от модулятора, после чего интенсивность пучка регистрировалась с помощью CMOS-камеры MDCE-5A ($1/2''$, 1280×1024 отсчётов) непосредственно у модулятора, а также на расстояниях 200 мм и 400 мм. Эксперимент показал, что пучок действительно почти не меняет свою структуру интенсивности.

Таким образом, в описанной работе получено выражение для ОУМ суперпозиции смещённых с оптической оси пучков Бесселя с одинаковым топологическим зарядом. Показано, что если весовые коэффициенты суперпозиции действительные, то ОУМ всей суперпозиции равен ОУМ одного несмещённого пучка Бесселя. Это позволяет формировать бездифракционные пучки с разным распределением интенсивности, но с одинаковым ОУМ. Эксперимент, проведённый с помощью модулятора света, хорошо согласуется с теорией.

Литература

1. Durnin, J. Exact solution for nondiffractive beams. I. The scalar theory / J. Durnin // J. Opt. Soc. Am. A. – 1987. – Vol. 4. – No. 4. – P. 651-654.
2. Turunen, J. Holographic generation of diffractive-free beams / J. Turunen, A. Vasara, A.T. Friberg // Appl. Opt. – 1988. – Vol. 27. – No. 19. – P. 3959-3962.
3. McQueen, C.A. An experiment to study a “nondiffracting” light beam / C.A. McQueen, J. Arlt, K. Dholakia // Am. J. Phys. – 1999. – Vol. 67. – P. 912-915.
4. Volke-Sepulveda, K. Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam / K. Volke-Sepulveda, V. Garcés-Chavez, S. Chavez-Cedra, J. Arlt, K. Dholakia // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. – 2002. – Vol. 4. – P. S82-S89.
5. Kotlyar, V.V. An algorithm for the generation of laser beams with longitudinal periodicity: rotating images / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // J. Mod. Opt. – 1997. – Vol. 44. – No. 7. – P. 1409-1416.

6. Paakkonen, P. Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics / P. Paakkonen, J. Lautanen, M. Honkanen, M. Kuittinen, J. Turunen, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, A.T. Friberg // *J. Mod. Opt.* – 1998. – Vol. 45. – No. 11. – P. 2355-2369.
7. Khonina, S.N. Generating a couple of rotating nondiffracting beams using a binary-phase DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, J. Lautanen, M. Honkanen, J. Turunen // *Optik.* – 1999. – Vol. 110. – No. 3. – P. 137-144.
8. Herman, R.M. Production and uses of diffractionless beams / R.M. Herman, T.A. Wiggins // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1991. – Vol. 8. – No. 6. – P. 932-942.
9. Arlt, J. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon / J. Arlt, K. Dholakia // *Opt. Commun.* – 2000. – Vol. 177. – P. 297-301.
10. Kotlyar, V.V. Trochoson / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer, G.V. Uspleniev, M.V. Shinkarev // *Opt. Commun.* – 1992. – Vol. 91. – No. 3-4. – P. 158-162.
11. Devis, J.A. Intensity and phase measurements of nondiffracting beams generated with a magneto-optic spatial light modulator / J.A. Devis, E. Carcole, D.M. Cottrell // *Appl. Opt.* – 1996. – Vol. 35. – No. 4. – P. 593-598.
12. MacDonald, M.P. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures / M.P. MacDonald, L. Paterson, K. Volke-Sepulveda, J. Arlt, W. Sibbett, K. Dholakia // *Science.* – 2002. – Vol. 296. – P. 1101-1103.
13. Garces-Chavez, V. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, K. Dholakia // *Nature.* – 2002. – Vol. 419. – P. 145-147.
14. Khonina, S.N. Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, K. Jefimovs, J. Simonen, J. Turunen // *J. Mod. Opt.* – 2004. – Vol. 51. – No. 14. – P. 2167-2184.
15. Arlt, J. Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt, K. Dholakia, J. Soneson, E.M. Wright // *Phys. Rev. A.* – 2001. – Vol. 63. – P. 063602.
16. Bouchal, Z. Non-diffractive vector Bessel beams / Z. Bouchal, M. Olivik // *J. Mod. Opt.* – 1995. – Vol. 42. – No. 8. – P. 1555-1566.
17. Yu, Y.Z. Vector analysis of nondiffracting Bessel beams / Y.Z. Yu, W.B. Dou // *Progress In Electromagnetics Research Letters.* – 2008. – Vol. 5. – P. 57-71.
18. Kotlyar, V.V. Asymmetric Bessel modes / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer // *Opt. Lett.* – 2014. – Vol. 39. – 8. – P. 2395-2398.
19. Gong, L. Observation of the symmetric Bessel beams with arbitrary orientation using a digital micromirror device / L. Gong, X. Qui, Y. Ren, H. Zhu, W. Liu, J. Zhou // *Opt. Express.* – 2014. – Vol. 22. – No. 22. – P. 26763-26776.