

# Оценка качественных показателей математической модели построения тепловых томограмм по данным разновременных инфракрасных изображений

И.Н. Ищук<sup>1</sup>, А.А. Долгов<sup>2</sup>, В.Н. Тяпкин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Сибирский федеральный университет, пр. Свободный, Красноярск, Россия, 660041

<sup>2</sup>ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Старых Большевиков 54А, Воронеж, Россия, 394064

**Аннотация.** В статье рассматривается задача оценки качественных характеристик построенной математической модели решение прямой задачи радиационной теплофизики, применяемой в интересах экстраполяции инфракрасных изображений земной поверхности получаемых оптико-электронными средствами беспилотных летательных аппаратов. Приведены результаты экспериментальной апробации построенной математической модели построения тепловых томограмм по данным разновременных инфракрасных изображений.

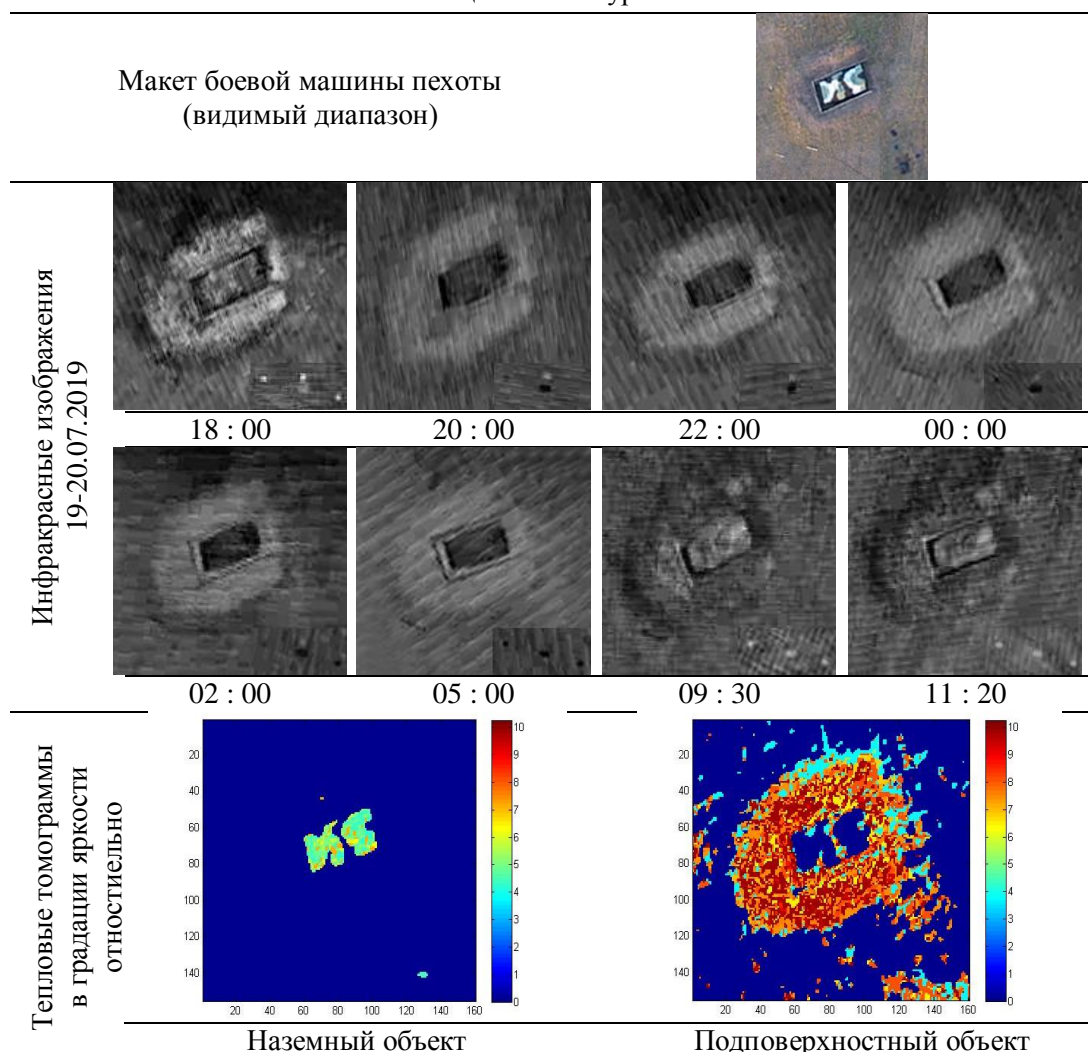
## 1. Введение

Одним из направлений опережающего развития в области обработки данных с беспилотных летательных аппаратов (БпЛА) является интеграция интеллектуальных систем и методов теории вычислительной теплофизики. В основе методов вычислительной теплофизики лежит эксперимент – целенаправленная организация наблюдений радиационного поля в ближнем среднем и дальнем диапазонах инфракрасного спектра длин волн и измерение его характеристик. Результаты этих измерений служат исходными данными для последующих выводов о фоновой обстановке, необходимо знание математических моделей, описывающих формирование инфракрасных (ИК) сигнатур объектов и подстилающей поверхности. В понятие математической модели входит описание закона, по которому можно вычислить геофизическое поле с учетом априорных сведений о характеристиках объектов и множестве их допустимых значений. Решение таких задач относится к обратным задачам, условно-корректная постановка которых, позволяет получить некоторое компактное множество допустимых решений. Компактность достигается за счет конечного числа параметров перебираемых оптимизационным алгоритмом. Получение регуляризирующего оператора с учетом данных натуральных экспериментов, обеспечивает семейство стохастически регуляризирующих операторов, зависящих от параметра регуляризации.

Ведение аэрокосмической съемки в условиях полигонных испытаний одного участка местности в течение длительного времени позволяет фиксировать динамику процессов, происходящих на поверхности земли в видимом и инфракрасном диапазонах длин волн. Поэтому использование робототехнических комплексов с большой продолжительностью полета послужило причиной развития новых подходов к обработке набора изображений, полученных в различные промежутки времени. Один из таких подходов предполагает использование периодической съемки местности в ИК диапазоне с получением набора ИК

изображений – кубоида ИК изображений, отражающего динамику изменения температур на поверхности исследуемого района. Обработка кубоида ИК изображений позволяет выделить области со схожей динамикой изменения тепловых контрастов. Наличие на изображении материалов с известными теплофизическими параметрами – эталонных тест-объектов (изготовленных из материалов с известными параметрами), позволяет выделить области, в которых динамика изменения тепловых контрастов оказалась близкой к заданным эталонным тест-объектам. Такой подход основан на методах теории вычислительной теплофизики, в ходе практической реализации которых, было построено компактное множество допустимых моделей конвективного теплообмена пассивных стационарных объектов дистанционного мониторинга на подстилающих поверхностях в условиях полигонных измерений, обеспечивающих комплексный анализ изображений в видимом и инфракрасном диапазонах длин волн на основе априорных сведений о строении испытываемого района и объектов [1, 2]. Для компьютерной реализации данных моделей, разработан алгоритм получения стохастически регуляризованного по принципу невязки решения коэффициентной обратной задачи теплопроводности, принадлежащего компактному множеству допустимых моделей, обеспечивающему формирование базы данных тепловых томограмм «объектов-аналогов» и подстилающих поверхностей. Один из полученных практических результатов применения данного алгоритма, заключается в построении тепловых томограмм объектов дистанционного мониторинга, представленных в таблице 1.

**Таблица 1.** Сигнатуры объектов.



С целью проверки адекватности постоянной математической модели и соответствующей ее алгоритмической реализации, в работе рассматривается задача оценки качественных характеристик модели, таких как адекватность, устойчивость и чувствительность.

## 2. Постановка задачи

В общем случае рассматриваемые модели относятся к классу стохастических нелинейных моделей пространства состояний. Модель пространства состояний обычно получается с использованием законов первого принципа [3], таких как механические, электрические или термодинамические физические законы, а идентифицируемые параметры обычно имеют некоторый физический смысл или значение.

Модель пространства состояний с дискретным временем может быть определена с помощью разностных уравнений:

$$\begin{aligned}x_{\tau+1} &= f(x_{\tau}, u_{\tau}, \omega_{\tau}; \theta), \\y_{\tau} &= g(x_{\tau}, u_{\tau}, \vartheta_{\tau}; \theta), \quad \tau = 1, 2, \dots,\end{aligned}\tag{1}$$

в котором  $\tau$  является положительным целым числом, относящимся ко времени. Функции  $f$  и  $g$  являются общими нелинейными функциями. Первое уравнение известно как уравнение состояния, а второе известно как выходное уравнение. Все сигналы моделируются с использованием случайных процессов. Процесс  $x_{\tau}$  известен как стохастический процесс  $\omega_{\tau}$  и  $\vartheta_{\tau}$  предполагаются взаимно независимыми. Параметр  $\theta$  является конечномерным (реальным) параметром для оценки (с использованием экспериментальных данных). Заметьте, что процесс состояния не является физическим сигналом, и он обычно не наблюдается (не измеряется). Набор данных представлен в виде набора пар ввода-вывода  $(x_{\tau}, u_{\tau})$  за  $\tau = 1, \dots, N$  для некоторого конечного положительного целого значения  $N$ .

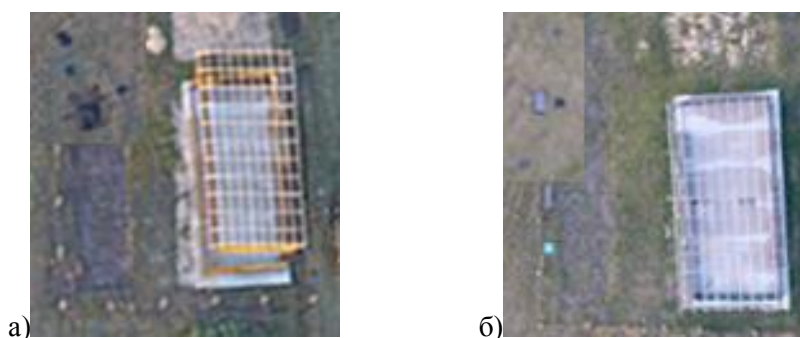
К сожалению, из-за нелинейного преобразования ненаблюдаемых случайных величин функция правдоподобия выходов аналитически неразрешима; оно дается в терминах многомерного маргинального распределения. Следовательно, обычно используемые методы оценки параметров, такие как метод максимального правдоподобия или метод прогнозируемой ошибки, основанные на оптимальном предикторе на один шаг вперед, аналитически неразрешимы. Альтернативным решением является применение метода ошибки прогнозирования с использованием экспериментальных данных.

## 3. Решение задачи

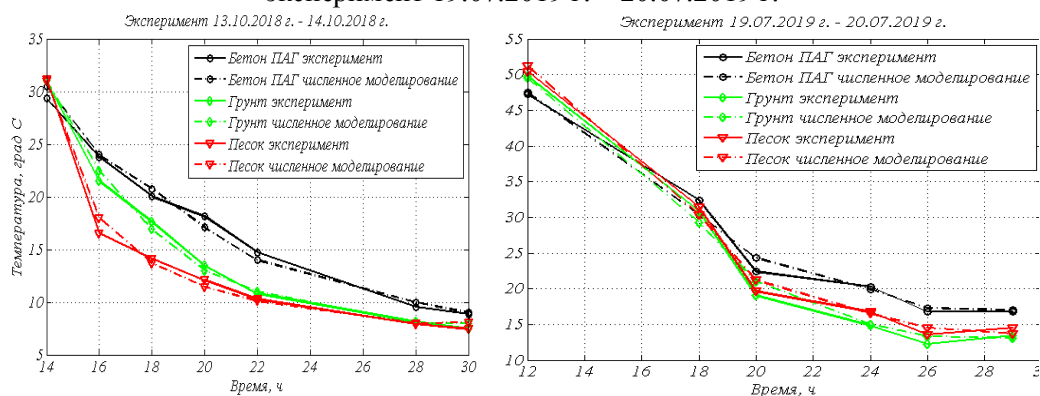
Проверку качественных характеристик математической модели [2], реализующей построение многослойных тепловых томограмм, проведем на основе натурных экспериментов с применением эталонных материалов с известными теплофизическими параметрами (ТФП). Было проведено два независимых полевых эксперимента в различные сезоны года: осенью (с 13.10.2018 г. по 14.10.2018 г.) и летом (с 19.07.2019 г. по 20.07.2019 г.) с целью получения оценок ТФП эталонных материалов и проверки работы математической модели построения тепловых томограмм в различном диапазоне значений входных параметров. Район проведения натурных экспериментов с эталонными материалами представлен на рисунке 1.

Участки земной поверхности с эталонными материалами подвергались естественному солнечному нагреву в течение дня. Полученные инфракрасных изображения данных районов были сформированы в кубоиды и решена коэффициентной обратной задачи теплопроводности для всего раstra данных изображений.

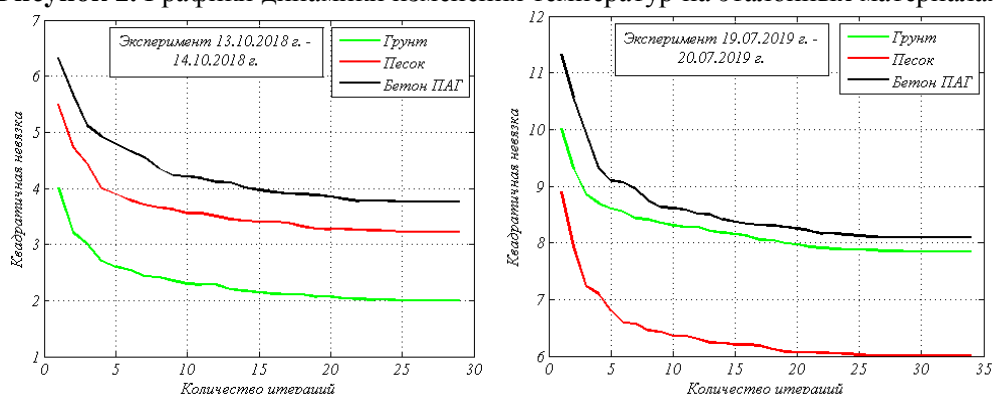
Графики динамики изменения температур на поверхностях эталонных материалов, экспериментально измеренных и рассчитанных путем численного моделирования с применением программного обеспечения MATLAB и HYDRUS-1D, и сходимость генетического алгоритма при решении коэффициентной обратной задачи теплопроводности приведены на рисунках 2 и 3 соответственно.



**Рисунок 1.** Район с эталонными материалами: а – эксперимент 13.10.2018 г. – 14.10.2018 г.; б – эксперимент 19.07.2019 г. – 20.07.2019 г.



**Рисунок 2.** Графики динамики изменения температур на эталонных материалах.



**Рисунок 3.** Графики сходимости генетического алгоритма при решении коэффициентной обратной задачи теплопроводности на этапе нахождения оптимальных теплофизических параметров эталонных материалов.

Для проверки адекватности и устойчивости математических моделей построения тепловых томограмм, было получено множество тепловых томограмм участков земной поверхности с эталонными материалами, изображенных на рисунке 1, рассчитанных при одинаковых входных параметрах и сделаны выборки значений тепловой активности каждого эталонного материала для летнего и осеннего экспериментов.

Тепловые томограммы эталонных материалов приведены на рисунке 4.

Для проверки адекватности математической модели (ММ) поведению оригинала достаточно убедиться в выполнении двух свойств: *точности* и *непротиворечивости* [4].

Для проверки точности ММ оригиналу покажем, что рассогласование параметра тепловой активности эталонного материала и полученное с использованием численного расчета не выше заданного значения приемлемой погрешности  $\delta = 10\%$ . Результаты измерений теплофизических параметров эталонных материалов и фона, приведены в таблице 2.

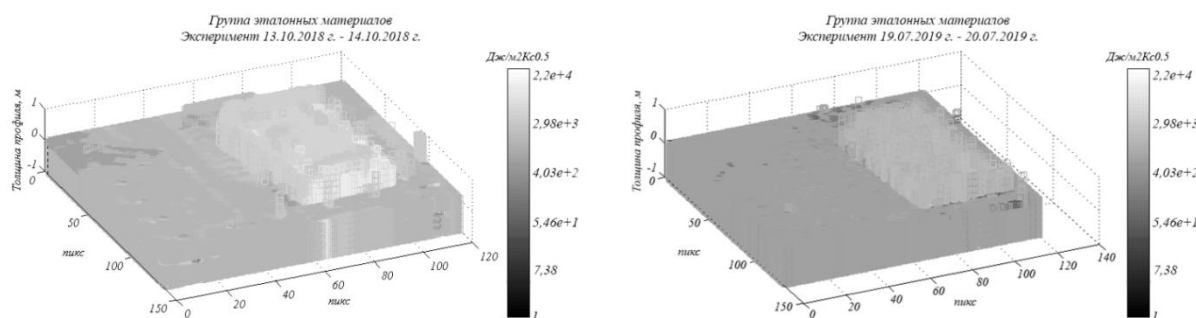


Рисунок 4. Тепловые томограммы района эталонных материалов.

Таблица 2. Результаты измерений теплофизических параметров эталонных материалов.

Материал	$I_a, \text{Дж}/\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{с}^{0.5}$		
	Справочное значение	Среднее измеренное значение	Относительная погрешность, %
<i>Эксперимент 13.10.2018 г.</i>			
Бетон ПАГ 10% влажности	4328	4370	0,9
Грунт 10% влажности	1636	1364	16,6
Песок 10% влажности	1079	1000	7,3
<i>Эксперимент 19.07.2019 г.</i>			
Бетон ПАГ сухой	1889	1874	0,7
Грунт сухой	714	693	2,9
Песок сухой	629	598	4,9

Относительная погрешность измерения тепловой активности не превышает 10%, что соответствует заданному значению допустимой погрешности.

*Непротиворечивость* подразумевает идентичный характер изменения выходных параметров. Из центральной предельной теоремы следует универсальный метод проверки непротиворечивости – с помощью проверки подчиненности рассогласования закону ошибок. То есть для того чтобы рассогласование между оригиналом и моделью не описывало бы какую-либо закономерность, рассогласование должно вести себя вполне хаотически, иначе говоря, подчиняться нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием [4].

На основе полученных выборок построены плотности вероятностей тепловой активности эталонных материалов (рисунок 5).

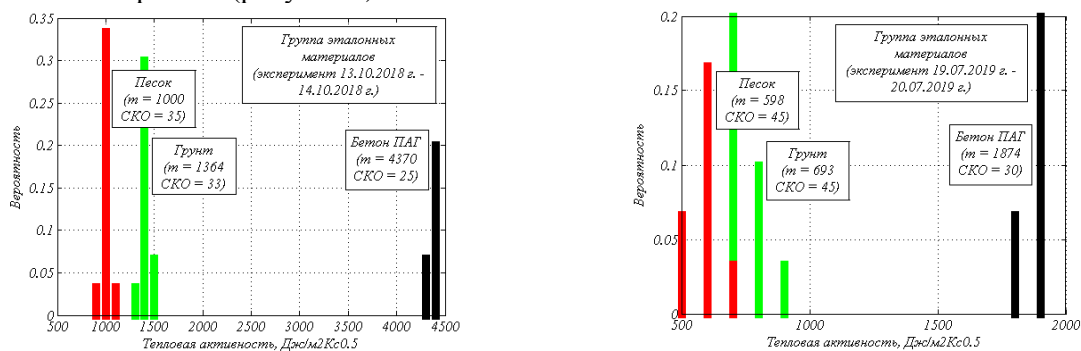


Рисунок 5. Плотности вероятности распределения тепловой активности эталонных материалов.

Проверку принадлежности полученных значений тепловой активности эталонных материалов к нормальному закону распределения (НЗР) проведем с использованием критерия

согласия Пирсона  $\chi^2$ , основанного на решении задачи статистической проверки гипотез. В качестве основной гипотезы  $H_0$  будем считать, что полученные статистики распределены по нормальному закону, а в качестве альтернативной – гипотезу о том, что данные статистики не принадлежат НЗР. Согласно данному критерию получим величину:

$$\chi^2_{эксн} = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \frac{n_i^2}{p_i} - n, \quad (2)$$

где  $n$  – число наблюдений;  $m$  – количество интервалов;  $n_i$  – количество попаданий в  $i$  интервал, представляющую собой значение случайной величины  $\chi^2$  соответствующее данной выборке и выдвинутой гипотезе. Тогда вероятность того, что при принятой гипотезе величина  $\chi^2_{эксн}$  не превзойдет значение  $\chi^2_{\alpha,k}$  на уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $k$  будет равна:

$$P \{ \chi^2_{эксн} \leq \chi^2_{\alpha,k} \} = 1 - F_k(\chi^2_{эксн}) \quad (3)$$

Значения параметра  $\chi^2_{эксн}$  и вероятностей  $P \{ \chi^2_{эксн} \leq \chi^2_{\alpha,k} \}$  тепловой активности эталонных материалов на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и количества степеней свободы  $k$  представлены в таблице 3.

Из анализа данных таблицы видно, что для всех эталонных материалов в обоих экспериментах выполняется условие  $\chi^2_{эксн} \leq \chi^2_{\alpha,k}$ , что не позволяет отвергнуть проверяемую гипотезу  $H_0$  о распределении значений тепловой активности эталонных материалов в соответствии с НЗР.

Таким образом, доказана адекватность ММ построения тепловых томограмм по динамическим инфракрасным изображениям.

**Таблица 3.** Значения параметров  $\chi^2$  распределения тепловой активности эталонных материалов.

Параметр	Материал	Бетон ПАГ	Грунт	Песок
<i>Эксперимент 13.10.2018 г. – 14.10.2018 г.</i>				
$k$		2	3	2
$\chi^2_{\alpha,k}$		6,0	7,8	6,0
$\chi^2_{эксн}$		2,31	5,26	0,93
$F_k(\chi^2_{эксн})$		0,685	0,846	0,372
$P \{ \chi^2_{эксн} \leq \chi^2_{\alpha,k} \}$		0,315	0,154	0,628
<i>Эксперимент 19.07.2019 г. – 20.07.2019 г.</i>				
$k$		2	3	2
$\chi^2_{\alpha,k}$		6,0	7,8	6,0
$\chi^2_{эксн}$		2,27	3,99	0,89
$F_k(\chi^2_{эксн})$		0,679	0,738	0,362
$P \{ \chi^2_{эксн} \leq \chi^2_{\alpha,k} \}$		0,321	0,262	0,638

Устойчивость ММ построения тепловых томограмм докажем путем проверки гипотезы о том, что выборки тепловой активности эталонных материалов, полученные при различных

входных параметрах таких, как метеорологические, физико-географические условия, а также время суток ведения инфракрасной съемки, обладают одним и тем же статистическим признаком, то есть принадлежат к одной генеральной совокупности. Для проверки гипотезы об устойчивости результатов используем критерий Вилкоксона, который служит для сравнения и оценки различий значений двух парных выборок исследуемого параметра, полученных при различных условиях или в разное время.

Были получены выборки для эталонного материала «грунт» в эксперименте 19.07.2019 г. при малых изменениях метеорологических параметров (таблица 4).

**Таблица 4.** Значения тепловой активности при изменении метеопараметров.

Относительное отклонение	-10%	-5%	-3%	0%	+3%	+5%	+10%
Метеопараметр							
$T_a$	861	784	710	702	669	552	496
$U$	734	676	649	702	658	667	657
$Ff$	622	656	642	702	660	722	695
$N$	698	642	650	702	694	654	671

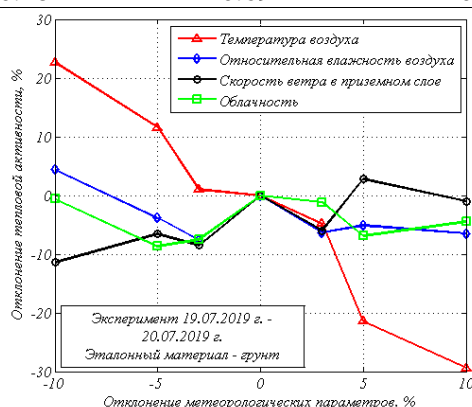
В качестве доказательства устойчивости ММ построения тепловых томограмм по динамическим инфракрасным изображениям и телевизионному изображению доказано, что выборки значений тепловой активности, полученных при малых отклонениях (до 10%) метеорологических параметров, приведенные в таблице, принадлежат к одной генеральной совокупности путем решения задачи статистической проверки гипотез на основе критерия знаковых рангов Вилкоксона.

В качестве основной гипотезы  $H_0$  примем утверждение, что выборки тепловой активности эталонного материала «грунт», приведенные в таблице, принадлежат, а в качестве альтернативной  $H_1$  – не принадлежат к одной генеральной совокупности значений тепловой активности данного эталонного материала.

Результаты проверки принадлежности данных выборок по критерию знаковых рангов Вилкоксона на уровне значимости  $\alpha = 0.05$  приведены в таблице 5.

**Таблица 5.** Значения вероятностей принадлежности выборок тепловой активности к одной генеральной совокупности.

Метеопараметры	$T_a$	$U$	$Ff$	$N$
$T_a$	1,00	0.56	0.56	0.48
$U$	0.56	1,00	0.65	0.69
$Ff$	0.56	0.65	1,00	0.98
$N$	0.48	0.69	0.98	1,00



**Рисунок 6.** Графики зависимости отклонения тепловой активности грунта от изменения метеорологических условий.

Из анализа полученных значений вероятностей совпадения выборок тепловой активности эталонного материала «грунт» можно заключить, что нет оснований для отклонения основной гипотезы  $H_0$  о принадлежности данных статистик к одной генеральной совокупности, и сделать вывод об устойчивости ММ построения тепловых томограмм в целом.

Чувствительность ММ проверим на основе ее способности реагировать на малые изменения входных параметров. Для этой цели получим оценку тепловой активности эталонных материалов на основе данных таблицы. Графики, характеризующие данные зависимости, приведены на рисунке 6.

#### 4. Заключение

Таким образом, научная значимость решения проблемы определяется возникшим противоречием между потребностью представления информации о пространственном распределении анизотропных сред (малозаметных критически важных объектов) в ходе решения задач дистанционного мониторинга в оптическом диапазоне длин волн и существующей практикой анализа данных по отдельным инфракрасным сигнатурам земной поверхности. Представленная в работе оценка качественных характеристик математической модели [2], позволяет сделать вывод, о том, что при увеличении девиации каждого из входных метеорологических параметров с 5 до 10% значения выходного параметра (тепловой активности) изменяются:

- для температуры воздуха до 30%;
- для относительной влажности до 5%;
- для скорости ветра в приземном слое до 10%;
- для облачности до 10%,

что может свидетельствовать о чувствительности математической модели построения тепловой томограммы к «малому» изменению входных параметров.

#### 5. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-08-00053 А).

#### 6. Литература

- [1] Ищук, И.Н. Расчет пространственного распределения температурных полей при дистанционном мониторинге поверхности территорий с беспилотного летательного аппарата / И.Н. Ищук, А.А. Долгов, А.А. Бебенин, С.А. Панов // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. – 2018. – Т. 11, № 3. – Р. 273-279.
- [2] Ищук, И.Н. Способ классификации техногенных объектов на основе построения многослойных тепловых томограмм / И.Н. Ищук, А.А. Долгов // V международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ): сборник трудов – Самара: Новая техника, 2019. – Т. 2. – С. 610-619.
- [3] Lennart, L. System identification: theory for the user – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 1999.
- [4] Кубланов, М.С. Проверка адекватности математических моделей // Научный вестник МГТУ ГА. – 2015. – Т. 211. – С. 29-36.



## Evaluation of qualitative indicators of a mathematical model for constructing thermal tomograms based on data from different-time infrared images

I.N. Ishchuk<sup>1</sup>, A.A. Dolgov<sup>2</sup>, V.N. Tyapkin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Siberian Federal University, Svobodny Ave., Krasnoyarsk, Russia, 660041

<sup>2</sup>MESC AF "N.E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin Air Force Academy», Starikh Bolshevikov street 54A, Voronezh, Russia, 394064

**Abstract.** The article deals with the problem of evaluating the qualitative characteristics of the constructed mathematical model for solving the direct problem of radiation Thermophysics used for extrapolation of infrared images of the earth's surface obtained by optical-electronic means of unmanned aerial vehicles. The results of experimental testing of the constructed mathematical model for constructing thermal tomograms based on data from different-time infrared images are presented.