

Обобщенная модель импульсного процесса для динамического анализа нечетких когнитивных карт Силова

Р.А. Исаев^а, А.Г. Подвесовский^а

^а Брянский государственный технический университет, 241035, бульвар 50 лет Октября, 7, Брянск, Россия

Аннотация

Исследуется импульсный процесс как средство динамического анализа когнитивных моделей слабо структурированных систем. Вводится и обосновывается обобщенная модель импульсного процесса для нечетких когнитивных карт Силова, предлагаются ее реализации для различных смысловых интерпретаций взаимовлияния концептов. Приводятся результаты экспериментальной проверки предложенных моделей.

Ключевые слова: когнитивное моделирование; нечеткая когнитивная карта; динамический анализ; импульсный процесс.

1. Введение

Одним из подходов к исследованию слабо структурированных систем, широко применяемым в настоящее время, является когнитивный подход. В соответствии с определением, приведенным в [1], данный подход ориентирован на разработку формальных моделей и методов, поддерживающих интеллектуальный процесс решения проблем благодаря учету в этих моделях и методах когнитивных возможностей (восприятие, представление, познание, понимание, объяснение) человека при решении управленческих задач. Методы структурно-целевого и имитационного моделирования систем на основе когнитивного подхода принято объединять под общим термином «когнитивное моделирование». В общем виде под когнитивным моделированием понимается исследование структуры системы и процессов ее функционирования и развития путем анализа ее когнитивной модели. В основе когнитивной модели системы лежит когнитивная карта, которая отражает субъективное представление исследователя о ней (индивидуальное или коллективное) в виде множества семантических категорий (называемых факторами или концептами) и набора причинно-следственных связей между ними.

Когнитивная модель представляет собой эффективный инструмент для разведочного, оценочного анализа ситуации. Она не позволяет получить точные, количественные характеристики исследуемой системы, но позволяет оценить тенденции и тренды, связанные с ее функционированием и развитием, и выявить значимые факторы, оказывающие наибольшее влияние на указанные процессы. Благодаря этому появляется возможность поиска, генерации и разработки эффективных решений по управлению системой, а также выявления рисков и разработки стратегий их снижения.

Процесс когнитивного моделирования начинается с построения когнитивной карты исследуемой системы на основе информации, получаемой от экспертов. На следующем этапе происходит непосредственно моделирование, основными целями которого являются формирование и проверка гипотез о структуре исследуемой системы, позволяющих объяснить ее поведение, а также выработка стратегий поведения в той или иной ситуации с целью достижения заданных целевых состояний.

Задачи, решаемые с помощью когнитивного моделирования, можно разделить на две группы:

1. Задачи структурно-целевого анализа:

- нахождение факторов, оказывающих наиболее значимое влияние на целевые;
- выявление противоречий между целями;
- выявление циклов обратной связи.

2. Задачи динамического анализа (сценарное моделирование):

- саморазвитие («что будет, если ничего не делать?»);
- управляемое развитие:
 - прямая задача («что будет, если ...?»);
 - обратная задача («как сделать, чтобы ...?»).

Таким образом, с помощью сценарного моделирования можно осуществлять прогнозирование состояния моделируемой системы при различных управляющих воздействиях, а также поиск альтернативных управляющих решений по приведению системы в целевое состояние.

В качестве математического аппарата, применяемого для представления когнитивных моделей и лежащего в основе методов их анализа, чаще всего используется нечеткая логика. Благодаря этому возник целый класс когнитивных моделей, основанный на различных типах нечетких когнитивных карт (НКК) – достаточно подробный обзор таких моделей можно найти, например, в монографии [3]. Одной из разновидностей НКК, хорошо зарекомендовавшей себя в практических задачах анализа и моделирования слабо структурированных организационных, социальных и экономических систем являются НКК Силова, впервые предложенные в [7] и представляющие собой развитие знаковых когнитивных карт [6]. Для данного типа НКК был создан достаточно широкий спектр методов структурно-целевого анализа, основанный на исследовании таких показателей НКК, как консонанс, диссонанс и воздействие. Подробное описание этих методов можно найти в исходной монографии [7], а некоторые примеры их применения при исследовании различных организационных и социальных систем – в работах [2, 4]. Вопросам разработки и совершенствования методов динамического анализа НКК Силова уделялось значительно меньше внимания.

В настоящей статье рассматривается подход к динамическому анализу НКК данного типа с применением обобщенной модели импульсного процесса. Предлагаемый подход основывается на понятии импульсного процесса, изначально введенном в [6] для класса знаковых когнитивных карт, обобщая указанное понятие путем его расширения на класс НКК, и является развитием подхода, впервые упомянутого в статье [5] и более подробно описанного в монографии [4] (раздел 3.2).

2. Формальное определение и структура нечеткой когнитивной карты Силова

Как уже отмечалось, когнитивная модель основана на формализации причинно-следственных связей, которые имеют место между факторами, характеризующими исследуемую систему. Результатом формализации является представление системы в виде причинно-следственной сети, называемой когнитивной картой и имеющей вид:

$$G = \langle E, W \rangle,$$

где $E = \{e_1, e_2, \dots, e_K\}$ – множество факторов (называемых также концептами), W – бинарное отношение на множестве E , которое задает набор причинно-следственных связей между его элементами.

Концепты могут задавать как относительные (качественные) характеристики исследуемой системы, такие как популярность, социальная напряженность, так и абсолютные, измеримые величины – численность населения, стоимость и т.п. При этом с каждым концептом e_i связывается переменная состояния v_i , которая задает значение соответствующего показателя в определенный момент времени. Переменные состояния могут принимать значения, выраженные в некоторой шкале, в пределах установленных ограничений. Значение $v_i(t)$ переменной состояния в момент времени t называется состоянием концепта e_i в данный момент времени. Таким образом, состояние моделируемой системы в любой момент времени описывается состоянием всех концептов, входящих в ее когнитивную карту.

Концепты e_i и e_j считаются связанными отношением W (обозначается $(e_i, e_j) \in W$ или $e_i W e_j$), если изменение состояния концепта e_i (причины) приводит к изменению состояния концепта e_j (следствия). В этом случае говорят, что концепт e_i оказывает влияние на концепт e_j . При этом если увеличение значения переменной состояния концепта-причины приводит к увеличению значения переменной состояния концепта-следствия, то влияние считается положительным («усиление»), а если к уменьшению – отрицательным («торможение»). Тем самым, отношение W можно представить в виде объединения двух непересекающихся подмножеств $W = W^+ \cup W^-$, где W^+ – множество положительных, а W^- – множество отрицательных связей.

Нечеткая когнитивная модель основана на предположении о том, что влияния между концептами могут различаться по интенсивности, при этом интенсивность может быть постоянной либо переменной во времени. Для учета данного обстоятельства W задается как нечеткое отношение, при этом способ его задания зависит от принимаемого подхода к формализации причинно-следственных связей. Когнитивная карта с нечетким отношением W называется нечеткой когнитивной картой.

Нечеткая когнитивная карта Силова представляет собой НКК, характеризующуюся следующими особенностями.

1. Переменные состояния концептов могут принимать значения на отрезке $[0, 1]$.

2. Интенсивность взаимовлияний считается постоянной, и таким образом, отношение W задается в виде набора чисел w_{ij} , характеризующих направление и степень интенсивности (вес) влияния между концептами e_i и e_j :

$$w_{ij} = w(e_i, e_j),$$

где w – нормированный показатель интенсивности влияния (характеристическая функция отношения W), обладающий следующими свойствами:

- а) $-1 \leq w_{ij} \leq 1$;
- б) $w_{ij} = 0$, если e_j не зависит от e_i (влияние отсутствует);
- в) $w_{ij} = 1$ при максимальном положительном влиянии e_i на e_j , т.е. когда любая реализация изменений в системе, связанных с концептом e_j , однозначно определяется действиями, связанными с концептом e_i ;
- г) $w_{ij} = -1$ при максимальном отрицательном влиянии, т.е. когда любая реализация изменений, связанных с концептом e_j , однозначно сдерживается действиями, связанными с концептом e_i ;
- д) w_{ij} принимает значение из интервала $(-1, 1)$ при промежуточной степени положительного или отрицательного влияния.

Легко заметить, что НКК данной структуры может быть наглядно представлена в виде взвешенного ориентированного графа, вершины которого соответствуют элементам множества E (концептам), а дуги – ненулевым элементам отношения W (причинно-следственным связям). Каждая дуга имеет вес, задаваемый соответствующим значением w_{ij} . При этом само отношение W представимо в виде матрицы размерности $n \times n$ (где n – число концептов в системе), которая может рассматриваться как матрица смежности данного графа и называется когнитивной матрицей. Кроме того, каждая вершина графа также имеет вес, который соответствует состоянию связанного с ней концепта и может изменяться с течением времени.

3. Импульсный процесс как средство динамического анализа когнитивных карт

Основу динамического анализа когнитивных карт составляет моделирование динамики состояния концептов с течением времени. При этом состояние концепта может изменяться, во-первых, за счет изменения состояния других концептов, влияющих на него, и, во-вторых, за счет внешних воздействий. Под внешним воздействием на концепт будем понимать изменение его состояния относительно текущего под действием внешних факторов, т.е. вне связи с концептами, входящими в когнитивную карту. При этом внешние воздействия могут быть как целенаправленными,

т.е. исходить от субъекта, осуществляющего управление системой, так и нецеленаправленными, т.е. обусловленными внешними по отношению к системе факторами, не поддающимися управлению. Соответственно, в первом случае будем говорить об управляющих воздействиях, а во втором – о возмущающих воздействиях (или возмущениях).

Для описания динамики состояния концептов будем использовать импульсные процессы. В основе данного подхода лежит предположение о том, что изменение состояний всех концептов происходит в дискретные моменты времени. Изменение состояния концепта e_i в момент времени t будем называть импульсом и обозначать $p_i(t)$. Таким образом,

$$p_i(t) = v_i(t) - v_i(t-1).$$

При этом дополнительно предполагается, что передача влияния происходит за один такт: изменение состояния концепта-причины в момент времени t приводит к изменению состояния концепта-следствия в момент времени $t+1$.

Приведем вначале модель импульсного процесса для знаковых когнитивных карт, т.е. карт, в которых учитываются только направления влияний, и не учитываются их интенсивности. Для таких карт величины w_{ji} могут принимать только значения $-1, 0$ либо 1 , и соответственно дуги графа помечаются знаками «+» и «-». Модель импульсного процесса была предложена в [6]:

$$p_i(t+1) = \sum_{j=1}^K \text{sgn}(w_{ji}) p_j(t),$$

соответственно

$$v_i(t+1) = v_i(t) + \sum_{j=1}^K \text{sgn}(w_{ji}) p_j(t).$$

Таким образом, изменение состояния (импульс) каждого концепта на текущем шаге определяется импульсами всех влияющих на него концептов и соотношением знаков влияний, при этом передача положительного влияния нейтрализуется одновременной передачей отрицательного влияния, и наоборот.

В работах [4, 5] предложена модифицированная модель импульсного процесса для НКК Силова, учитывающая как передачу влияний между концептами, так и внешние воздействия:

$$v_i(t+1) = \min \left(v_i(t) + u_i(t+1) + q_i(t+1) + \sum_{j=1}^K w_{ji} p_j(t), 1 \right), \quad (1)$$

где $u_i(t+1)$ – управляющее воздействие на концепт e_i в момент времени $(t+1)$; $q_i(t+1)$ – возмущение e_i в момент $(t+1)$.

4. Обобщенная модель импульсного процесса

В рамках модели (1) предполагается, что изменение состояния концепта e_j равно разности его состояний на текущем шаге и на предыдущем шаге:

$$p_j(t) = v_j(t) - v_j(t-1).$$

Таким образом, в ходе динамического моделирования для определения состояний зависящих концептов учитывается абсолютное изменение состояний влияющих концептов. Данный подход является допустимым, но в то же время представляется не единственно возможным. В связи с этим целесообразно рассмотреть другие, альтернативные подходы к интерпретации взаимовлияний концептов и предложить на их основе альтернативные модели импульсного процесса.

При этом, однако, необходимо сформулировать ряд требований к моделям импульсного процесса, которым должны удовлетворять все предлагаемые в дальнейшей модели, вне зависимости от предположений, лежащих в их основе.

Во-первых, модель импульсного процесса должна однозначно определять состояние произвольного концепта e_i в момент времени $(t+1)$, используя для этой цели следующую доступную информацию:

- состояние этого же концепта e_i в момент времени t ;
- состояния концептов e_j, \dots, e_k , влияющих на концепт e_i , в момент времени t ;
- состояния этих же концептов, влияющих на e_i , в момент времени $(t-1)$;
- веса связей (интенсивности влияний) w_{ji}, \dots, w_{ki} между всеми влияющими концептами и e_i ;
- управляющие и возмущающие воздействия на e_i в момент времени $(t+1)$, если таковые имеются.

Или, более формально:

$$v_i(t+1) = f(v_i(t), v_j(t), \dots, v_k(t), v_j(t-1), \dots, v_k(t-1), w_{ji}, \dots, w_{ki}, u_i(t+1), q_i(t+1)). \quad (2)$$

Во-вторых, должен выполняться следующий набор условий:

- значения переменных состояния концептов должны принадлежать отрезку $[0,1]$, то есть $v_i(t+1) \in [0,1]$;
- если интенсивность влияния между концептами e_j и e_i равна 0, то изменение состояния e_j не должно приводить к изменению состояния e_i ;
- если состояния влияющих концептов на предыдущем шаге не изменились ($v_j(t) = v_j(t-1)$ для всех j), а также отсутствуют управляющие и возмущающие воздействия, то состояние зависящего концепта на текущем шаге также не должно изменяться: $v_i(t+1) = v_i(t)$;

- при увеличении (уменьшении) состояния влияющего концепта и положительной силе связи состояние зависящего концепта должно *не уменьшаться (не увеличиваться)*: $v_i(t+1) \geq v_i(t)$ при $w_{ji} > 0$ и $v_j(t) > v_j(t-1)$; $v_i(t+1) \leq v_i(t)$ при $w_{ji} > 0$ и $v_j(t) < v_j(t-1)$;
- при увеличении (уменьшении) состояния влияющего концепта и отрицательной силе связи состояние зависящего концепта должно *не увеличиваться (не уменьшаться)*: $v_i(t+1) \leq v_i(t)$ при $w_{ji} < 0$ и $v_j(t) > v_j(t-1)$; $v_i(t+1) \geq v_i(t)$ при $w_{ji} < 0$ и $v_j(t) < v_j(t-1)$;
- более существенное изменение влияющего концепта при прочих равных условиях должно приводить к более существенному изменению зависящего концепта: $p_i^1(t+1) \geq p_i^2(t+1)$, если $p_j^1(t) \geq p_j^2(t)$;
- более высокая интенсивность влияния при прочих равных условиях должна приводить к более существенному изменению зависящего концепта: $p_i^1(t+1) \geq p_i^2(t+1)$, если $w_{ji}^1 \geq w_{ji}^2$.

Выражение (2) в совокупности с изложенным набором условий будем называть обобщенной моделью импульсного процесса. Эта модель, с одной стороны, включает в себя модель (1) в качестве одного из возможных частных случаев, а с другой стороны, создает основу для построения иных реализаций модели импульсного процесса.

5. Реализации обобщенной модели импульсного процесса

Рассмотрим альтернативные реализации описанной обобщенной модели импульсного процесса, предполагающие различные интерпретации взаимовлияний концептов.

5.1. Модель импульсного процесса, основанная на относительных изменениях состояний концептов

Будем исходить из предположения, что влияние концепта на систему определяется не тем, как изменяется его состояние вообще, а тем, насколько существенным является это изменение относительно предыдущего состояния данного концепта. Иными словами, будем учитывать относительное изменение состояний концептов, а не абсолютное.

С этой целью будем рассматривать импульс $p_i(t)$ как относительное изменение состояния концепта e_i в момент времени t :

$$p_i(t) = \frac{v_i(t) - v_i(t-1)}{v_i(t-1)}.$$

Таким образом, величина импульса $p_i(t)$ показывает, *на какую долю* от своего состояния в момент времени $(t-1)$ изменился концепт e_i .

Теперь определим способ передачи воздействия между непосредственно связанными концептами. Пусть существует связь между концептами e_j и e_i , сила которой равна w_{ji} . Для начала, зная $p_j(t)$ – относительное изменение состояния e_j в момент времени t , определим $p_i(t+1)$ – относительное изменение состояния e_i в момент времени $(t+1)$.

При этом необходимо учесть условия обобщенной модели, а также следующие дополнительные условия:

- если $p_j(t) = 0$ или $w_{ji} = 0$, то $p_i(t+1) = 0$;
- если $w_{ji} = 1$, то $p_i(t+1) = p_j(t)$.

Данным условиям удовлетворяет операция произведения:

$$p_i(t+1) = w_{ji} p_j(t).$$

Наконец, определим состояние концепта e_i в момент времени $(t+1)$. Заметим, что

$$p_i(t+1) = \frac{v_i(t+1) - v_i(t)}{v_i(t)}.$$

Таким образом,

$$v_i(t+1) = v_i(t) + v_i(t) w_{ji} p_j(t).$$

Полученная модель легко обобщается на случай нескольких влияющих концептов:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + v_i(t) \sum_{j=1}^K w_{ji} p_j(t).$$

Поскольку одним из условий обобщенной модели является нахождение состояний концептов в пределах отрезка $[0, 1]$, то в модель необходимо добавить следующие ограничения:

$$v_i(t+1) = \max \left(\min \left(v_i(t) + v_i(t) \sum_{j=1}^K w_{ji} p_j(t), 1 \right), 0 \right).$$

При этом управляющие и возмущающие воздействия на e_i должны быть также сформулированы в терминах относительных изменений. Например, управляющее воздействие $u_i(t+1) = 0,1$ означает «увеличить значение переменной состояния i -го концепта на 10% от текущего ее значения».

Таким образом, получаем окончательный вариант рассматриваемой модели:

$$v_i(t+1) = \max \left(\min \left(v_i(t) + v_i(t)u_i(t+1) + v_i(t)q_i(t+1) + v_i(t) \sum_{j=1}^K w_{ji} p_j(t), 1 \right), 0 \right). \quad (3)$$

5.2. Мультипликативная модель импульсного процесса

Рассмотрим другую модель, которая также учитывает относительные изменения состояний концептов, но подразумевает несколько иную интерпретацию этих изменений. Эта модель не эквивалентна описанной выше, но они обе исходят из похожих предпосылок.

В данном случае относительное изменение состояния концепта e_j показывает, *во сколько раз* изменился этот концепт в момент времени t по сравнению со своим состоянием в момент времени $(t-1)$:

$$p_i(t) = \frac{v_i(t)}{v_i(t-1)}.$$

Определим способ передачи воздействия между непосредственно связанными концептами. Помимо условий обобщенной модели, в данном случае должны быть учтены следующие условия:

- если $w_{ji} = 1$, то $p_i(t+1) = p_j(t)$;
- если $w_{ji} = 0$ или $p_j(t) = 1$, то $p_i(t+1) = 1$;
- если $w_{ji} = -1$, то $p_i(t+1) = \frac{1}{p_j(t)}$.

Данным условиям удовлетворяет операция возведения в степень:

$$p_i(t+1) = (p_j(t))^{w_{ji}}.$$

Теперь нетрудно определить состояние концепта e_i в момент времени $(t+1)$:

$$v_i(t+1) = v_i(t) (p_j(t))^{w_{ji}}.$$

Обобщение модели на случай нескольких влияющих концептов будет выглядеть следующим образом:

$$v_i(t+1) = v_i(t) \prod_{j=1}^K (p_j(t))^{w_{ji}}.$$

Данная модель не оперирует отрицательными величинами (не считая весов связей, используемых в качестве показателей степеней), поэтому гарантируется выполнение условия $v_i(t+1) \geq 0$. Для выполнения другого условия обобщенной модели, а именно $v_i(t+1) \leq 1$, добавим ограничение:

$$v_i(t+1) = \min \left(v_i(t) \prod_{j=1}^K (p_j(t))^{w_{ji}}, 1 \right).$$

Управляющие воздействия и возмущения в рамках данной модели должны задаваться, исходя из интерпретации «состояние концепта изменилось в n раз». Так, управляющее воздействие $u_i(t+1) = 2$ означает «увеличить состояние концепта в 2 раза по сравнению с его текущим состоянием».

Итак, приведем окончательный вариант рассматриваемой модели:

$$v_i(t+1) = \min \left(v_i(t) u_i(t+1) q_i(t+1) \prod_{j=1}^K (p_j(t))^{w_{ji}}, 1 \right). \quad (4)$$

6. Экспериментальная проверка рассмотренных моделей импульсного процесса

В целях экспериментальной проверки и сравнения рассмотренных моделей выполним динамический анализ когнитивной карты с использованием каждой из них, при одинаковых начальных данных.

На рис. 1 изображен фрагмент когнитивной карты, используемый для эксперимента. Весам связей присвоены следующие значения: $w_{12} = 0,9$; $w_{23} = -0,8$; $w_{31} = 0,7$. Начальные состояния концептов установлены следующими: $v_1(1) = 0,2$; $v_2(1) = 0,3$; $v_3(1) = 0,8$.

Пусть имеет место управляющее воздействие на концепт 1, в результате которого он переходит в состояние $v_1(2) = 0,6$. Под воздействием начального импульса состояния концептов начинают изменяться в соответствии с правилами, определяемыми каждой моделью импульсного процесса.

На рис. 2-4 приведены графики изменений состояний концептов в ходе работы трех моделей импульсного процесса. По горизонтальной оси отложены такты моделирования, по вертикальной – состояние соответствующего концепта. На графиках используются следующие обозначения:

- «Модель 1» – результаты, полученные с использованием аддитивной модели (1);
- «Модель 2» – результаты, полученные с использованием аддитивной модели (3), основанной на относительных изменениях состояний концептов;

- «Модель 3» – результаты, полученные с использованием мультипликативной модели (4), основанной на относительных изменениях состояний концептов.

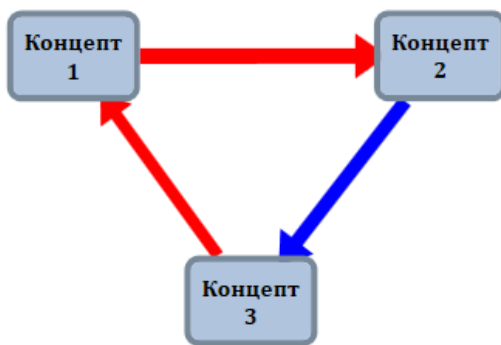


Рис. 1. Фрагмент нечеткой когнитивной карты, используемой для эксперимента.

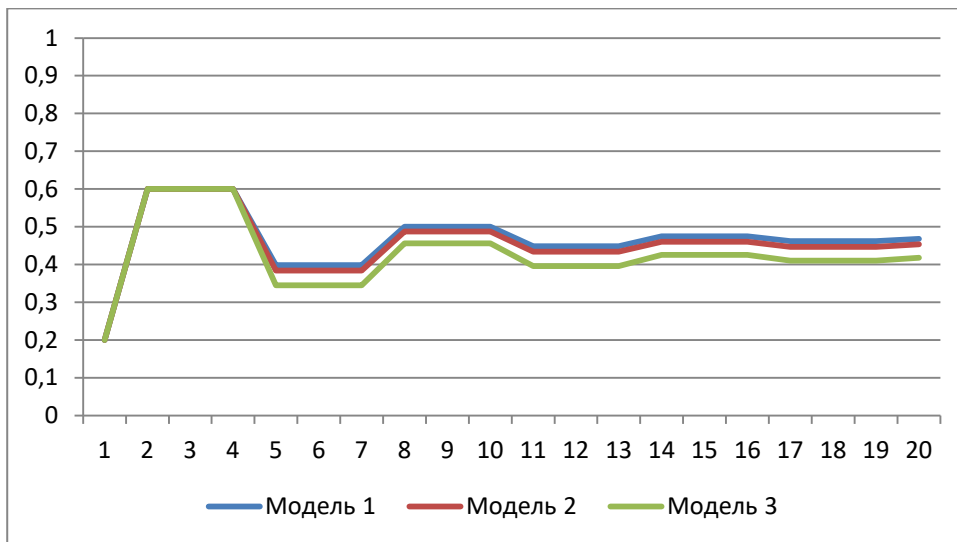


Рис. 2. Динамика изменения состояния концепта 1.

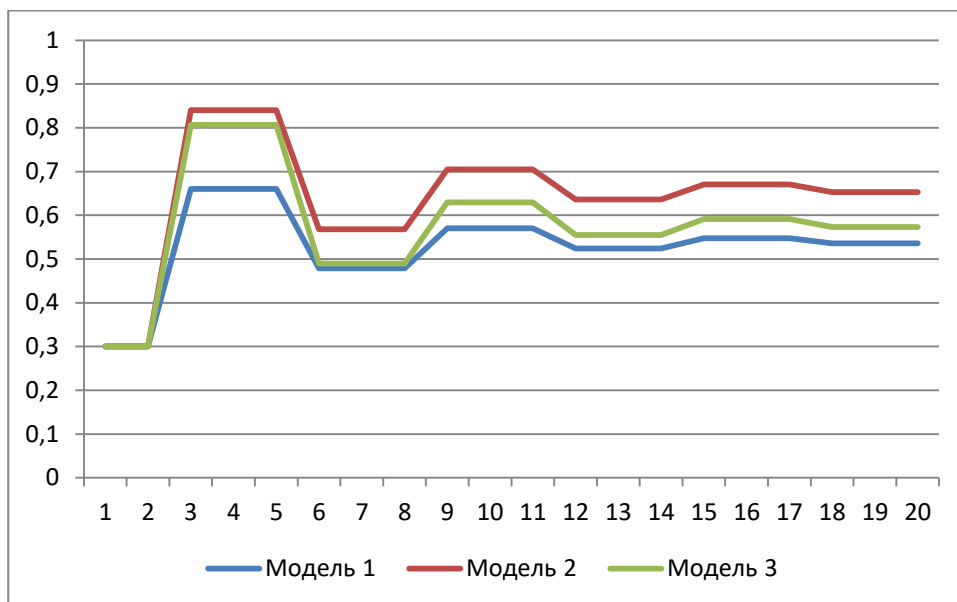


Рис. 3. Динамика изменения состояния концепта 2.

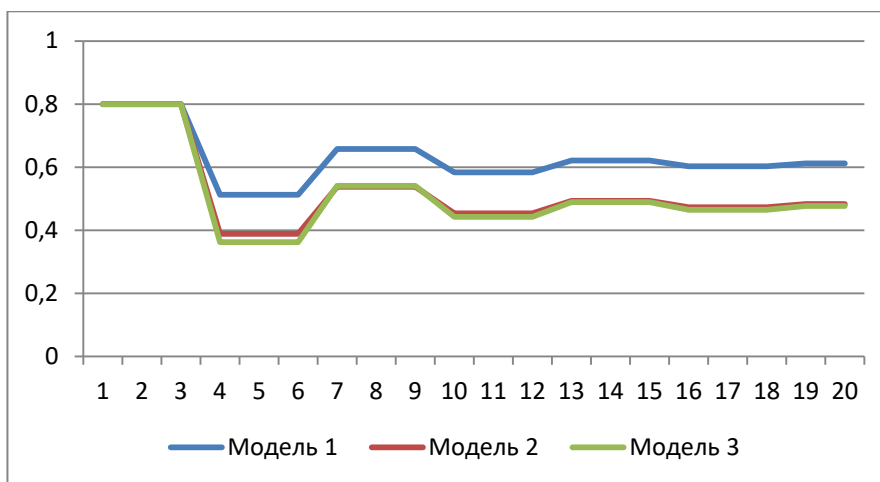


Рис. 4. Динамика изменения состояния концепта 3.

Наибольший интерес для интерпретации представляет передача влияния между непосредственно связанными концептами, по-разному протекающая в рамках разных моделей, что приводит в конечном счете к различающимся результатам. Так, в моделях 2 и 3, подразумевающих относительное изменение состояний концептов, состояние второго концепта на 3-м такте моделирования увеличилось сильнее, чем в модели 1. Аналогично, учет относительных изменений приводит к более существенному уменьшению состояния третьего концепта на 4-м такте. Похожие закономерности характерны и для последующих тактов.

Характеризуя результаты в целом, необходимо отметить следующее:

- все модели работают корректно с точки зрения передачи влияния: направления изменения состояний концептов соответствуют знакам влияний;
- все модели являются устойчивыми: импульс ослабляется с течением времени, в результате чего система приходит в некоторое стабильное состояние;
- по итогам моделирования состояние каждого концепта изменилось в одном и том же направлении для всех моделей (состояния первого и второго концепта увеличились, состояние третьего уменьшилось по сравнению с начальными), эти результаты в целом соответствуют интуитивным представлениям о характере изменений в системе, что также свидетельствует в пользу корректности моделей;
- различия в прогнозах, получаемых с помощью разных моделей, достаточно хорошо объясняются предпосылками (относительно характера влияний между концептами), лежащими в их основе.

7. Заключение

В работе была введена обобщенная модель импульсного процесса для нечетких когнитивных карт Силова. Эта модель, с одной стороны, представляет собой обобщение ранее разработанных моделей, а с другой стороны, может служить основой для построения других вариантов модели импульсного процесса.

Также были предложены альтернативные реализации описанной обобщенной модели импульсного процесса, предполагающие различные интерпретации взаимовлияний концептов. Выполнена экспериментальная проверка данных реализаций, по результатам которой подтверждена их корректность и работоспособность.

Среди возможных направлений дальнейших исследований наибольший интерес представляют:

- выявление особенностей и формирование требований к методам экспертной идентификации параметров НКК в условиях различных моделей импульсного процесса;
- выявление особенностей и формирование требований к методам идентификации параметров НКК на основе статистических данных в условиях различных моделей импульсного процесса;
- разработка методов подбора оптимальной модели импульсного процесса на основе анализа имеющихся статистических и экспертных данных.

Литература

- [1] Авдеева, З.К. Когнитивное моделирование для решения задач управления слабоструктурированными системами (ситуациями) / З.К. Авдеева, С.В. Коврига, Д.И. Макаренко // Управление большими системами. – 2007. – Вып. 16. – С. 26-39.
- [2] Аверченков, В.И. Мониторинг и прогнозирование региональной потребности в специалистах высшей научной квалификации: монография / В.И. Аверченков, В.М. Кожухар, А.Г. Подвесовский, А.С. Сазонова; под ред. В.И. Аверченкова, В.М. Кожухара. – Брянск: БГТУ, 2010. – 163 с.
- [3] Борисов, В.В. Нечеткие модели и сети / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. – 284 с.
- [4] Ерохин, Д.В. Стратегическое управление инновационной деятельностью предприятия: монография / Д.В. Ерохин, Д.Г. Лагерева, Е.А. Ларичева, А.Г. Подвесовский. – Брянск: БГТУ, 2010. – 196 с.
- [5] Подвесовский, А.Г. Применение нечетких когнитивных моделей для формирования множества альтернатив в задачах принятия решений / А.Г. Подвесовский, Д.Г. Лагерева, Д.А. Коростелев // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2009. – № 4 (24). – С. 77-84.
- [6] Робертс, Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам: [пер. с англ.] / Ф.С. Робертс. – М.: Наука, 1986. – 496 с.
- [7] Силов, В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке / В.Б. Силов – М.: ИНПРО-РЕС, 1995. – 228 с.