

Обнаружение объектов на изображении с помощью локальных топологических характеристик, формируемых на основе двумерных вариаций

П.А. Чочиа¹

¹Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Большой каретный пер. 19, Москва, Россия, 127051

Аннотация. На основе механизма двумерных вариаций предлагается способ нахождения локальных топологических характеристик изображения, которые являются оценками метрических параметров объектов наблюдаемой сцены. Вводятся понятия показателей размеров и амплитуды выпуклости объектов вверх и вниз, излагается алгоритм их вычисления. Применение данных показателей предоставляет принципиально новый подход для обнаружения объектов на изображении. Демонстрируются примеры обнаружения объектов различных размеров на реальных монохромных и мультиспектральных изображениях.

1. Введение

Вариация является одной из простых, но информативных оценок изменчивости одномерной функции. Однако при переходе к двумерному, а тем более n -мерному случаю, с определением вариации возникают проблемы [1,2]. Для двумерных функций предложено достаточно много определений полной вариации [3], из которых почти все формулируются как обобщения одномерной вариации. Каждая из них даёт для анализируемой функции одно значение, основанное на модуле градиента функции в точке; поэтому, несмотря на небольшие различия, их поведения и значения близки [4].

При изучении двумерных вариаций, в особенности вариации Кронрода [5], было замечено, что в процессе их вычисления возникают промежуточные данные, которые удается вычленивать, модифицировать и использовать для анализа локальных особенностей и объектов изображения.

В настоящей работе показаны возможности применения аппарата вычисления двумерных вариаций для формирования и анализа не только глобальных, но и *локальных* топологических характеристик двумерных сигналов (изображений). Введено понятие показателей размеров и амплитуды выпуклости вверх и вниз, изложен подход к их формированию. Демонстрируются способы применения указанных показателей для обнаружения на изображении помех и объектов различных размеров. Теоретические выводы подтверждены результатами экспериментов на реальных монохромных и мультиспектральных изображениях.

2. Двумерные вариации как инструмент анализа

Одной из важнейших метрических характеристик одномерной функции $f(x)$ на отрезке $\Omega = [a,b]$, отражающей изменчивость и сложность функции, является полная вариация:

$$V_{\Omega}(f(x)) = \sup_{\Omega} \sum_{k=0}^{K-1} \|f(x_{k+1}) - f(x_k)\|, \quad (1)$$

т.е. точная верхняя грань по всем возможным разбиениям множества Ω . Для многомерных функций был предложен ряд обобщений одномерной вариации (вариации Арцела, Витали, Тонелли и др. [3]). Каждая из указанных вариаций дает единственное значение, так или иначе основанное на модуле градиента функции в точке; поэтому, несмотря на некоторые различия определений данных вариаций, их поведения и значения близки [4].

Исследования многомерных функций привели к выводу, что функция n переменных должна характеризоваться не одним, а n независимыми функционалами. В [5] было предложено использовать функционалы, базирующиеся на понятии множеств уровня функции:

$$w_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v_0(e_t) dt \quad \text{и} \quad w_2(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v_1(e_t) dt \quad (2)$$

Здесь e_t — это t -уровень функции $f(x,y)$, т.е. множество точек (x,y) , в которых $f(x,y) = t$; $v_0(e_t)$ — число компонент e_t ; $v_1(e_t)$ — длина e_t . По сути, $w_1(f)$ — топологическая характеристика функции, отражающая число локальных экстремумов, а $v_1(e_t)$ можно интерпретировать как длину границ компонент e_t . Подход (2) позже был расширен на функции многих переменных [6]. Оценка $w_2(f)$ аналогична упомянутым выше двумерным вариациям и для непрерывно дифференцируемой на Ω функции $f(x,y)$ совпадает с интегралом модуля градиента f по области носителя [7].

В дискретном случае разбиение ограничено точностью представления функции, поэтому не все операции могут быть применены без потери или искажения информации. В связи с этим формулы вариаций дискретных функций суть лишь приближения вариаций непрерывных функций. В дискретном случае двумерные вариации (2) выражаются формулами:

$$w_1(f) = \left(\sum_{t=1}^T v_0(e_t) / T \right) - 1 \quad \text{и} \quad w_2(f) = \left(\sum_{t=1}^T v_1(e_t) / T \right) - P(\Omega) \quad (3)$$

где T — число значений (градаций) функции $f(i,j)$, а $P(\Omega)$ — периметр области Ω .

Можно показать, что значение $w_2(f)$ в (3) соответствует дискретному аналогу вариации Тонелли. Значения w_1 и w_2 дают оценку амплитудных и морфологических характеристик двумерной функции. Опосредованно к изображениям, первая вариация w_1 отражает число и контраст деталей, а вторая вариация, w_2 , — сумму их периметров. Представляет интерес соотношение $w_2(f)/w_1(f)$, отражающее средний периметр деталей на изображении (полагаем $w_1(f) > 0$). Поскольку в дискретном случае размер наименьшего объекта равен одному шагу дискретизации, и периметр при этом равен 4, то удобно ввести характеристику

$$d(f) = w_2(f)/4w_1(f). \quad (4)$$

Значение w_1 было предложено [8] называть *показателем числа объектов*, а $d(f)$ — *показателем размеров объектов* изображения.

3. Формирование локальных топологических характеристик изображения

Рассмотренный выше аппарат двумерных вариаций дает средние оценки для изображения в целом. Однако промежуточные результаты, возникающие при вычислении оценок двумерных вариаций (3), удастся использовать для анализа локальных особенностей изображения.

Пусть на множестве Ω задана непрерывная функция $f(x,y)$, которая образует конечное число компонент множества e_t на каждом из уровней t . Множество t -уровня такой функции e_t содержит $v_0(e_t)$ непересекающихся компонент (областей) $c_t(i)$, $1 \leq i \leq v_0(e_t)$.

Будем рассматривать компоненты $c_t(i)$ уровня t . Введем *показатель выпуклости* компоненты $z(c_t(i))$, привязанный к каждой точке $(x,y) \in \Omega$, $z(c_t(i)) = z_t(x,y) \mid (x,y) \in c_t(i)$ такой, что

$$z_t(x,y) \mathbb{1}_{(x,y) \in c_t(i)} = 1, \quad \text{если } (f(x,y) - t) > 0, \quad \text{и}$$

$$z_t(x,y) \mathbb{1}_{(x,y) \in c_t(i)} = 0, \quad \text{если } (f(x,y) - t) < 0.$$

Пусть $a(c_t(i))$ — размеры (площадь) $c_t(i)$; будем считать $a_t(x,y) = a(c_t(i))$ для $(x,y) \in c_t(i)$. Введем *функцию размеров* $s(a) \geq 0$ и построим на Ω функции $p_t(x,y)$ и $n_t(x,y)$ такие, что:

$$p_t(x, y) = z_t(x, y) s(a_t(x, y)) \quad \text{и} \quad n_t(x, y) = (1 - z_t(x, y)) s(a_t(x, y)) \quad (5)$$

Нетрудно видеть, что $p_t(x, y) > 0$ для тех компонент, где $f(x, y)$ выпукла вверх, и $p_t(x, y) = 0$ для компонент, где $f(x, y)$ выпукла вниз. Аналогично, $n_t(x, y) > 0$ для компонент, где $f(x, y)$ выпукла вниз, и $n_t(x, y) = 0$ для компонент, где $f(x, y)$ выпукла вверх. Интегрируя $p_t(x, y)$ и $n_t(x, y)$ по t , получим *показатели выпуклости* вверх и вниз для каждой точки $(x, y) \in \Omega$:

$$p(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} p_t(x, y) dt \quad \text{и} \quad n(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} n_t(x, y) dt \quad (6)$$

Или, для дискретного представления:

$$p(x, y) = \sum_{t=1}^T p_t(x, y) / T = \sum_{t=1}^T z_t(x, y) s(a_t(x, y)) / T, \quad \text{и}$$

$$n(x, y) = \sum_{t=1}^T n_t(x, y) / T = \sum_{t=1}^T (1 - z_t(x, y)) s(a_t(x, y)) / T. \quad (7)$$

Функции $p(x, y)$ и $n(x, y)$ являются метрическими характеристиками локальных топологических особенностей анализируемой функции $f(x, y)$, опосредованными к функции размеров $s(a)$. Полученные функции, соответственно, назовем: $p(x, y)$ — *показатель размеров и амплитуды выпуклости вверх*, а $n(x, y)$ — *показатель размеров и амплитуды выпуклости вниз*.

Важно отметить, что в отличие от двумерных вариаций (2)–(3), являющихся глобальными оценками функции $f(x, y)$, функции $p(x, y)$ и $n(x, y)$ являются *локальными характеристиками*, привязанными к координатам каждой точки функции $f(x, y)$. Поэтому их можно использовать для анализа локальных особенностей изображения, в частности, для обнаружения содержащихся на нем помех и объектов [8,9].

4. Обнаружение помех и объектов

Изображение может быть искажено самыми различными видами помех. Проблемам их устранения посвящено огромное количество исследований, и вопрос в целом существенно выходит за рамки настоящей работы. Здесь мы ограничимся задачей обнаружения импульсных помех, являющихся искажениями случайных элементов сигнала, т.е. объектами минимально возможных размеров, проявляющихся на множествах уровня e_t в виде отдельных компонент.

Модель искажения изображения импульсными помехами проста [8,10]. Значение каждого из элементов $f(x, y)$ изображения независимо от остальных элементов с вероятностью p заменяется случайным значением $\xi(x, y)$; т.е. функция искажения задается следующим образом:

$$f(x, y) = \begin{cases} f_0(x, y) & \text{с вероятностью } (1 - p) \text{ для неискаженного элемента;} \\ \xi(x, y) & \text{с вероятностью } p \text{ для элемента, искаженного помехой.} \end{cases} \quad (8)$$

Без существенного ограничения общности можно полагать, что значения импульсных помех $\xi(x, y)$ распределены равномерно в диапазоне $[1, T]$. Как известно, задачу устранения импульсных помех можно рассматривать состоящей из двух этапов: обнаружения помех (искаженных значений сигнала) и последующей коррекции таких элементов [8]. Наиболее сложным и ответственным при этом является этап их обнаружения.

Важнейшую роль в задаче обнаружения помех и объектов играет функция размеров $s(a)$ в формулах (5)–(7). Вид данной функции позволяет управлять выбором объектов в зависимости от их размеров (площади). Самый простой вариант построения функции размеров $s(a)$ — пороговое разделение диапазона значений на ненулевые и нулевые элементы, например:

$$s(a) = 1, \text{ если } a \leq r, \text{ и } s(a) = 0 \text{ иначе.} \quad (9)$$

Выбор $r = 1$ будет означать алгоритм обнаружения импульсных помех.

Более общим является трехдиапазонный вариант построения функции $s(a)$:

$$s(a) = 1, \text{ если } r_1 \leq a \leq r_2, \\ s(a) = 0, \text{ если } a < r_1, \text{ или } a > r_2. \quad (10)$$

Границы $[r_1, r_2]$ задают выбранный диапазон размеров (площади) обнаруживаемых объектов.

Рассмотренный подход применим к функциям размеров $s(a)$ более сложных видов, таких как многодиапазонные или функции с широким спектром значений. Результирующая индикаторная функция обнаружения объектов $\varphi(x,y)$ может быть сформирована путем выбора порогов отсекающей функций $p(x,y)$ и $n(x,y)$.

5. Обнаружение объектов на мультиспектральных изображениях

Задача обнаружения объектов на монохромных изображениях может быть расширена на цветные и мультиспектральные изображения. Возможны два варианта ее решения.

1. Сформировать наиболее информативную компоненту изображения, например: первую составляющую в разложении по главным компонентам (преобразование Хотеллинга) [10] или яркостную компоненту в случае цветного изображения. После этого, в соответствии с заданной функцией размеров $s(a)$ в (10), обнаружить на полученной компоненте соответствующие объекты и удалить из индикаторной функции $\varphi(x,y)$ все остальные участки.

2. Провести обнаружение объектов по каждой из компонент мультиспектрального изображения отдельно, используя лишь нижнее ограничение по размерам (r_1) функции $s(a)$ в (10). Следующим шагом объединить границы, полученные по всем компонентам, сформировав общую карту областей; эта операция соответствует формированию пересечений объектов, полученных на различных компонентах. Затем удалить в полученной карте те области, размеры которых оказались меньше r_1 или больше r_2 в (10).

Дальнейшие действия одинаковы. По каждой из обнаруженных областей найти средние векторы мультиспектральных (цветовых) значений. Зная эталонную цветовую характеристику (вектор) интересующих областей, или получив ее по выбранной типичной области, провести разделение обнаруженных областей, т.е. удалить из индикаторной функции те области, векторы средних цветовых характеристик которых отстоят далеко от эталонного цветового вектора, соответствующего цветовым характеристикам искомым объектам.

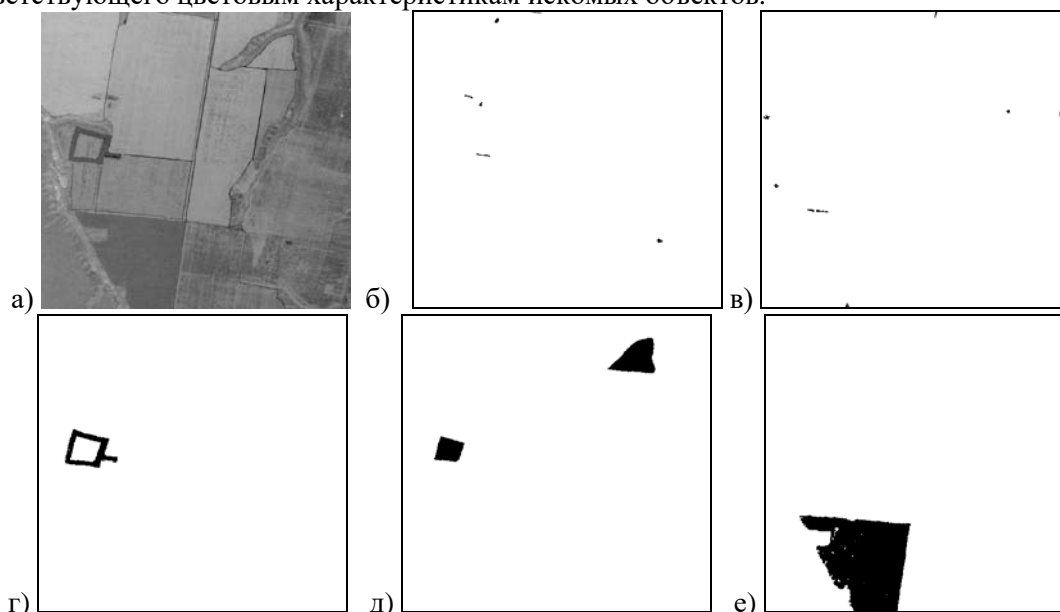


Рисунок 1. Обнаружение объектов по их площади: *a*) исходное изображение; объекты в диапазоне 20–80 с выпуклостью вниз (*б*) и вверх (*в*); объекты в диапазоне 1000–3000, выпуклости вниз (*г*) и вверх (*д*); *е*) диапазон 12000–19000, выпуклость вниз.

6. Примеры обнаружения объектов

На основе трехдиапазонного варианта функции размеров $s(a)$ в (10) возможно построение алгоритма обнаружения объектов по их площади. Примеры такого обнаружения объектов при выборе различных диапазонов r_1 и r_2 функции $s(a)$ в (10) показаны на примере анализа аэрофотоснимка (Рис. 1). Здесь (*a*) — исходное изображение размерами 512×512 элементов; (*б*)–(*е*) — индикаторные функции обнаруженных объектов. Обнаруженные объекты малой

площади (в диапазоне 20–80 элементов) показаны на рисунках: (б) — объекты с выпуклостью вниз и (в) — объекты с выпуклостью вверх. Аналогично, объекты средней площади (в диапазоне 1000–3000 элементов) показаны на рисунках (з) и (д). Объекты большой площади с выпуклостью вниз (в диапазоне 12000–19000 элементов) показаны на рисунке (е).

В докладе также демонстрируются эксперименты по обнаружению на изображении импульсных помех, которые по существу являются объектами минимального размера, а также по обнаружению объектов на цветных и мультиспектральных изображениях. Полученные результаты показывают эффективность использования аппарата двумерных вариаций для построения алгоритмов локального пространственного анализа изображений.

7. Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00150).

8. Литература

- [1] Adams, C.R. On definitions of bounded variation for functions of two variables / C.R. Adams, J.A. Clarkson // *Trans. of Am. Math. Soc.* – 1933. – Vol. 36(4). – P. 824-854.
- [2] Bellettini, G. The total variation flow in \mathbb{R}^N / G. Bellettini, V. Caselles, M. Novaga // *J. Differential Equations.* – 2002. – Vol. 184. – P. 475-525.
- [3] Математическая энциклопедия. - М.: Советская энциклопедия, 1977. – Т. 1-5.
- [4] Chochia, P.A. Comparison of Two-Dimensional Variations in the Context of the Digital Image Complexity Assessment / P.A. Chochia, O.P. Milukova // *Journal of Communications Technology and Electronics.* – 2015. – Vol. 60(12). – P. 1432-1440. DOI: 10.1134/S1064226915120049.
- [5] Кронрод, А.С. О функциях двух переменных / А.С. Кронрод // *УМН.* – 1950. – Т. 5, № 1. – С. 24-134.
- [6] Витушкин, А.Г. О многомерных вариациях / А.Г. Витушкин – М.: Гостехиздат, 1955. – 220 с.
- [7] Милукова, О.П. Изображение как функция с ограниченной полной вариацией / О.П. Милукова // *Иконика. Цифровая обработка видеoinформации.* – М.: Наука, 1989. – С. 19-25.
- [8] Чочиа, П.А. Методы обработки видеoinформации на основе двухмасштабной модели изображения / П.А. Чочиа // *Saarbrucken: LAP Lambert Academic Publishing*, 2017. – 308 с.
- [9] Чочиа, П.А. Некоторые алгоритмы обнаружения объектов на основе двухмасштабной модели изображения / П.А. Чочиа // *Информационные процессы.* – 2014. – Т. 14, № 2. – С. 117-136.
- [10] Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.

Image Objects Detection with Local Topological Characteristics, Forming by Two–Dimensional Variations

¹P.A. Chochia

¹Institute for Information Transmission Problems RAS, Bolshoy Karetny per. 19, Moscow 127051 Russia

Abstract. Basing on the two–dimensional variations tool, the method for formation of the local topological characteristics of an image is proposed. This approach allows estimating the metrical parameters of the objects of observed scene. The concepts of object size and convexity amplitude indices up and down are introduced, and the algorithm for their calculation is stated. The application of these indices renders the fundamentally new approach for object detection in an image. The results of object detection in real grayscale and multispectral images are demonstrated.

Keywords: two-dimensional variations, image processing, object detection, noise elimination.