

Обнаружение изменения режима движения объекта по сложной траектории

А.В. Голубков¹, А.В. Цыганов¹, И.О. Петрищев¹

¹Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, площадь Ленина 4/5, Ульяновск, Россия, 432071

Аннотация. В работе решается задача скорейшего обнаружения изменения режима движения объекта, движущегося по сложной траектории. Движение объекта описывается гибридной стохастической моделью. Для решения задачи применяется последовательный критерий отношения вероятностей. Отличительной особенностью предложенного алгоритма является способность принимать решения на ограниченном наборе значений функции отношения правдоподобия. Численные эксперименты подтверждают эффективность предложенного алгоритма.

1. Введение

Задачи математического моделирования траекторий движущихся объектов, слежения за движущимися объектами, распознавания движущихся объектов, а также задачи сопровождения целей являются актуальным предметом современных научных исследований в силу важности практических приложений, в которых используются решения этих задач [1].

В реальных, практических задачах траектория движения объекта является сложной, в общем случае ее трудно представить какой-то конкретной математической моделью, пусть даже и нелинейной. Наиболее часто для моделирования траекторий движения в условиях априорной неопределенности используют различного рода нелинейные стохастические модели в непрерывном либо дискретном времени (см. напр., [2, 3]). В условиях априорной неопределенности параметров движения, то есть когда доступными являются лишь неполные зашумленные измерения, один из основных подходов заключается в применении методов нелинейной фильтрации [4, 5].

Одним из подходов к моделированию и оцениванию параметров движения объектов является применение гибридных моделей. Под гибридной стохастической моделью будем понимать набор дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых отвечает за определенный режим движения объекта, то есть участок движения, который можно представить линейной моделью. Таким образом, сложная (в общем случае, нелинейная) траектория движения объекта аппроксимируется кусочно-линейной траекторией. Решение задачи моделирования траектории морского подвижного объекта с помощью линейных стохастических моделей прямолинейного равномерного и кругового движения впервые получено в [6], и затем оно получило свое развитие в [7]. Такой подход к моделированию движения объекта имеет преимущество в том, что нелинейная в целом математическая модель заменяется набором линейных динамических моделей, для которых на каждом участке для оценки параметров движения можно применять вместо нелинейных

фильтров (имеющих неизбежные погрешности вычислений вследствие линеаризации) оптимальные дискретные алгоритмы калмановской фильтрации [8]. Однако, такой подход неизбежно влечет необходимость в решении другой задачи — скорейшего обнаружения момента изменения режима движения (маневрирования) движущегося объекта.

Как известно, наибольшим быстродействием в решении задач обнаружения момента нарушения функционирования динамических систем отличаются методы, развитые в теории обнаружения изменений свойств случайных процессов, позволяющие оптимизировать структуру алгоритма по критерию скорейшего обнаружения нарушения. Впервые такая задача решена Е.С. Пейджем [9]. Оптимальные правила остановки наблюдений, включая известную задачу о разладке, получены в работах А.Н. Ширяева [10]. Теоретические вопросы данной проблемы рассмотрены также в [11, 12, 13] и др.

В [14] получен метод гарантированного по вероятностям ошибок первого и второго рода обнаружения и идентификации нарушений в классе линейных стохастических систем управления в процессе фильтрации. В случае M возможных режимов функционирования системы решение принимается на ограниченном множестве, содержащем M значений функции отношения правдоподобия.

В настоящей работе предлагается развитие идеи о моделировании и оценивании движения объекта по сложной траектории с помощью гибридной стохастической модели, представляющей собой набор дискретных линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки траектории движения объекта [7]–[16]. Для решения задачи применяется метод, полученный в [14].

2. Модель движения объекта по сложной траектории

Предположим, что траекторию объекта можно разделить на отдельные достаточно длинные участки, на каждом из которых его движение может быть представлено линейной стохастической моделью, описывающей либо прямолинейное равномерное движение, либо круговое движение против/по часовой стрелке (поворот налево/направо) с заданным радиусом.

Рассмотрим три таких модели. Тогда движение объекта по всей траектории может быть описано гибридной стохастической моделью:

$$x(k) = \Phi^p x(k-1) + B^p + Gw(k-1), \quad p = 0, 1, 2, \quad (1)$$

где k — дискретный момент времени, p — номер режима движения, $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in \mathbb{R}^4$ вектор параметров движения объекта, в котором x_1 — координата объекта вдоль оси Ox (м), x_2 — проекция скорости v_x вдоль оси Ox (м/с), x_3 — координата объекта вдоль оси Oy (м), x_4 — проекция скорости v_y вдоль оси Oy (м/с).

Запишем все матрицы модели (1).

- Равномерное прямолинейное движение (номер режима движения $p = 0$):

$$\Phi^0 = \Phi^0(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_l & 0 \\ 0 & \Phi_l \end{bmatrix}, \quad \Phi_l = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B^0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

где $\tau = t_k - t_{k-1}$ — интервал дискретизации.

- Равномерное движение по окружности против часовой стрелки с заданным радиусом r_1 (номер режима движения $p = 1$) или равномерное движение по окружности по часовой стрелке с заданным радиусом r_2 (номер режима движения $p = 2$):

$$\Phi^1 = \Phi^1(x_s, r_1, \tau) = \begin{bmatrix} \Phi_c^1 & 0 \\ 0 & \Phi_c^1 \end{bmatrix}, \quad \Phi^2 = \Phi^2(x_s, r_2, \tau) = \begin{bmatrix} \Phi_c^2 & 0 \\ 0 & \Phi_c^2 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_c^1 = \begin{bmatrix} \cos \omega_1 \tau & \omega_1^{-1} \sin \omega_1 \tau \\ -\omega_1 \sin \omega_1 \tau & \cos \omega_1 \tau \end{bmatrix},$$

$$\Phi_c^2 = \begin{bmatrix} \cos \omega_2 \tau & \omega_2^{-1} \sin \omega_2 \tau \\ -\omega_2 \sin \omega_2 \tau & \cos \omega_2 \tau \end{bmatrix},$$

$$B^1 = B^1(x_s, r_1, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} - \omega_1^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega_1 \tau) \\ (\omega_1 x_{1,s} - x_{4,s}) \sin \omega_1 \tau \\ (x_{3,s} + \omega_1^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega_1 \tau) \\ (\omega_1 x_{3,s} + x_{2,s}) \sin \omega_1 \tau \end{bmatrix},$$

$$B^2 = B^2(x_s, r_2, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} + \omega_2^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega_2 \tau) \\ (\omega_2 x_{1,s} + x_{4,s}) \sin \omega_2 \tau \\ (x_{3,s} - \omega_2^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega_2 \tau) \\ (\omega_2 x_{3,s} - x_{2,s}) \sin \omega_2 \tau \end{bmatrix}.$$

Здесь матрицы B_1 и B_2 определяют поворот влево либо вправо, τ — период дискретизации, $\omega_1 = |v_s|/r_1 > 0$, $\omega_2 = |v_s|/r_2 > 0$ — угловая скорость в момент смены режима движения, модуль вектора скорости $|v_s| = \sqrt{v_{x_s}^2 + v_{y_s}^2}$, $x_{i,s}$ — i -й элемент вектора состояния модели (1) в момент времени t_s .

• Для всех режимов движения матрица передачи дискретного белого шума $w(k) \sim \mathcal{N}(0, Q)$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Гибридная модель (1) позволяет моделировать движение объекта по сложной траектории при помощи алгоритма, изложенного в [7].

При условии, что измеряются только пространственные координаты объекта, соответствующая модель измерений может быть записана следующим образом:

$$z(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + v(k), \quad (2)$$

где $v(k)$ — вектор ошибки измерения, $v(k) \sim \mathcal{N}(0, R)$.

3. Обнаружение факта изменения режима движения

Предположим, что момент возможного перехода системы из одного заданного режима в другой априорно неизвестен.

Рассмотрим два режима функционирования ($p = 0, 1$). Предположим, что начальное состояние системы соответствует номинальному режиму функционирования с номером 0. Необходимо по результатам измерений

$$Z(i) = [z(1), \dots, z(i)]^T, \quad i = 1, \dots, N,$$

подтвердить или опровергнуть факт перехода системы на режим функционирования с номером 1.

Решение этой задачи можно получить с помощью последовательного критерия отношения вероятностей Вальда. Выбор из двух гипотез определяется решающим правилом:

$$\begin{cases} \text{Если } \lambda_k \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_1. \\ \text{Если } \lambda_k \leq B, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_0. \\ \text{Если } A > \lambda_k > B, \text{ тест продолжают для следующего } k. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь

$$\lambda_k = \frac{f_{N(1,i)|\mathcal{H}_1}(x(1), \dots, x(i))}{f_{N(1,i)|\mathcal{H}_0}(x(1), \dots, x(i))}$$

является отношением правдоподобия, $A = (1 - \beta)/\alpha$ и $B = \beta/(1 - \alpha)$ — верхний и нижний пороги принятия решения, в которых α и β — вероятности ошибок первого и второго рода, \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 — гипотезы, соответствующие режиму движения с номером 0 и 1, соответственно; $N(1, i)|\mathcal{H}_p = [\nu^p(1), \nu^p(2), \dots, \nu^p(i)]^T$ — последовательность отсчетов процесса обновления, формируемого фильтрами Калмана [8], построенными в соответствии с имеющимися гипотезами (p — номер гипотезы):

I. Экстраполяция:

$$\hat{x}_{k,p}^- = \Phi^p \hat{x}_{k-1,p}^+ + B^p, \quad P_{k,p}^- = \Phi^p P_{k-1,p}^+ (\Phi^p)^T + G Q G^T.$$

II. Фильтрация:

$$K_{k,p} = P_{k,p}^- H^T (H P_{k,p}^- H^T + R)^{-1}, \quad P_{k,p}^+ = P_{k,p}^- - K_{k,p} H P_{k,p}^-,$$

$$\hat{x}_{k,p}^+ = \hat{x}_{k,p}^- + K_{k,p} (z_k - H \hat{x}_{k,p}^-).$$
(4)

Невязку измерений и ковариационную матрицу запишем в следующем виде:

$$\Sigma^p(k) = H^T P_{k,p}^- H + R, \quad \nu^p(k) = z_k - H \hat{x}_{k,p}^-.$$
(5)

Однако ввиду того, что момент возможного возникновения нарушения априорно неизвестен, приходится вместо одной альтернативной гипотезы \mathcal{H}_1 вводить множество гипотез $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_i$, предполагающих возможное изменение режима движения в каждый конкретный момент времени с начала наблюдения.

Для решения задачи на ограниченном множестве значений функции отношения правдоподобия воспользуемся следующим результатом:

Теорема 1. [14] Пусть момент появления возможного нарушения в системе (1), (2) представляет собой дискретную случайную величину θ , равномерно распределенную на отрезке $[0, i]$. Тогда отношение функций правдоподобия в решающем правиле (3) вычисляется по выражениям:

$$\lambda_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \psi_j^1(k),$$
(6)

где $\psi_j^1(k) = \prod_{i=j}^k \frac{f_{\nu_j(i)|\mathcal{H}_1}(x(i))}{f_{\nu_1(i)|\mathcal{H}_0}(x(i))}$.

Учитывая тот факт, что в оптимальном фильтре каждый случайный вектор невязок $\nu_j(i)|\mathcal{H}_p \triangleq \nu_j^p(i)$ нормально распределен с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\Sigma_j(i)|\mathcal{H}_p \triangleq \Sigma_j^p(i)$, вычисляемой по уравнениям (5) (нижний индекс j означает дискретный момент времени, в который фильтр F_j начинает работать), можно переписать выражение для $\psi_j^1(k)$ в виде:

$$\psi_j^1(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^1(k-1) \sqrt{\frac{|\Sigma_j^1(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}} \exp \left[\frac{(\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^1(k))^T (\Sigma_j^1(k))^{-1} \nu_j^1(k)}{2} \right], & k \geq j. \end{cases}$$
(7)

Алгоритм обнаружения факта изменения режима движения запишем в следующем виде:

- 1) Задать вероятности ошибок первого и второго рода α и β .

- 2) Вычислить пороговые значения решающего правила $A = (1 - \beta)/\alpha$ и $B = \beta/(1 - \alpha)$.
- 3) В каждый момент времени подключается новый фильтр, соответствующий гипотезе о том, что в текущий момент времени произошло изменение режима движения.
- 4) Вычислить λ_k по (4)–(7).
- 5) Проверить критерий (3).

4. Численные эксперименты

Проведем компьютерное моделирование для проверки работоспособности и эффективности предложенного алгоритма. Сначала необходимо получить модельные данные измерений координат объекта при его движении по некоторой траектории. Проведем моделирование данных траекторных измерений со следующей схемой движения: первые 20 тактов объект движется прямолинейно и равномерно, затем следующие 20 тактов объект совершает равномерное движение по окружности при повороте вправо с заданным радиусом поворота $r_2 = 5$ м. Начальные параметры движения объекта $x = [0, 0, 0, 2]^T$, ковариации гауссовских шумов в уравнении объекта и измерителя равны $Q = \text{diag}(0.001, 0.001)$ и $R = \text{diag}(0.1, 0.1)$, соответственно.

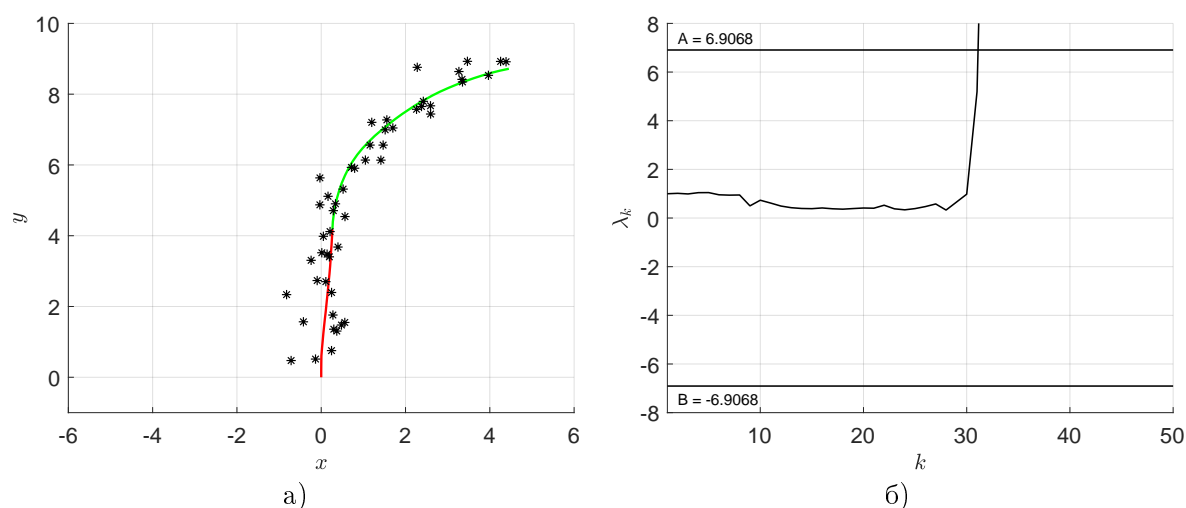


Рисунок 1. Графики а) траектории движения объекта и измерений, б) отношения правдоподобия λ_k

Компьютерное моделирование проведено в системе Matlab. Полученные результаты представлены на рисунке 1. Видно, что отношение правдоподобия λ_k пересекает верхний порог A , что означает принятие гипотезы об изменении режима движения. Время принятия решения составило 12 тактов дискретного времени.

5. Заключение

Получен эффективный в вычислительном плане и гарантированный по вероятностям ошибок первого и второго рода метод обнаружения факта изменения режима движения объекта в процессе фильтрации измерительных данных. Предполагается, что момент изменения режима движения неизвестен. Решение основано на представлении траектории движения объекта гибридной стохастической моделью, применении последовательного критерия Вальда и алгоритма калмановской фильтрации. Эффективность метода заключается в том, что решение принимается на ограниченном множестве значений

функции отношения правдоподобия. Дальнейшие исследования будут направлены на решение задачи идентификации режима движения объекта в случае, когда момент изменения режима движения неизвестен.

6. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области в рамках научных проектов № 18-41-732001 и № 18-41-732003.

7. Литература

- [1] Коновалов, А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации – СПб.: Изд-во СПбГУ "ЛЭТИ", 2013.
- [2] Семушин, И.В. Устойчивые алгоритмы фильтрации - обзор и новые результаты для систем судовождения и управления судном / И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова, К.В. Захаров // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2013. – № 4. – С. 90-112.
- [3] Kim, M.-S. Robot Visual Servo through Trajectory Estimation of a Moving Object using Kalman Filter / M.-S. Kim, J.-H. Koh, H.Q.P. Nguyen, H.-J. Kang // Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Computing, ICIC, 2009.
- [4] Maybeck, P.S. Stochastic Models, Estimation and Control – N.Y., San Francisco, London: Academic Press, 1979.
- [5] Липцер, Р.Ш. Статистика случайных процессов (нелинейная фильтрация и смежные вопросы) / Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев – М.: Наука, 1974.
- [6] Семушин, И.В. Ориентированная на фильтрацию Калмана математическая модель установившейся циркуляции для анализа траектории / И.В. Семушин, Ю.М. Кроливецкая, Е.С. Петрова // Автоматизация процессов управления. – 2013. – Т. 34, № 4. – С. 14-20.
- [7] Семушин, И.В. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта / И.В. Семушин, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков, С.Д. Винокуров // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10, № 3. – С. 108-119.
- [8] Grewal, M.S. Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab / M.S. Grewal, A.P. Andrews – New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [9] Page, E.S. Continuous inspection schemes // Biometrika. – 1954. – Vol. 41(2). – P. 100-114.
- [10] Ширяев, А.Н. Статистический последовательный анализ – М.: Наука, 1976.
- [11] Бассвиль, М.И. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / М.И. Бассвиль, А.В. Банвенист – М.: Мир, 1989.
- [12] Patton, R. Fault Diagnosis in Dynamic Systems. Theory and Applications – NJ: Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, 1989.
- [13] Tse, L.L. Sequential analysis: some classical problems and new challenges // Statistica Sinica. – 2001. – Vol. 11(1). – P. 303-408.
- [14] Цыганова, Ю.В. Метод обнаружения факта нарушения и его диагностики в линейных стохастических системах в процессе фильтрации // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – Т. 18, № 2. – С. 163-171.
- [15] Голубков, А.В. Диагностика режима движения объекта на основе гибридной модели / А.В. Голубков, И.О. Петрищев, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова // Вестник НГИЭИ. – 2017. – Т. 79, № 12. – С. 22-32.
- [16] Голубков, А.В. Адаптивное оценивание параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели / А.В. Голубков, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова // Сборник трудов международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ) – Самара: Новая техника, 2018. – С. 2064-2074.

Detection of changes in the motion mode of an object moving along a complex trajectory

A.V. Golubkov¹, A.V. Tsyganov¹, I.O. Petrishchev¹

¹Ulyanovsk State University of Education, Lenin square 4/5, Ulyanovsk, Russia, 432071

Abstract. The present paper solves the problem of quick detection of changes in the motion mode of an object moving along a complex trajectory. The process of the object movement is described by a hybrid stochastic model. To solve the problem, a sequential probability ratio criterion is applied. A distinctive feature of the proposed algorithm is the ability to make decisions on a limited set of values of the likelihood ratio function. The results of numerical experiments confirm the efficiency of the developed algorithm.