Нелинейная фильтрация райсовских данных как инструмент фазовых измерений: аспекты теории

Т.В. Яковлева[1]

[1]Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Вавилова, 44, к. 2, Москва, Россия, 119333

Аннотация. В работе представлен новый теоретический подход к решению задачи высокоточных измерений фазовых сдвигов сигналов посредством статистического анализа выборочных данных для амплитуды сигнала, которая подчиняется распределению Райса. В основе такого подхода лежит использование методов двухпараметрического анализа райсовских данных, обеспечивающего эффективное разделение информативной и шумовой компонент сигналов. Особенностью подхода является возможность расчета искомых характеристик сигналов исключительно на основе данных выборочных измерений, без каких-либо априорных предположений относительно процесса. Кроме того, применительно к конкретной задаче измерения фазового сдвига сигналов развитый подход предполагает проведение лишь амплитудных измерений, тем самым обеспечивая существенное снижение технических требований к используемой аппаратуре. Предлагаемый метод является значимым для широкого спектра различных прикладных задач и может применяться, в частности, в задачах метрологии, в системах связи и т.д.

1. Введение

Возрастающий в последние годы интерес к решению задач анализа стохастических данных методами, предполагающими использование особенностей статистической модели Райса [1], объясняется тем, что данная статистическая модель адекватно описывает широкий спектр задач, в которых измеряется и анализируется величина амплитуды сигнала, формируемого некоторой исходно детерминированной компонентой, искажаемой гауссовским шумом.

Одно из новых направлений применения методов анализа райсовского сигнала связано с решением задачи измерения фазового сдвига между двумя сигналами, которые распространяются по разным каналам. Проблема измерения разности фаз двух сигналов в режиме реального времени является важной для решения задач в различных областях науки и техники, таких как радиофизика, оптика, радиолокация, радионавигация и т.д. Высокоточные измерения разности фаз необходимы в системах дальнометрии при определении расстояний, при определении геометрических параметров объектов, при решении задач неразрушающего контроля и в ряде других прикладных задач [2-4].

Как правило, на практике из-за неизбежного воздействия гауссовского шума имеют дело с так называемыми квазигармоническими сигналами, которые характеризуются наличием случайных флуктуаций величины амплитуды сигнала. Такие изменения амплитуды существенно понижают точность измерения фазы [4] ввиду амплитудно-фазовой модуляции. Различные параметрические методы, разработанные для измерения разности фаз квазигармонических сигналов [2-4], основаны на весьма громоздких вычислениях достаточно большого числа параметров сигналов. Поэтому реализация этих методов требует значительного объема вычислительных ресурсов.

В настоящей работе дается теоретическое обоснование нового подхода к фазовым измерениям, основанного на статистической обработке выборочных данных амплитуды сигнала как случайной величины, подчиняющейся статистическому распределению Райса.

2. Особенности райсовского сигнала

Рассмотрим случайную величину, образуемую суммированием исходного сигнала и гауссовского шума, а именно: действительная и мнимая части исходного комплексного сигнала искажаются гауссовским шумом, имеющим нормальное распределение. В результирующем сигнале действительная x_{Re} и мнимая x_{Im} части представляют собой независимые случайные величины, имеющие гауссовское распределение с одинаковыми дисперсиями и ненулевыми математическими ожиданиями. Амплитуда результирующего сигнала $x = \sqrt{x_{\mathrm{Re}}^2 + x_{\mathrm{Im}}^2}$, как известно, подчиняется распределению Райса, называемому также обобщенным распределением Рэлея, так как оно было сформулировано Райсом как обобщение хорошо известного из классической теории вероятности распределения Рэлея на случай ненулевой амплитуды исходного сигнала. При этом математические ожидания действительной и мнимой составляющих райсовской величины всегда можно считать одинаковыми, выбрав должным образом оси x_{Re} и x_{Im}. Для параметров распределения Райса будем использовать следующие обозначения: ν - математическое ожидание действительной и мнимой частей измеряемого сигнала; σ^2 – величина дисперсии гауссовского шума, искажающего сигнал. Функция плотности вероятности для райсовской величины определяется формулой, [1, 5]:

$$P\left(x|\nu,\sigma^2\right) = \frac{x}{\sigma^2}\cdot\exp\left(-\frac{x^2+\nu^2}{2\sigma^2}\right)\cdot I_0\left(\frac{x\nu}{\sigma^2}\right). \tag{1}$$

Здесь и ниже будем использовать следующие обозначения: $I_\alpha\left(z\right)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода (или функция Инфельда) порядка α ; x_i – величина сигнала i -ой выборки; n – количество элементов в выборке (длина выборки).

Математическое ожидание и дисперсия райсовской величины даются формулами:

$$\overline{x} = \sigma\cdot\sqrt{\pi/2}\cdot L_{1/2}\left(-\nu^2/2\sigma^2\right), \tag{2}$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = 2\sigma^2 + \nu^2 - \frac{\pi\sigma^2}{2}\cdot L_{1/2}^2\left(-\nu^2/2\sigma^2\right) \tag{3}$$

В (3) $L_{1/2}$ представляет собой полином Лагерра (Laguerre). Как видим, $\overline{x}$ и σ_x^2 не совпадают с райсовскими параметрами ν и σ^2. Между тем оба райсовских параметра имеют конкретный физический смысл: σ^2 - это дисперсия искажающего исходный сигнал гауссовского шума, а ν - величина исходного детерминированного сигнала, соответственно. С этим связана значимость как можно более точного оценивания этого параметра при анализе данных.

Особенностью шумовых составляющих райсовского сигнала, как нетрудно видеть из (3), является тот факт, что, в отличие от случая шумов с гауссовым (нормальным) распределением, которые являются по своей природе аддитивными шумами, шумы, статистически описываемые распределением Райса, не являются аддитивными. А именно, величина шума зависит от величины сигнала.

В силу того, что измеряемый райсовский сигнал x нелинейным образом зависит от величины искажающего его шума, для эффективного шумоподавления при анализе райсовских данных необходимы нелинейные методы, в отличие от методов линейной фильтрации, традиционно применяемых при анализе данных в условиях гауссовской статистики.

Ввиду математических особенностей распределения Райса задача восстановления исходного сигнала при априорно неизвестном значении дисперсии σ^2 может быть решена только путем совместного расчета обоих райсовских параметров, т.е. единственно правильной является «двухпараметрическая» постановка задачи. В силу специфики распределения Райса анализ райсовских данных требует развития особых методов и соответствующего математического аппарата. В отличие от гауссовского распределения, средняя величина райсовского сигнала не соответствует величине искомого полезного сигнала ν: если к райсовким данным применять традиционное линейное усреднение, то в диапазоне небольших отношений сигнала к шуму мы будем получать нивелирование истинного сигнала. Тем самым особенности райсовских сигналов влекут за собой неприменимость традиционных линейных методов фильтрации данных, характерных для гауссовского распределения.

Очевидно, что решая математическую задачу расчета райсовских параметров ν и σ^2, мы тем самым не только восстанавливаем исходный, не искаженный шумом сигнал ν, но и определяем уровень искажающего его гауссовского шума.

Возможность высокоточного оценивания значений райсовских параметров обеспечивается методами так называемого двухпараметрического анализа райсовских данных, [6-9]. Эти методы позволяют рассчитать как величину полезного, незашумленного сигнала , так и дисперсию искажающего его гауссовского шума на основе обработки результатов выборочных измерений райсовской случайной величины.

В качестве примера ниже приведены уравнения для вычисления искомых райсовских параметров двухпараметрическим методом максимума правдоподобия [6, 9].

Рассмотрим выборку из n измерений величины амплитуды случайного сигнала x. Функция совместной плотности вероятности событий, состоящих в том, что результатом i -того измерения является величина x_i ($i = 1,...,n$), или функция правдоподобия, выражается как произведение функций плотности вероятности для каждого измерения из данной выборки:

$$L\left(\nu,\sigma^2\right) = \prod_{i=1}^{n} P\left(x_i \middle| \nu,\sigma^2\right), \tag{4}$$

где функция $P\left(x_i \middle| \nu,\sigma^2\right)$ определяется выражением (1). При известных данных выборок, полученных в результате измерений, эта функция является функцией неизвестных параметров ν и σ^2. Метод максимума правдоподобия состоит в определении тех значений ν и σ^2, которые максимизируют функцию (4), или, что эквивалентно, максимизируют ее логарифм:

$$\ln L\left(\nu,\sigma^2\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln P\left(x_i \middle| \nu,\sigma^2\right) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \ln x_i - \ln\sigma^2 - \frac{x_i^2+\nu^2}{2\cdot\sigma^2} + \ln I_0\left(\frac{x_i\nu}{\sigma^2}\right) \right\}. \tag{5}$$

Система уравнений максимума правдоподобия для ν и σ^2 получается приравниванием частных производных функции (5) по ν и σ^2 и имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial}{\partial\nu} \ln I_0\left(\dfrac{x_i\nu}{\sigma^2}\right) - \dfrac{n\cdot\nu}{\sigma^2} = 0, \\ -\dfrac{n}{\sigma^2} + \dfrac{1}{2\cdot\sigma^4}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i^2+\nu^2\right) + \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial}{\partial\sigma^2} \ln I_0\left(\dfrac{x_i\nu}{\sigma^2}\right) = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Система (6) может быть преобразована к виду:

$$\begin{cases} \nu - \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \tilde{I}\left(\dfrac{x_i \nu}{\sigma^2}\right) = 0, \\ \sigma^2 - \dfrac{1}{2\cdot n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i^2 + \nu^2\right) + \dfrac{\nu}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \tilde{I}\left(\dfrac{x_i \nu}{\sigma^2}\right) = 0, \end{cases} \tag{7}$$

где обозначение $\tilde{I}\left(z\right)$ введено для функции, являющейся отношением модифицированных функций Бесселя первого рода первого и нулевого порядков: $\tilde{I}\left(z\right) = \dfrac{I_1\left(z\right)}{I_0\left(z\right)}$. Уравнения системы (7) являются существенно нелинейными и их решение представляет собой один из алгоритмов нелинейной фильтрации райсовских данных.

Таким образом, решение системы (7) уравнений максимума правдоподобия для параметров ν и σ^2 райсовского сигнала x позволяет получить наиболее вероятные значения исходной, не искаженной шумом величины сигнала и дисперсии искажающего его гауссовского шума. Тем самым, изложенный выше метод позволяет эффективно разделить информативную и шумовую составляющие анализируемого сигнала, что, в свою очередь, позволяет использовать двухпараметрический анализ райсовских данных для решения самых различных задач, в которых важно «нейтрализовать» влияние шума, искажающего полезный сигнал. К таким задачам относится и рассматриваемая ниже задача измерения разности фаз квазигармонических сигналов.

3. Измерение разности фаз квазигармонических сигналов

Как известно, в условиях практических измерений неизбежное воздействие шума на процесс распространения любого исходно гармонического сигнала приводит к случайным флуктуациям величины амплитуды сигнала. В каждый момент времени t такой сигнал может быть представлен в следующей форме:

$$x(t) = R(t)\cdot\sin\left(\omega t + \varphi\left(t\right)\right) \tag{8}$$

где ω - частота, $R(t)$ - амплитуда, или огибающая сигнала, которая изменяется случайным образом под воздействием гауссовского шума, величина $\varphi\left(t\right)$ фазового сдвига также изменяется во времени случайным образом под воздействием шума.

Переходя в комплексную плоскость, представим сигнал (8) в виде:

$$S(t) = R(t)\cdot\exp\left[i\left(\omega t + \varphi\left(t\right)\right)\right] = s\left(t\right)\cdot\exp\left(i\omega t\right) \tag{9}$$

При исследовании фазы $\varphi\left(t\right)$ сигнала будем анализировать «медленную» составляющую сигнала $s(t) = R(t)\cdot\exp\left[i\varphi\left(t\right)\right]$. Введем следующие дополнительные обозначения: исходный гармонический, не искаженный шумом комплексный сигнал обозначим как вектор $\vec{A}\left(A,\varphi_0\right)$. Этот вектор характеризуется постоянной величиной амплитуды A и фазы φ_0. Распространение сигнала по какой-либо среде неизбежно сопровождается его зашумлением, а именно – действительная $A\cos\varphi_0$ и мнимая $A\sin\varphi_0$ составляющие исходного сигнала независимо изменяются под воздействием большого числа случайным шумовых составляющих. Обозначим как $\vec{r}\left(r,\psi\right)$ суммарный вектор шума, который накладывается на исходный сигнал $\vec{A}$. Компоненты r_x, r_y вектора шума $\vec{r}$ являются независимыми случайными величинами и подчиняются нормальному распределению: $\overline{r_x} = \overline{r_y} = 0$, $\overline{r_x^{\,2}} = \overline{r_y^{\,2}} = \sigma^2$, где величина σ^2 представляет собой дисперсию шума. При этом случайная величина амплитуды r

подчиняется статистическому распределению Рэлея, а фаза ψ шумовой компоненты распределена равномерно на интервале (0, 2π). Результирующий сигнал, обозначенный как вектор $\vec{R}(R,\varphi)$, формируется суммированием исходного гармонического сигнала $\vec{A}$ и шума $\vec{r}$: $\vec{R}=\vec{A}+\vec{r}$.

Для дальнейшего анализа представим действительную и мнимую составляющие вектора $\vec{R}$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} R\cos\varphi &= A\cos\varphi_0 + r\cos\psi; \\ R\sin\varphi &= A\sin\varphi_0 + r\sin\psi \end{aligned} \tag{10}$$

Анализируя статистическое распределение случайных величин амплитуды R и фазы φ результирующего сигнала $\vec{R}$, можно показать, что распределения амплитуды R и фазы φ результирующего сигнала не являются независимыми, причем фаза φ результирующего сигнала, в отличие от фазы ψ шумовой составляющей, не является равномерно распределенной величиной.

Опуская некоторые промежуточные выкладки, приведем выражение для функции распределения амплитуды R результирующего сигнала $\vec{R}=\vec{A}+\vec{r}$:

Из выражения (11) следует, что амплитуда R квазигармонического сигнала удовлетворяет распределению Райса с параметрами A,σ^2, совпадающими с величиной амплитуды исходного гармонического сигнала A и дисперсией искажающего его гауссовского шума σ^2.

Очевидно, что случайные изменения амплитуды результирующего сигнала влекут за собой фазовые флуктуации. Это явление известно как амплитудно-фазовая модуляция. Такая модуляция препятствует точному измерению фазовых характеристик квазигармонических сигналов.

Разность фаз между двумя квазигармоническими сигналами, которые распространяются по разным каналах, формируется из-за различия длины каналов или различия показателей преломления каналов распространения сигналов. Тем самым искомая разность фаз является характеристикой того или иного исследуемого процесса или объекта.

Представим квазигармонические сигналы, разность фаз которых должна быть измерена, в виде векторов $\vec{R}_1(R_1,\varphi_1)$ и $\vec{R}_2(R_2,\varphi_2)$, как показано на Рис. 1.

$$W_R(R)dR = dR\int_0^{2\pi} W(R,\varphi)d\varphi = \frac{RdR}{\sigma^2}\cdot I_0\left(\frac{RA}{\sigma^2}\right)e^{-\left(R^2+A^2\right)/2\sigma^2} \tag{11}$$

Из выражения (11) следует, что амплитуда R квазигармонического сигнала удовлетворяет распределению Райса с параметрами A,σ^2, совпадающими с величиной амплитуды исходного гармонического сигнала A и дисперсией искажающего его гауссовского шума σ^2.

Очевидно, что случайные изменения амплитуды результирующего сигнала влекут за собой фазовые флуктуации. Это явление известно как амплитудно-фазовая модуляция. Такая модуляция препятствует точному измерению фазовых характеристик квазигармонических сигналов.

Разность фаз между двумя квазигармоническими сигналами, которые распространяются по разным каналах, формируется из-за различия длины каналов или различия показателей преломления каналов распространения сигналов. Тем самым искомая разность фаз является характеристикой того или иного исследуемого процесса или объекта.

Представим квазигармонические сигналы, разность фаз которых должна быть измерена, в виде векторов $\vec{R}_1(R_1,\varphi_1)$ и $\vec{R}_2(R_2,\varphi_2)$, как показано на Рисунке 1.

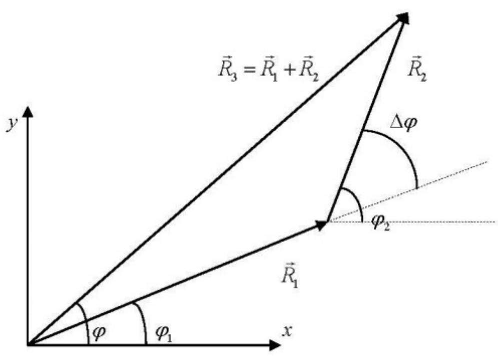

Рисунок 1. Сигналы, анализируемые при расчете фазового сдвига $\Delta\varphi$.

Выше было показано, что амплитуды этих квазигармонических сигналов R_1 и R_2 представляют собой случайные величины, которые подчиняются статистическому распределению Райса с параметрами (A_1, σ^2) и (A_2, σ^2), соответственно, где A_1 и A_2 - величины амплитуд исходных, не искаженных гауссовским шумом гармонических сигналов, σ^2 - дисперсия гауссовского шума, искажающего сигналы при их распространении по соответствующему каналу. Очевидно, что разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ между рассматриваемыми сигналами однозначно определяется физическими свойства исследуемого объекта или процесса.

Зашумленные сигналы, которые измеряются в ходе решения поставленной задачи, можно представить в виде векторов $\vec{R}_1 = \vec{A}_1 + \vec{r}_1$, $\vec{R}_2 = \vec{A}_2 + \vec{r}_2$, где векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ представляют собой два исходных, не искаженных шумом сигнала, причем мы рассматриваем «медленные» составляющие этих сигналов, $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ - векторы шума, характеризующие соответствующие каналы распространения сигналов. Очевидно, что разность фаз $\Delta\varphi$ между двумя сигналами равна углу между соответствующими векторами, как показано на Рисунке 1.

Рассмотрим третий сигнал, который равен сумме анализируемых сигналов $\vec{R}_1$ и $\vec{R}_2$, и, соответственно представлен на Рисунке 1 вектором $\vec{R}_3 = \vec{R}_1 + \vec{R}_2$. Мы также можем представить вектор $\vec{R}_3$ в виде суммы $\vec{R}_3 = \vec{A}_3 + \vec{r}_3$, где вектор $\vec{A}_3 = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ представляет собой сумму векторов, отображающих два исходных неискаженных сигнала. Векторы $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ и $\vec{R}_3$ формируют треугольник, а искомая разность фаз $\Delta\varphi$ между двумя сигналами может быть определена из этого треугольника на основе измеренных сторон треугольника, т.е. величин амплитуд трех указанных сигналов. Однако, флуктуации амплитуд сигналов, обусловленные влиянием шума, не позволят точно определить искомую разность фаз: стороны треугольника, образованного векторами $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ и $\vec{R}_3$, из-за воздействия шума на каждый из анализируемых сигналов постоянно флуктуируют случайным образом, что не позволяет определить искомый фазовый сдвиг, определяемый как один из углов данного треугольника, с достаточной точностью: неизбежное воздействие шума искажает каждый сигнал. Таким образом, чтобы определить искомую разность фаз между сигналами $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ с достаточной точностью, необходимо «заморозить» представленный на Рис. 1 треугольник, образованный анализируемыми сигналами, в состоянии, когда амплитуды сигналов «очищены» от шума.

Как было показано выше, амплитуды сигналов $\vec{R}_1$ и $\vec{R}_2$ подчиняются распределению Райса с райсовскими параметрами (A_i, σ^2), $i = 1,2$. Что касается третьего – суммарного - сигнала

$\vec{R}_3 = \vec{A}_3 + \vec{r}_3$, то его амплитуда также является случайной райсовской величиной с параметрами распределения $\left(A_3, 2\sigma^2\right)$, где $A_3 = \left|\vec{A}_3\right|$. Не искаженные шумом значения амплитуд A_1, A_2, A_3 совпадают со значениями соответствующих райсовских параметров для каждого из трех сигналов. Вычисление не искаженных шумом значений амплитуд всех трех сигналов позволяет «заморозить» представленный на Рис. 1 треугольник в очищенном от шума виде и тем самым рассчитать величину искомого фазового сдвига с высокой точностью из простых геометрических соображений по формуле: $\Delta\varphi = \arccos\left(\dfrac{A_3^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2}\right)$

Таким образом, для точного расчета фазового сдвига $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ необходимо определить соответствующие значения райсовских параметров каждого из трех анализируемых сигналов.

Как отмечалось выше, возможность оценивания значений райсовских параметров обеспечивается методами двухпараметрического анализа райсовских данных, [6-9], одним из которых является двухпараметрический метод максимума правдоподобия, состоящий в решении системы уравнений (7).

Таким образом, используя методы двухпараметрического анализа, можно рассчитать соответствующие значения неискаженных шумом величин амплитуд трех сигналов $\left(\nu_i = A_i, i = 1, 2, 3\right)$, которые, в свою очередь, позволяют рассчитать искомую разность фаз $\Delta\varphi$ квазигармонических сигналов.

4. Заключение

В работе представлены теоретические аспекты нового подхода к решению задач измерения разности фаз между двумя квазигармоническими сигналами, основанного на нелинейной фильтрации измеренных данных для амплитуд сигналов, причем эта фильтрация реализуется методами двухпараметрического анализа райсовских данных, в частности - путем решения системы уравнений максимума правдоподобия для искомых параметров сигнала и шума. Задача измерения фазового сдвига решается посредством статистической обработки данных выборочных измерений амплитуд трех сигналов: двух исходных сигналов и третьего сигнала, формируемого суммой двух исходных сигналов. Тем самым величина фазового сдвига сигналов определяется на основе исключительно амплитудных измерений, что существенно снижает требования к оборудованию и облегчает реализацию метода на практике. Развитый в работе подход к решению задачи измерения фазового сдвига сигналов, основанный на разделении математическими методами их информативной и шумовой составляющих, представляет собой эффективный инструмент для решения широкого круга задач, связанных с обработкой данных в условиях неизбежного влияния гауссовского шума.

5. Благодарности

Автор выражает глубокую признательность профессору Г.Г. Левину и профессору Г.Н. Вишнякову за полезные обсуждения задачи.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ N17-07-00064 по программе фундаментальных исследований.

6. Литература

[1] Rice S.O. Mathematical Analysis of Random Noise / S.O. Rice // Bell System Technical Journal. – 1945. – Vol. 24. –P. 46-156.

[2] Webster, J.G. Electrical Measurement, Signal Processing, and Displays / J.G. Webster (ed.). – Boca Raton: CRC Press, 2004. – 723 p.

[3] Mahmud, S.M. High precision phase measurement using reduced sine and cosine tables / S.M. Mahmud // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement. – 1990. – Vol. 3(1). – P. 56-50.

[4] Игнатьев, В.К. Измерение фазового сдвига квазигармонических сигналов / В.К. Игнатьев, А.В. Никитин, С.В. Юшанов // Численные методы и программирование. – 2013. – Т.4. – С. 424-431.

[5] Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч.1. Случайные процессы / С.М. Рытов – Москва: Наука. – 1976. – 494 с.

[6] Yakovleva, T.V. Noise and Signal Estimation in MRI: Two-Parametric Analysis of Rice-Distributed Data by Means of the Maximum Likelihood Approach / T.V. Yakovleva, N.S. Kulberg // American Journal of Theoretical and Applied Statistics. – 2013. – Vol. 2(3). – P. 67-79. DOI: 10.11648/j.ajtas.20130203.15.

[7] Yakovleva, T.V. Methods of Mathematical Statistics in Two-Parameter Analysis of Rician Signals / T. V. Yakovleva, N.S. Kulberg // Doklady Mathematics. – 2014. – Vol. 90(3). – P. 1-5.

[8] Яковлева, Т.В. Обзор методов обработки магнитно-резонансных изображений и развитие нового двухпараметрического метода моментов / Т.В. Яковлева // Компьютерные исследования и моделирование. – 2014. – Т.6, № 2. – С. 231-244.

[9] Яковлева Т.В. Теория обработки сигналов в условиях распределения Райса / Т.В. Яковлева // Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН. – Москва, 2015. – 268 с.

[10] Abramowitz M. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables / M. Abramowitz, I.A. Stegun // Applied Mathematics Series 55. – USA: Washington D.C., 1964. – 823 p.

Nonlinear filtration of Rician data as a tool for phase measurements: theoretical aspects

T.V. Yakovleva[1]

[1]Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences, Vavilova st., 44, b.2, Moscow, Russia, 119333

Abstract. The paper presents a new theoretical approach to solving the task of high precision measuring of the signals’ phase shift by means of the statistical analysis of the amplitude’s sampled data while the amplitude obeys to the Rice distribution. The approach is based upon the methods of the two-parameter analysis of Rician data ensuring an efficient separation of the signals’ informative and noise components. A peculiarity of this approach consists in the possibility of the sought-for parameters determination exclusively on the basis of the sampled measurements, without any a-priori assumptions concerning the process. Besides, in respect to the peculiar task of the signals’ phase shift measuring the approach being developed implies the implementation of the amplitude measurements only, thus providing an essential decrease in technical requirements to the equipment to be used. The proposed technique is meaningful for a wide spectrum of various practical tasks and can be applied, in particular, in metrology, in communication systems, etc.

Keywords: Rice distribution, maximum likelihood method, phase shift, quasi-harmonic signal.