

Моделирование транспорта взвешенных частиц на основе модифицированной схемы «кабаре»

А.И. Сухинов¹, А.Е. Чистяков¹, И.Ю. Кузнецова², Е.А. Проценко³, А.М. Атаян¹

¹Донской государственный технический университет, пл. Гагарина 1, Ростов-на-Дону, Россия, 344000

²Южный федеральный университет, Большая Садовая 105/42, Ростов-на-Дону, Россия, 344006

³Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РИНХ), Инициативная 48, Таганрог, Россия, 347936

Аннотация. В работе рассматривается решение задачи транспорта взвеси для больших значений сеточного числа Пекле. Для численного решения задачи диффузии-конвекции при больших сеточных числах Пекле разработана разностная схема, построенная на основе линейной комбинации разностной схемы «кабаре» и «крест» с весовыми коэффициентами, полученными в результате минимизации погрешности аппроксимации при малых числах Куранта. При этом предлагаемый подход учитывает функцию заполненности ячеек, что позволяет повысить точность моделирования при сложной геометрии расчетной области.

1. Введение

При численном решении задач транспорта взвесей в мелководных водоемах на основе центрально-разностных схем возникает проблема, связанная с падением точности для больших значений сеточного числа Пекле [1]. Одним из вариантов решения данной проблемы является измельчение шага по пространственной сетке, что влечет за собой увеличение трудоемкости. Другим подходом к решению данного класса задач является применение иных разностных схем, например, схемы «кабаре» [2], которые были разработаны для решения задач аэроакустики [3, 4]. Разностные схемы «кабаре» и «крест» обладают достаточно близкими свойствами: являются бездиссипативными и обладают вторым порядком точности относительно шагов по пространственному и временному координатным направлениям. Несмотря на данные свойства схемы, они обладают низкой точностью. Большую точность по сравнению с классическими схемами «кабаре» и «крест» показала схема «кабаре» с ограничителями решения [5, 6]. В работе [7] предложено использовать линейную комбинацию схемы «кабаре» и «крест».

При линейной комбинации двух схем с близкими свойствами часто происходит взаимная компенсация ошибок аппроксимации, и при этом полученная в результате схема обладает лучшими свойствами, чем исходные схемы. Целью данной работы является применение разработанной разностной схемы, представляющей линейную комбинацию схемы «кабаре» и «крест» с весовыми коэффициентами, полученными из условия минимизации порядка погрешности аппроксимации, для решения задач транспорта взвеси.

2. Постановка задачи транспорта взвеси

Для описания процесса транспорта взвешенных частиц воспользуемся уравнением диффузии-конвекции, которое может быть записано в следующем виде [8, 9, 10]:

$$c'_t + (uc)'_x + (vc)'_y + ((w + w_g)c)'_z = \mu(c''_{xx} + c''_{yy}) + (\nu c'_z)'_z + f, \quad (1)$$

где c — концентрация примеси; $\vec{V} = \{u, v, w\}$ — составляющие поля вектора скорости; w_g — скорость осаждения взвеси в вертикальном направлении; μ, ν — горизонтальный и вертикальный коэффициенты турбулентной диффузии; f — функция, описывающая интенсивность распределения источников загрязняющих веществ.

Добавим уравнению (1) граничные условия:

$$c'_n = 0, \quad (\vec{V}, \vec{n}) \leq 0,$$

$$\mu c'_n + w_g V_n = 0, \quad (\vec{V}, \vec{n}) > 0,$$

где \vec{n} — внешняя нормаль к границе расчетной области; V_n — нормальная составляющая вектора скорости.

Для расчета компонент вектора скорости движения водной среды использована трехмерная модель гидродинамики мелководных водоемов [11].

3. Дискретизация модели конвекции-диффузии

Задача транспорта взвешенных частиц (1) в упрощенном случае сводится к нахождению решения уравнения диффузии-конвекции:

$$c'_t + uc'_x + vc'_y = (\mu c'_x)'_x + (\mu c'_y)'_y + f \quad (2)$$

с граничными условиями:

$$c'_n(x, y, t) = \alpha_n c + \beta_n, \quad (3)$$

где u, v — компоненты вектора скорости, μ — коэффициент турбулентного обмена, f — функция, описывающая интенсивность и распределение источников.

Расчетная область вписана в прямоугольник. Введем равномерную сетку:

$$w_h = \{t^n = n\tau, x_i = ih_x, y_j = jh_y; n = \overline{0, N_t}, i = \overline{0, N_x}, j = \overline{0, N_y}\},$$

где τ — шаг по времени, h_x, h_y — шаги по пространству, N_t — верхняя граница по времени, N_x, N_y — границы по пространству.

3.1. Решение задач со сложной геометрией расчетной области

Расчетная область представляет собой совокупность прямоугольных ячеек, которые могут быть заполненными, частично заполненными или пустыми. Центры ячеек и узлы разнесены на $h_x/2$ и $h_y/2$ по координатам x и y соответственно. Обозначим через $o_{i,j}$ заполненность ячейки (i, j) . В окрестности узла (i, j) лежат ячейки $(i, j), (i+1, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$.

Для описания сложной геометрии расчетных объектов вводятся коэффициенты q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 , описывающие заполненность контрольных областей, находящихся в окрестности ячейки. Значение q_0 характеризует заполненность области $D_0: x \in (x_{i-1/2}, x_{i+1/2}), y \in (y_{j-1/2}, y_{j+1/2})$, $q_1 - D_1: x \in (x_i, x_{i+1/2}), y \in (y_{j-1/2}, y_{j+1/2})$, $q_2 - D_2: x \in (x_{i-1/2}, x_i), y \in (y_{j-1/2}, y_{j+1/2})$, $q_3 - D_3: x \in (x_{i-1/2}, x_{i+1/2}), y \in (y_j, y_{j+1/2})$, $q_4 - D_4: x \in (x_{i-1/2}, x_{i+1/2}), y \in (y_{j-1/2}, y_j)$. Заполненные части областей D_m будем называть Ω_m , где $m = 0, \dots, 4$. В соответствии с этим коэффициенты q_m можно вычислить по формулам:

$$(q_m)_{i,j} = \frac{S_{\Omega_m}}{S_{D_m}}, (q_0)_{i,j} = \frac{o_{i,j} + o_{i+1,j} + o_{i+1,j+1} + o_{i,j+1}}{4}, (q_1)_{i,j} = \frac{o_{i+1,j} + o_{i+1,j+1}}{2},$$

$$(q_2)_{i,j} = \frac{o_{i,j} + o_{i,j+1}}{2}, (q_3)_{i,j} = \frac{o_{i+1,j+1} + o_{i,j+1}}{2}, (q_4)_{i,j} = \frac{o_{i,j} + o_{i+1,j}}{2}.$$

Дискретные аналоги операторов конвективного uc'_x и диффузионного переноса $(\mu c'_x)'_x$ в случае частичной заполненности ячеек, могут быть записаны в следующем виде:

$$(q_0)_{i,j} uc'_x \simeq (q_1)_{i,j} u_{i+1/2,j} \frac{c_{i+1,j} - c_{i,j}}{2h_x} + (q_2)_{i,j} u_{i-1/2,j} \frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{2h_x},$$

$$(q_0)_{i,j} (\mu c'_x)'_x \simeq (q_1)_{i,j} \mu_{i+1/2,j} \frac{c_{i+1,j} - c_{i,j}}{h_x^2} - (q_2)_{i,j} \mu_{i-1/2,j} \frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{h_x^2} -$$

$$- \left| (q_1)_{i,j} - (q_2)_{i,j} \right| \mu_{i,j} \frac{\alpha_x c_{i,j} + \beta_x}{h_x}.$$

Погрешность аппроксимации для данной схемы есть $O(\tau + h_x^2 + h_y^2)$ во внутренних узлах сетки и $O(\tau + h_x + h_y)$ – в граничных узлах. Достаточное условие устойчивости схемы для метода поправки к давлению определяется на основе принципа максимума при ограничениях на шаг по пространству: $h_x < |2\mu/u|$, $h_y < |2\mu/v|$ или $Re \leq 2N$, где $Re = u \cdot l/\mu$ – число Рейнольдса, u – скорость движения водной среды, l – характерный размер области, μ – коэффициент турбулентного обмена.

Модельная задача. Рассмотрим стационарное течение жидкости между двумя бесконечно длинными соосными полуцилиндрами ($x \geq 0$):

$$uu'_x + vv'_y = -\rho^{-1}P'_x + \mu\Delta u, uv'_x + vv'_y = -\rho^{-1}P'_y + \mu\Delta v, r_1 \leq r \leq r_2, r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Радиус внутреннего цилиндра $r_1 = 5$ м. Радиус внешнего цилиндра $r_2 = 10$ м. Расчетная область вписана в прямоугольник размерами 10 на 20 м ($0 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$). В сечении цилиндра плоскостью $x = 0$ задается поле скорости $u(0, y) = -5/y$ м/с, $v(0, y) = 0$ м/с. Во всех остальных узлах сетки поле скорости рассчитывается. На внутренней и внешней стенках цилиндра задаются условия скольжения и непротекания.

Аналитическое решение задачи V в декартовой системе координат примет вид:

$$u(x, y) = -\frac{5y}{x^2 + y^2}, v(x, y) = \frac{5x}{x^2 + y^2}, P(x, y) = P(r_1) - \frac{12.5\rho}{x^2 + y^2} + \rho/2. \quad (4)$$

Погрешности численных решений наиболее отчетливо видны на грубых сетках. Опишем параметры грубой сетки. Шаги по пространственным направлениям равны 1 м, шаг по времени 0.1 с, размеры сетки 21×11 узлов, длина расчетного интервала 10 с, плотность среды $\rho = 1000$ кг/м³, коэффициент турбулентного обмена $\mu = 1$ м²/с.

Численное решение задачи течения жидкости между двумя соосными цилиндрами представлено на рис. 1. Цветом показаны потоки движения жидкости $|k_0 u|$.

В таблице 1 представлены значения погрешностей численного решения задачи течения жидкости между двумя соосными полуцилиндрами, полученные на последовательности сгущающихся расчетных сеток размерами: 11×21 , 21×41 , 41×81 и 81×161 узлов в случаях гладкой и ступенчатой границы. Анализ результатов расчетов погрешности численного решения, представленных в таблице, позволяет сделать вывод об эффективности использования разностных схем, учитывающих заполненность ячеек. При решении модельной задачи дробление сетки в 8 раз по каждому из пространственных направлений не приводит к повышению точности, которой обладают решения, полученные на сетках, учитывающих заполненность ячеек.

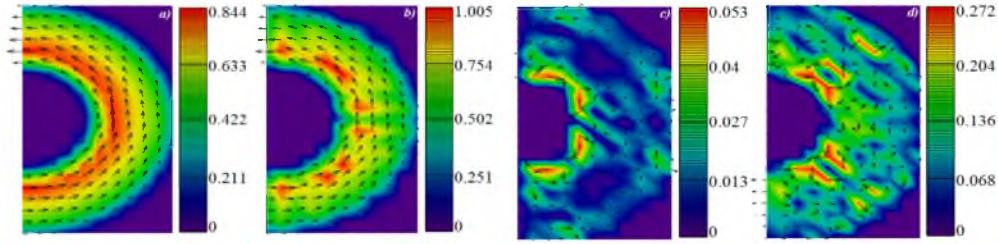


Рисунок 1. Численное решение задачи: *a* – случай использования частичной заполненности ячеек, *b* – случай ступенчатой границы раздела двух сред, *c* – поле, полученное как разность между численным и аналитическим решениями задачи в случае гладкой границы, *d* – в случае ступенчатой границы.

Таблица 1. Погрешности решения задачи течения жидкости между двумя цилиндрами.

Размеры сетки	11×21	21×41	41×81	81×161
Максимальное значение погрешности в случае гладкой границы, m/c	0.053	0.052	0.058	0.056
Среднее значение погрешности в случае гладкой границы, m/c	0.023	0.012	0.006	0.003
Максимальное значение погрешности в случае ступенчатой границы, m/c	0.272	0.731	0.717	0.75
Среднее значение погрешности в случае ступенчатой границы, m/c	0.165	0.132	0.069	0.056

3.2. Решение задачи транспорта взвеси при больших сеточных числах Пекле

Рассмотрим разностную схему, представляющую собой линейную комбинацию разностной схемы «кабаре» и «крест» с весовыми коэффициентами $2/3$ и $1/3$ соответственно [1, 7]

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + 2 \frac{q_{i-1}^n - q_i^{n-1}}{3\tau} + \frac{q_i^n - q_i^{n-1}}{3\tau} + u \frac{q_{i+1}^n + 4q_i^n - 5q_{i-1}^n}{3h} = 0, u \geq 0; \quad (5)$$

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + 2 \frac{q_{i+1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{3\tau} + \frac{q_i^n - q_i^{n-1}}{3\tau} + u \frac{5q_{i+1}^n - 4q_i^n - q_{i-1}^n}{3h} = 0, u < 0.$$

Для аппроксимации однородного уравнения (2) при больших сеточных числах Пекле будем использовать схемы расщепления по пространству:

$$\frac{c^{n+1/2} - c^n}{\tau} + u (c^n)'_x = \left(\mu (c^n)'_x \right)'_x, \quad (6)$$

$$\frac{c^{n+1} - c^{n+1/2}}{\tau} + v \left(c^{n+1/2} \right)'_y = \left(\mu \left(c^{n+1/2} \right)'_y \right)'_y. \quad (7)$$

Для аппроксимации системы уравнений (6)-(7) будем использовать схему (5), полученную как результат линейной комбинации схем «кабаре» и «крест», при этом будем учитывать функцию заполненности ячеек:

– разностная схема для уравнения (6), описывающего перенос вдоль направления Ox , запишется в виде:

$$\begin{aligned}
& \frac{2q_{2,i,j} + q_{0,i,j}}{3} \frac{c_{i,j}^{n+1/2} - c_{i,j}^n}{\tau} + 5u_{i-1/2,j} q_{2,i,j} \frac{c_{i,j}^n - c_{i-1,j}^n}{3h_x} + u_{i+1/2,j} \min(q_{1,i,j}, q_{2,i,j}) \frac{c_{i+1,j}^n - c_{i,j}^n}{3h_x} + \\
& + \frac{2\Delta_x c_{i-1,j}^n q_{2,i,j} + \Delta_x c_{i,j}^n q_{0,i,j}}{3} = 2\mu_{i+1/2,j} q_{1,i,j} \frac{c_{i+1,j}^n - c_{i,j}^n}{h_x^2} - \\
& - 2\mu_{i-1/2,j} q_{2,i,j} \frac{c_{i,j}^n - c_{i-1,j}^n}{h_x^2} - |q_{1,i,j} - q_{2,i,j}| \mu_{i,j} \frac{\alpha_x c_{i,j}^n + \beta_x}{h_x}, u_{i,j} \geq 0; \tag{8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2q_{1,i,j} + q_{0,i,j}}{3} \frac{c_{i,j}^{n+1/2} - c_{i,j}^n}{\tau} + 5u_{i+1/2,j} q_{1,i,j} \frac{c_{i+1,j}^n - c_{i,j}^n}{3h_x} + u_{i-1/2,j} \min(q_{1,i,j}, q_{2,i,j}) \frac{c_{i,j}^n - c_{i-1,j}^n}{3h_x} + \\
& + \frac{2\Delta_x c_{i+1,j}^n q_{1,i,j} + \Delta_x c_{i,j}^n q_{0,i,j}}{3} = 2\mu_{i+1/2,j} q_{1,i,j} \frac{c_{i+1,j}^n - c_{i,j}^n}{h_x^2} - 2\mu_{i-1/2,j} q_{2,i,j} \frac{c_{i,j}^n - c_{i-1,j}^n}{h_x^2} - \\
& - |q_{1,i,j} - q_{2,i,j}| \mu_{i,j} \frac{\alpha_x c_{i,j}^n + \beta_x}{h_x}, u_{i,j} < 0, \text{ где } \Delta_x c_{i,j}^n = \frac{c_{i,j}^{n-1/2} - c_{i,j}^{n-1}}{\tau};
\end{aligned}$$

– разностная схема для уравнения (7), описывающего перенос вдоль направления Oy, запишется в виде:

$$\begin{aligned}
& \frac{2q_{4,i,j} + q_{0,i,j}}{3} \frac{c_{i,j}^{n+1} - c_{i,j}^{n+1/2}}{\tau} + 5v_{i,j-1/2} q_{4,i,j} \frac{c_{i,j}^{n+1/2} - c_{i,j-1}^{n+1/2}}{3h_y} + \\
& + v_{i,j+1/2} \min(q_{3,i,j}, q_{4,i,j}) \frac{c_{i,j+1}^{n+1/2} - c_{i,j}^{n+1/2}}{3h_y} + \frac{2\Delta_y c_{i,j-1}^{n+1/2} q_{4,i,j} + \Delta_y c_{i,j}^{n+1/2} q_{0,i,j}}{3} = \\
& = 2\mu_{i,j+1/2} q_{3,i,j} \frac{c_{i,j+1}^{n+1/2} - c_{i,j}^{n+1/2}}{h_y^2} - 2\mu_{i,j-1/2} q_{4,i,j} \frac{c_{i,j}^{n+1/2} - c_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_y^2} - \\
& - |q_{3,i,j} - q_{4,i,j}| \mu_{i,j} \frac{\alpha_y c_{i,j}^{n+1/2} + \beta_y}{h_y}, v_{i,j} \geq 0; \tag{9} \\
& \frac{2q_{3,i,j} + q_{0,i,j}}{3} \frac{c_{i,j}^{n+1} - c_{i,j}^{n+1/2}}{\tau} + 5v_{i,j+1/2} q_{3,i,j} \frac{c_{i,j+1}^{n+1/2} - c_{i,j}^{n+1/2}}{3h_y} + \\
& + v_{i,j-1/2} \min(q_{3,i,j}, q_{4,i,j}) \frac{c_{i,j}^{n+1/2} - c_{i,j-1}^{n+1/2}}{3h_y} + \frac{2\Delta_y c_{i,j+1}^{n+1/2} q_{3,i,j} + \Delta_y c_{i,j}^{n+1/2} q_{0,i,j}}{3} = \\
& = 2\mu_{i,j+1/2} q_{3,i,j} \frac{c_{i,j+1}^{n+1/2} - c_{i,j}^{n+1/2}}{h_y^2} - 2\mu_{i,j-1/2} q_{4,i,j} \frac{c_{i,j}^{n+1/2} - c_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_y^2} - \\
& - |q_{3,i,j} - q_{4,i,j}| \mu_{i,j} \frac{\alpha_y c_{i,j}^{n+1/2} + \beta_y}{h_y}, v_{i,j} < 0, \text{ где } \Delta_y c_{i,j}^{n+1/2} = \frac{c_{i,j}^n - c_{i,j}^{n-1/2}}{\tau}.
\end{aligned}$$

Предложенные разностные схемы, построенные на основе линейной комбинации разностных схем «кабаре» и «крест» с весовыми коэффициентами 2/3 и 1/3 соответственно, полученными в результате минимизации порядка погрешности аппроксимации, для задачи диффузии-конвекции обладают меньшей сеточной вязкостью и, как следствие, точнее описывают поведение решения в случае больших сеточных чисел Пекле.

4. Результаты численных экспериментов

На основе описанной выше модели транспорта взвешенных частиц (1) выполнен расчет рыбопродуктивности района производства работ. Разработана и программно реализована модель транспорта взвешенных частиц. Разработанные численные алгоритмы и реализующий их комплекс программ были использованы для исследования гидробиологических процессов при ремонтных дноуглубительных работах.

При оценке скорости течений в протоке, что при приливной скорости течений 0,5 м/с, продолжительности прилива (отлива) 6 часов и скорости отлива 0,25 м/с, средняя скорость фактического переноса взвешенных частиц диаметром 0,05 мм составит 0,12 м/с. Средняя скорость фактического переноса взвешенных частиц диаметром 0,05 мм, которые наносят наибольший вред водным биоресурсам, на отвалах составит 0,2 м/с. Исходными данными являются: глубина водоема 10 м; объем загрузки 741 м³; скорость течения 0,2 м/с; скорость осаждения 2,042 мм/с (по Стоксу); плотность грунта 1600 кг/м³; процентное содержание пылеватых частиц (d меньше 0,05 мм) в песчаных грунтах – 26,83 %. Параметры расчетной области: длина 3 км; ширина 1,4 км; шаг по горизонтальной пространственной координате 20 м; шаг по вертикальной пространственной координате 1 м; расчетный интервал 2 часа.

На рис. 2 приведена динамика изменения концентрации взвешенных частиц (мг/л) с течением времени. Приведены значения поля концентрации взвеси в сечении расчетной области плоскостью, проходящей через точку выгрузки и образованную векторами направленными: вертикально и вдоль течения. Расчетный интервал составлял: 15 мин; 30 мин; 1 ч; 2 ч соответственно. Течения направлены слева на право.

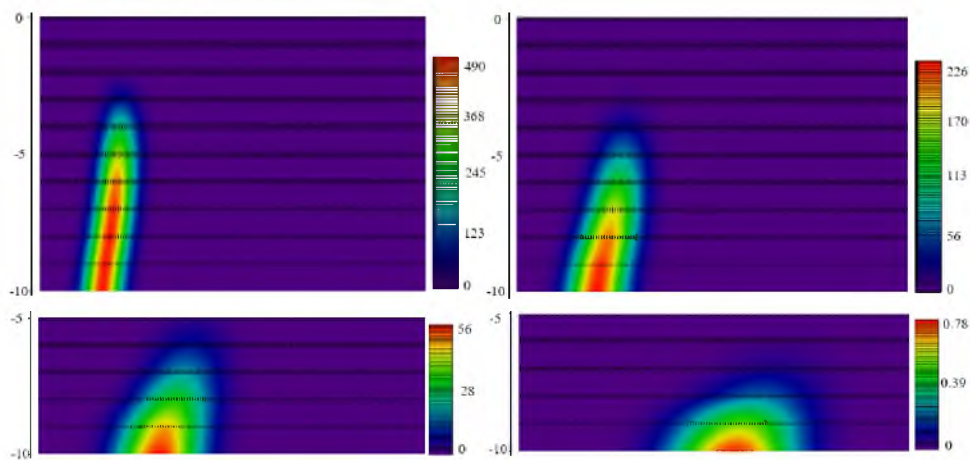


Рисунок 2. Вертикальный профиль горизонтальной компоненты вектора скорости течения (а), зависимости от времени объема воды с содержанием взвешенных частиц: 1 – более 100 мг/л, 2 – более 20 мг/л, 3 – более 0,25 мг/л (б).

Исходя из полученных материалов, рассчитываем общее количество загрязненной воды при отвалах грунта (таблица 2).

Фактическая оценка воздействия на кормовую базу рыб невозможна без применения наиболее современных и оптимизированных математических моделей, позволяющих спрогнозировать как распространение шлейфов взвеси в водной среде, так и изменение рельефа дна в связи с выпадением взвешенных частиц грунта в осадок. Рассчитано количество загрязненных вод при отвалах грунта и при работе дноуглубительной техники для расчета ущерба рыбным запасам, а также рассчитаны значения площадей областей, при которых наблюдается гибель донной растительности на отвалах и в районах

Таблица 2. Объемы загрязненной воды при сбросе грунта.

Номер участка	Общий объем загрязненной воды при разовом сбросе, млн. м ³	В том числе воды с концентрациями загрязняющих веществ, млн. м ³			Кол-во сбросов	Общий объем воды с концентрациями загрязняющих веществ, млн. м ³		
		>0,25 мг/л	>20 мг/л	>100 мг/л		>0,25 мг/л	>20 мг/л	>100 мг/л
1	1,285	0,89	0,245	0,15	124	110,36	30,38	18,6
2	1,12	0,813	0,202	0,105	50	40,65	10,1	5,25
3	1,279	0,889	0,24	0,15	45	40,005	10,8	6,75

дноуглубительных работ. На основе разработанного программного комплекса установлено, что уменьшение размеров областей отвалов грунта позволяет минимизировать ущерб, наносимый биотопам.

5. Заключение

В работе рассмотрено развитие и применение метода учета заполненности прямоугольных ячеек материальной средой, в частности, жидкостью для повышения гладкости и точности конечноразностного решения задач гидродинамики со сложной формой граничной поверхности. Для исследования возможностей предлагаемых разностных схем рассмотрены две задачи вычислительной гидродинамики – пространственно-двумерного течения вязкой жидкости между двумя соосными полуцилиндрами и переноса веществ между соосными полуцилиндрами. В случае непосредственного использования прямоугольных сеток (ступенчатой аппроксимации границ) относительная погрешность расчетов достигает 70%, при тех же условиях использование предлагаемого метода позволяет уменьшить погрешность до 6%. Дробление прямоугольной сетки в 2-8 раз по каждому из пространственных направлений не приводит к такому же повышению точности, которой обладают численные решения, полученные с учетом заполненности ячеек, что позволяет применять данный класс схем для численного решения задач вычислительной океанологии. В качестве практического примера применения предложенных схем рассмотрена задача дампинга грунта. Разработанные алгоритмы позволяют повысить точность моделирования транспорта шлейфов взвеси в водной среде.

6. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-07-00623.

7. Литература

- [1] Сухинов, А.И. Решение задачи переноса веществ при больших числах Пекле / А.И. Сухинов, Ю.В. Белова, А.Е. Чистяков // Вычислительные методы и программирование. – 2017. – Т. 18, № 4. – С. 371-380.
- [2] Головизнин, В.М. Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной / В.М. Головизнин, А.А. Самарский // Математическое моделирование. – 1998. – Т. 10, №1. – С. 86-100.
- [3] Thomas, J. P. Development of Non-Dissipative Numerical Schemes for Computational Aeroacoustics / J.P. Thomas, P.L. Roe // 11th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. – 1993. – P. 906-916. DOI: 10.2514/6.1993-3382.

- [4] Chang, S.C. New developments in the method of space-time conservation element and solution element- applications to two-dimensional time-marching problems / S.C. Chang, X.Y. Wang, C.Y. Chow – Cleveland, Ohio: Lewis Research Center, National Aeronautics and Space Administration, 1994.
- [5] Глотов, В.Ю. Схема КАБАРЕ для двумерной несжимаемой жидкости в переменных «скорость–давление» / В.Ю. Глотов, В.М. Головизнин // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2013. – Т. 53, № 6. – С. 898-913.
- [6] Глотов, В.Ю. Новая схема «двухслойный крест» для моделирования стохастических уравнений Ландау- Лифшица // В.Ю. Глотов, В.М. Головизнин, С.А. Карабасов, А.П. Маркештейн // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2014. – Т. 54, № 2. – С. 298-317.
- [7] Сухинов, А.И. О разностных схемах кабаре и крест / А.И. Сухинов, А.Е. Чистяков, Е.А. Проценко // Вычислительные методы и программирование. – 2019. – Т. 20, № 2. – С. 170-181.
- [8] Krasnov, M.M. Discontinuous Galerkin method on three-dimensional tetrahedral meshes. The usage of the operator programming method / M.M. Krasnov, P.A. Kuchugov // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2017. – Vol. 9(5). – P. 529-543.
- [9] Milyukova, O.Yu. A multigrid method for the heat equation with discontinuous coefficients with the special choice of grids / O.Yu. Milyukova, V.F. Tishkin // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2016. – Vol. 8(2). – P. 118-128.
- [10] Gasilov, V.A. Difference schemes based on the support operator method for fluids dynamics problems in a collector containing gas hydrates / V.A. Gasilov, I.V. Gasilova // Comput. Math. Math. Phys. – 2015. – Vol. 55(8). – P. 1310- 1323.
- [11] Сухинов, А.И. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе / А.И. Сухинов, А.Е. Чистяков, Е.В. Алексеенко // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 3. – С. 3-21.

Modeling of transport of suspended particles based on a modified Upwind Leapfrog difference scheme

A.I. Sukhinov¹, A.E. Chistyakov¹, I.Y. Kuznetsova², E.A. Protsenko³, A.M. Atayan¹

¹Don State Technical University, Gagarina square 1, Rostov-on-Don, Russia, 344000

²Southern Federal University, Bolshaya Sadovaya Str. 105/42, Rostov-on-Don, Russia, 344006

³A.P. Chekhov University of Taganrog (branch of Rostov State University of Economics), Initsiativnaya Str. 48, Taganrog, Russia, 347936

Abstract. The paper considers the solution of the suspension transport problem for large grid Peclet numbers. For the numerical solution of the diffusion-convection problem at large grid Peclet numbers a difference scheme is developed, the scheme based on linear combination of the Upwind and Standard Leapfrog difference schemes with weight coefficients obtained by minimizing the approximation error at small Courant numbers. The proposed approach takes into account the function of cell occupancy, which allows to increase the accuracy of modeling on the area with complex geometry.