

Моделирование сейсмоизолирующей опоры

О.К. Кройтор¹, М.Д. Малых¹, Л.А. Севастьянов¹

¹Российский университет дружбы народов, Миклухо-Маклая б, Москва, Россия, 117198

Аннотация. В работе рассматривается кинематическая опора, позволяющая гасить энергию колебаний сейсмических волн при землетрясениях. Мы предлагаем рассмотреть опору, с точки зрения классической механики, то есть представить опору абсолютно твердым телом, колеблющемся в вертикальной плоскости над неподвижной горизонтальной твердой плитой и реализовать модель сейсмоизолирующей опоры в системе компьютерной алгебры Sage. Данный подход позволяет более адекватно описать взаимодействие опоры с грунтом и плитой здания. В докладе будут представлены промежуточные результаты численных экспериментов, полученных в Sage.

1. Введение

В работе рассматривается кинематическая опора, которая снижает энергию колебаний сейсмических волн при землетрясениях.

В 2000-ых годах перед профессором Курзановым А.М. стояла задача изобретения конструкции, которая позволяла бы снижению горизонтальных динамических воздействий на здание во время 7-, 8-, 9- балльных MSK-84 землетрясений до уровня 6-балльных [1,2,3].

Кинематические опоры, разработанные Курзановым и его коллегами, представляют собой вертикально поставленные цилиндры, на которое опирается здание. Ни место входа опоры в грунт или бетонную плиту, ни контакта с горизонтальной плитой поставленного на такие опоры здания не закрепляются жестко. Опоры могут быть изготовлены в виде трубобетонных стоек с внешней облойкой из стальной трубы или армирующей облойкой из углекомпонитных или базальтокомпонитных сеток. Перспективным является использование в конструкции стойки бетона с дисперсным армированием базальтовой фиброй, так как такие бетоны обладают повышенной стойкостью к трещинообразованию и прочностью на растяжение при изгибе.

Работа направлена на создание адекватной математической модели опоры и ее сопряжения со зданием, которая поможет проектировать опоры с учетом эксплуатационных требований заказчиков [4,5].

Можно подойти с двух сторон к решению поставленной задачи. Во-первых, создать модель упругой опоры в системе Ansys [6]. В таком подходе сложность возникает в отыскании или подборе адекватных граничных условий для места, где опора соприкасается с грунтом и плитой здания.

Второй подход предлагает принять опору абсолютно твердым телом, колеблющемся в вертикальной плоскости над неподвижной горизонтальной абсолютно гладкой плитой, но зато более адекватно описать взаимодействие опоры с грунтом и плитой здания. Для решения

задачи вторым подходом используем исследования, представленные в работе [7] и систему компьютерной алгебры SageMath [8].

В докладе представлены промежуточные результаты численных экспериментов, полученных в Sage, при построении модели кинематической опоры как абсолютно твердого тела, колеблющегося в вертикальной плоскости над неподвижной горизонтальной абсолютно гладкой плитой.

2. Модель движения тяжелого твердого тела по неподвижной поверхности

Модели движения твердого тела из работы [7] представляют собой системы большого числа ОДУ, не разрешенных относительно производных. Они, как правило, не допускают аналитического решения. Поэтому мы собираемся использовать метод конечных разностей. А для его успешного применения важно разрешить уравнения относительно производных путем повышения ее порядка. В виду большого числа уравнений, эта процедура оказывается достаточно сложной. Поэтому представляется естественным выполнять ее в CAS (computer algebra system). Исследование на ЭВМ такого рода моделей будет выполняться в два этапа:

- 1) символьные преобразования, приводящие систему к нормальному виду, используемую в стандартной формулировке теоремы Коши;
- 2) численное решение этой системы по методу конечных разностей.

Система Sage выбрана, т.к. в ней одновременно можно выполнять оба действия. Для отладки описанного подхода мы взяли простейшую модель, описывающую полную систему уравнений движения тяжелого твердого тела по неподвижной горизонтальной абсолютно гладкой плоскости [7].

Пусть кинематическая опора имеет форму жесткого цилиндра, у которого одно из оснований имеет сферическую форму. Опора устанавливается между фундаментом здания и собственно самим зданием. Опора касается фундамента здания всегда сферическим концом. Будем считать, что при колебании либо при воздействии горизонтальных сил на основание сооружения, точка касания опоры и плиты лежит всегда в плоскости Oxy .

Для описания колебания опоры будем использовать полную систему уравнений движения тяжелого твердого тела по неподвижной горизонтальной абсолютно гладкой плоскости (1) из работы [7] и адаптируем эту систему для нашей задачи.

Движение тела отнесем к неподвижной системе координат Oxy с началом O в некоторой точке плоскости. Ось Oz направим вертикально вверх, где n единичный вектор внутренней нормали к поверхности тела построенной в точке M оси Oz . Через $G\xi\eta\zeta$ обозначим жестко связанную с телом подвижную систему координат с началом в его центре тяжести G и оси, которые направлены вдоль главных центральных осей инерции (рисунок 1). Ориентация тела относительно неподвижной системы координат задается углами Эйлера φ, ψ, θ .

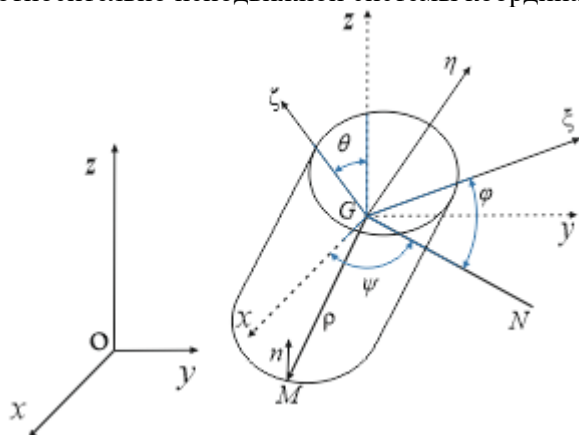


Рисунок 1. Движения твердого тела над абсолютно гладкой горизонтальной плоскости.

Возьмем оси ξ, η, ζ за главные оси инерции относительно центра тяжести. Пусть M точка касания горизонтальной плоскости Oxy и опоры (рис. 1). Ее координаты ξ, η, ζ в системе $G\xi\eta\zeta$, будут функциями углов θ, φ , определяемыми по виду уравнения $F(\xi, \eta, \zeta) = 0$, задающего форму поверхности тела [7].

Система (1) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 N &= m\ddot{z} + mg \\
 A \frac{dp}{dt} + (C - B)qr &= N(\eta a_{33} - \zeta a_{32}) \\
 B \frac{dq}{dt} + (A - C)rp &= N(\zeta a_{31} - \xi a_{33}) \\
 C \frac{dr}{dt} + (B - A)pq &= N(\xi a_{32} - \eta a_{31}) \\
 \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + R^2 &= 0 \\
 z &= -\rho \cdot n = -(a_{31}\xi + a_{32}\eta + a_{33}\zeta) \\
 a_{31} = \sin \theta \sin \varphi &= -\frac{1}{|\text{grad } F|} \frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{1}{R} \xi \\
 a_{32} = \sin \theta \cos \varphi &= -\frac{1}{|\text{grad } F|} \frac{\partial F}{\partial \eta} = -\frac{1}{R} \eta \\
 a_{33} = \cos \theta &= -\frac{1}{|\text{grad } F|} \frac{\partial F}{\partial \zeta} = -\frac{1}{R} \zeta \\
 p &= \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \\
 q &= \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \\
 r &= \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}
 \end{aligned} \tag{1}$$

где N – нормальная реакция плоскости; m – масса тела; g – ускорение свободного падения; z – координата центра тяжести тела в неподвижной системе координат; углы p, q, r – проекции вектора ω угловой скорости тела на оси систему координат G_ξ, G_η, G_ζ жестко связанной с телом системы координат; A, B, C – главные моменты инерции тела относительно этих осей; R – радиус основания опоры сферической формы; ξ, η, ζ – компоненты радиус-вектора ρ точки касания M опоры и плиты относительно центра тяжести; φ, ψ, θ – углы Эйлера; a_{31}, a_{32}, a_{33} – величин матрицы направляющих косинусов a_{ij} ;

3. Промежуточные результаты численных экспериментов в Sage

Пользуясь силами Sage и взяв углы Эйлера φ, ψ, θ за основные переменные, упростим систему (1) и приведем к следующему виду:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\varphi} &= F(\varphi(t), \psi(t), \theta(t), \dot{\varphi}(t), \dot{\psi}(t), \dot{\theta}(t)) \\
 \ddot{\psi} &= G(\varphi(t), \psi(t), \theta(t), \dot{\varphi}(t), \dot{\psi}(t), \dot{\theta}(t)) \\
 \ddot{\theta} &= H(\varphi(t), \psi(t), \theta(t), \dot{\varphi}(t), \dot{\psi}(t), \dot{\theta}(t))
 \end{aligned} \tag{2}$$

Выражения для F, G, H , полученные для системы (1) в Sage, не приведены в виду их громоздкости. Скажем лишь, что мы получили разрешенную относительно старших производных систему ДУ 6-го порядка включающую три уравнения и три неизвестные функции $\varphi(t), \psi(t), \theta(t)$.

Для решения такой системы с начальными условиями будем использовать метод конечных разностей, ниже представлены результаты численных экспериментов, выполненных по явной схеме Эйлера с шагом $dt = 0,071$.

Следовательно, реализуем явный метод Эйлера при следующих начальных условиях: $N = 700, \text{sphi}0 = 0.1, \text{spsi}0 = 0.1, \text{stheta}0 = 0.1, u0 = 1, v0 = 1, w0 = 1, h = 5\pi/N, t = 0, A = 1, B = 1, C = 1,$

где N – количество разбиении; h – шаг; $\text{sphi}0, \text{spsi}0, \text{stheta}0$ – углы Эйлера в начальный момент времени; $u0, v0, w0$ – скорости изменения углов Эйлера; A, B, C – моменты инерции. Результат метода Эйлера представлены на рисунках 2-5.

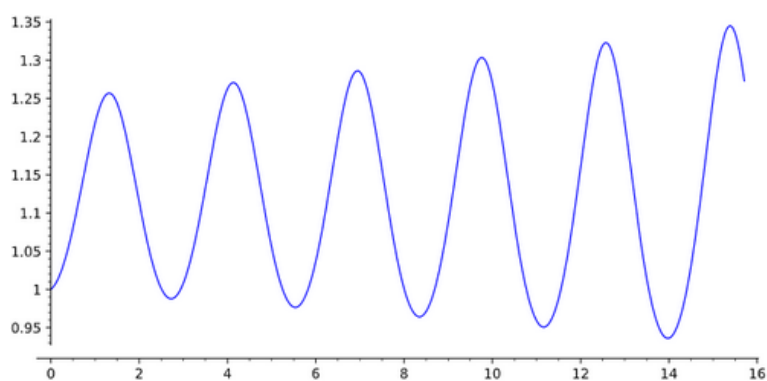


Рисунок 2. Скорость изменения угла φ и ψ с течением времени.

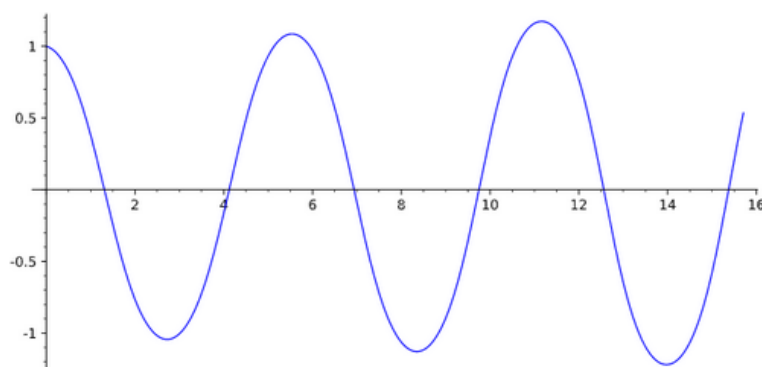


Рисунок 3. Скорость изменения угла θ с течением времени.

На рисунках 2 и 3 видно, что скорости изменения углов изменяются по гармоническому закону при этом амплитуда графиков функции растет с течением времени.

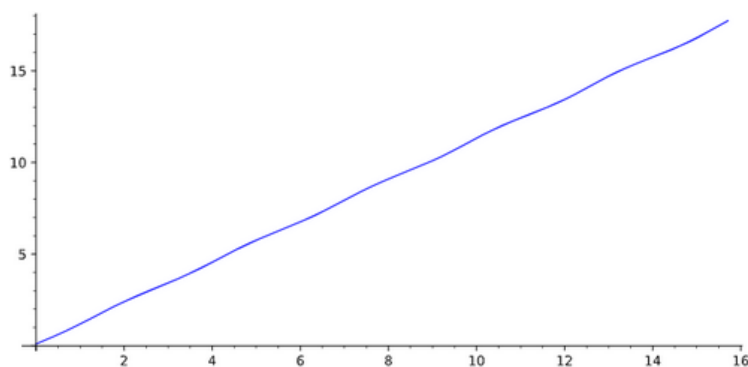


Рисунок 4. Изменение угла φ и ψ с течением времени.

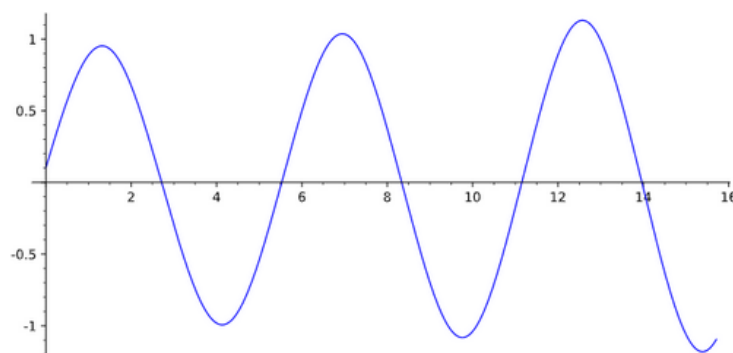


Рисунок 5. Изменение угла θ с течением времени.

Результаты вычислений, представленные на рисунках 4 и 5, показывают, что углы φ , ψ увеличиваются с течением времени по линейному закону, а угол θ изменяется по гармоническому закону и амплитуда его графика функции растёт. Таким образом, после символического приведения системы обыкновенных уравнений к нормальному виду численное исследование модели не представляет никаких принципиальных трудностей.

Следующим шагом для решения поставленной задачи, нам необходимо будет определить корректные дополнительные условия и определить ситуации, в которых происходит переход от гармонических колебаний к хаотическим, т.е. когда при сильных колебаниях грунта центр тяжести может сдвинуться по горизонтали за пределы точки вращения опоры и опоры начнут опрокидываться. После нахождения корректных н.у. и г.у., для создания адекватной математической модели опоры, мы будем учитывать трение, уточнив уравнения реакции плоскости (плиты), и через трения реализовывать механизм возникновения землетрясения. Собственно, это то самое место, с которым мы собираемся заниматься в последующих исследованиях.

4. Заключение

В работе построена грубая математическая модель кинематической опоры, в рамках которой опора рассматривается как абсолютно твердое тело, колеблющееся в вертикальной плоскости над неподвижной горизонтальной абсолютно гладкой плитой. Описана процедура сведения описывающей ее системы дифференциальных уравнений к виду, пригодному для применения метода конечных разностей, и ее реализация в системе компьютерной алгебры Sage. Приведены результаты численных экспериментов.

5. Литература

- [1] Курзанов, А.М. Современное состояние нормированного расчета сооружений на сейсмическую нагрузку // Пром. и гражд. стр-во. – 2009. – № 11. – С. 52-53.
- [2] Курзанов, А.М. Натурные динамические испытания строящегося многоэтажного сейсмоизолированного монолитного дома в Сочи / А.М. Курзанов, С.Ю. Семенов // Промышленное и гражданское строительство – 2005. – № 3. – С. 42-43.
- [3] Курзанов, А.М. Трубобетонная сейсмоизолирующая опора: пат. 2 477 353 Рос. Федерация: МПК: E02D27/34 / А.М. Курзанов, С.Ю. Семенов; заявители и патентообладатели А.М. Курзанов, С.Ю. Семенов. – № 2011126415/03; заявл. 27.06.2011; опубл.10.03.2013, Бюл. № 7. – 10 с.
- [4] Карнилович, С.П. О моделировании сейсмоустойчивости строений / С.П. Карнилович, К.П. Ловецкий, Л.А. Севастьянов, Е.Л. Щесняк // Вестник РУДН Серия Математика. Информатика. Физика. – 2010. – Т. 3, № 1. – С. 79-81.
- [5] Карнилович, С.П. Сейсмоизоляция зданий на основе кинематических опор Курзанова А.М. / С.П. Карнилович, К.П. Ловецкий, Л.А. Севастьянов, Е.Л. Щесняк // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь: материалы 19 международной научной конференции, в 3 т. – М: РУДН, 2016. – Т. 2. – С. 159-164.
- [6] Kroytor, O.K. The penetration modeling of flat obstacles in Ansys Autodyn program // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 675.
- [7] Маркеев, А.П. Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью – М.: Наука, 1992. – 336 с.
- [8] SageMath, the Sage Mathematics Software System (Version 9.0.1)[Electronic resource]. – Access mode: <https://www.sagemath.org>.

Modeling of a seismic isolation support

O.K. Kroytor ¹, M.D. Malykh¹, L.A. Sevastianov¹

¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Miklukho-Maklaya street 6, Moscow, Russia, 117198

Abstract. The kinematic support is considered in the work, which makes it possible to absorb the energy of vibrations of seismic waves during earthquakes. We propose to consider the support from the point of view of classical mechanics, that is, imagine the support as a completely rigid body oscillating in a vertical plane above a fixed horizontal solid plate and implement the model of seismic isolating support in the Sage computer algebra system. This approach allows a more adequate description of the interaction of the support with the soil and the slab of the building. The report will present intermediate results of numerical experiments obtained at Sage.