

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПУЧКОВ БЕССЕЛЯ В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПОЛОЖЕНИЯХ ОСИ КРИСТАЛЛА

А.П. Краснов

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева
(национальный исследовательский университет)

Выполнено численное исследование распространения бesselевых пучков в анизотропных средах при различной ориентации оси кристалла и различной поляризации входных пучков с помощью распределённых вычислений на суперкомпьютерах.

Для анализа использовано две модели – геометрооптическая, основанная на трассировке лучей и реализованная в программном продукте ZEMAX, и волновая в приближении тонких оптических элементов, основанная на разложении по плоским волнам и реализованная в пакете VectorAnisotropicPropagators. Для реализации волнового метода привлекались высокопроизводительные вычислительные ресурсы.

Полученные результаты могут быть использованы в различных сферах оптического проектирования – например, для определения положения оси кристалла и для разработки устройств, выполняющих поляризационные преобразования.

Введение

Одной из важнейших задач оптической информатики является расчёт распространения электромагнитных волн в различных средах. Для однородных изотропных и анизотропных сред существует несколько способов решения такой задачи, среди которых выделяются скалярные операторы распространения – в частности, метод разложения по плоским волнам [1-7].

Как правило, работа этих методов требует объёмных вычислений, что связано с необходимостью вычисления преобразования Фурье. Одним из вариантов решения проблемы является применение различных быстрых алгоритмов, в том числе БПФ, что значительно сокращает время расчёта. Однако применение алгоритма БПФ имеет свои недостатки, связанные с фиксированной дискретностью сигналов на входе и выходе, а также возможностью вычислять только поперечные распределения. Другой вариант – использование параллельных алгоритмов с помощью высокопроизводительных вычислительных средств (суперкомпьютеров).

В данной работе проводится сравнительное моделирование распространения бesselевых и гауссовых пучков с различной поляризацией в одноосном кристалле вдоль и перпендикулярно оси кристалла. Показано, что при этом возникают различные эффекты: в одних случаях – астигматическое искажение, а в других – интерференционное взаимодействие обыкновенного и необыкновенного лучей, причём влияние анизотропной среды на различные типы мод имеет различный характер и зависит от распределения пространственного спектра пучков.

Моделирование осуществляется тремя различными способами – трассировкой лучей, методом разложения по плоским волнам и методом конечных разностей во временной области. В последних двух случаях используется параллельное выполнение программ на суперкомпьютерах. Производится сравнение методов по быстродействию, эффективности, масштабируемости и характеру результатов.

Теоретическая часть

Комплексная амплитуда моды Бесселя выражается следующей формулой:

$$F_{m,\alpha}(r, \varphi, z) = A \cdot J_m(\alpha r) \cdot \exp(im\varphi) \cdot \exp\left(iz\sqrt{k^2 - \alpha^2}\right),$$

где α – масштабный радиальный индекс бesselева пучка, m – угловой индекс.

Формирование функции Бесселя возможно с использованием аксикона:

$$\exp(-ikpr),$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, $p = NA$ – числовая апертура аксикона.

Реализационная часть

Геометрооптический подход реализован в различных коммерческих программных продуктах (например, ZEMAX, LightTrans). Этот подход используется для того, чтобы получить наглядное представление исследуемых явлений.

Вспользуемся программой для оптического моделирования ZEMAX. Подробное описание используемого программного обеспечения приведено в руководстве [8]. Важным преимуществом данного программного обеспечения является возможность исследовать распространение обыкновенных и необыкновенных лучей отдельно.

Подадим на вход плоский пучок и поставим на его пути аксикон. Таким способом моделируется бесселев пучок, так как в программе ZEMAX нет возможности задать произвольный тип входного пучка.

На рисунках 1-2 приведены результаты моделирования распространения пучка в кристалле исландского шпата вдоль оси кристалла. Можно заметить, что обыкновенные и необыкновенные лучи будут фокусироваться различным образом, однако результат их взаимодействия остаётся неясным. При распространении вдоль оси кристалла пучок также оказывается эллиптически поляризованным, но по-другому, нежели в случае сходящегося гауссова пучка. Для обыкновенного луча поляризация близка к линейной и меняется сложным образом в зависимости от поперечных координат, а для необыкновенного луча эллипсы поляризации вытянуты вдоль исходной поляризации пучка.

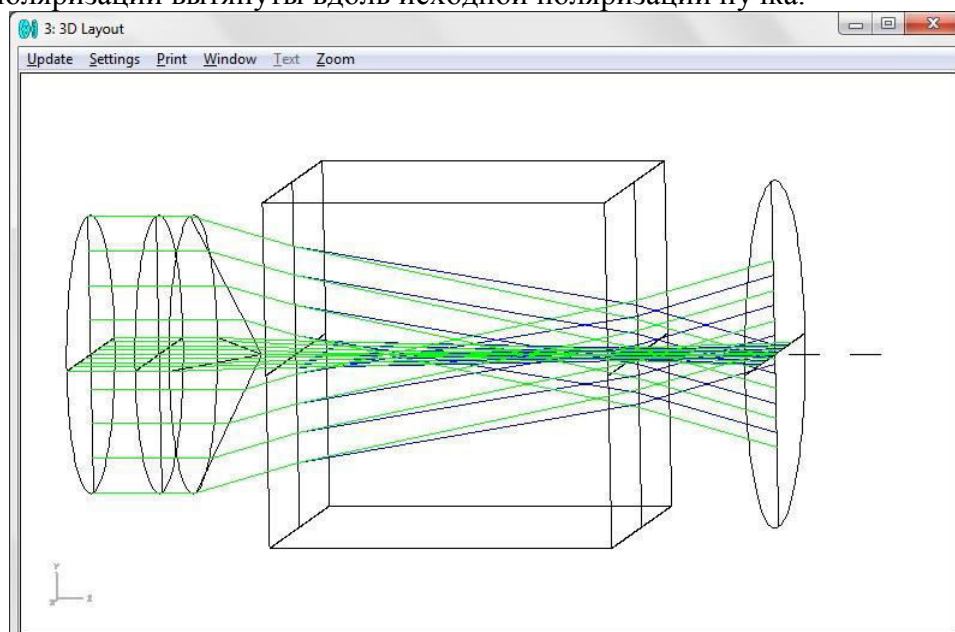


Рисунок 1 – Фокусировка плоского пучка, прошедшего через аксикон, в кристалле исландского шпата при расположении оси кристалла параллельно оси Z .

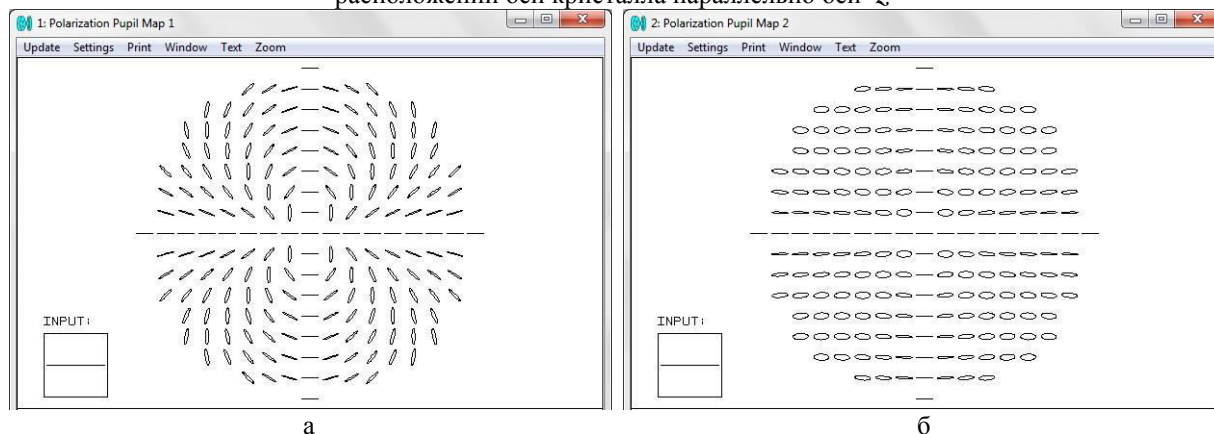


Рисунок 2 – Поляризация плоского пучка, прошедшего через аксикон, при выходе из кристалла исландского шпата: *а* – обыкновенный луч, *б* – необыкновенный луч

Использование трассировки лучей не требует значительных временных затрат и позволяет качественно исследовать фокусировку в кристалле при различных положениях оси, а также изменение поляризации пучка. Однако определить волновые характеристики формируемых полей в этом случае сложно. Поэтому рассмотрим фокусировку излучения в анизотропной среде на основе волновой теории дифракции [9, 10, 11].

Рассмотрим случай, когда ось кристалла ориентирована вдоль оси y .

В случае y -поляризованного пучка электрическое поле практически полностью формируется необыкновенным лучом, который астигматически искажается (рисунки 3-4).



Рисунок 3 – Продольное сечение амплитуды электрического поля при y -поляризации пучка в осевой плоскости, $z = 0,1500 \text{ мкм}$, ось кристалла ориентирована вдоль оси y

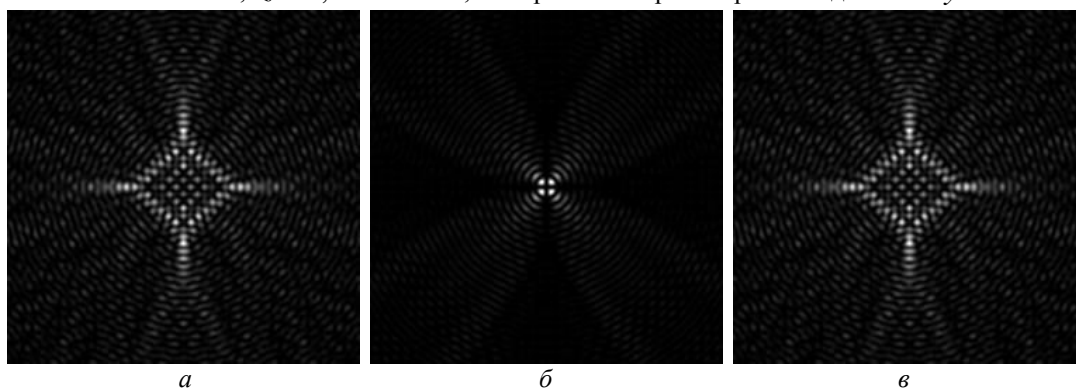


Рисунок 4 – Поперечные сечения амплитуды электрического поля при y -поляризации пучка в плоскости $z = 250 \text{ мкм}$, ось кристалла ориентирована вдоль оси y : a – суммарная амплитуда, b – обыкновенный луч, c – необыкновенный луч

При x -поляризации пучок распространяется так же, как и в изотропной среде, то есть без искажений и с сохранением структуры до некоторого расстояния.

Наиболее интересные результаты получены при моделировании распространения бесселева пучка вдоль оси кристалла. В результате интерференции обыкновенного и необыкновенного луча возникают периодические колебания осевой интенсивности, которые сохраняются вплоть до распада пучка, что хорошо заметно на рисунках 5-6.

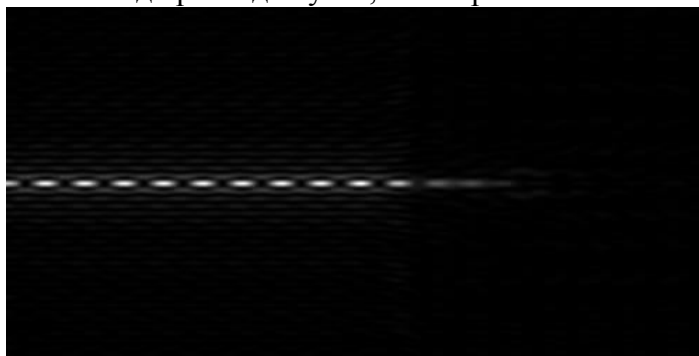


Рисунок 5 – Продольное сечение амплитуды электрического поля в осевой плоскости, $z = 0,1500 \text{ мкм}$, ось кристалла ориентирована вдоль оси z

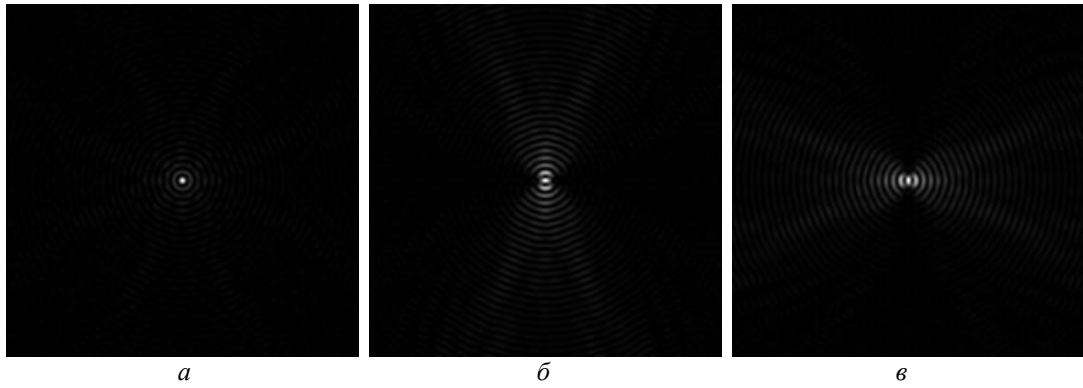


Рисунок 6 – Поперечные сечения амплитуды электрического поля в плоскости $z = 500 \text{ мкм}$, ось кристалла ориентирована вдоль оси Z : a – суммарная амплитуда, b – обыкновенный луч, v – необыкновенный луч

Экспериментальная часть

Исследуем зависимость времени работы программы от количества процессоров суперкомпьютера, задействованных в вычислениях. Будем задавать число отсчётов равным 251×251 и 501×501 и изменять количество процессоров следующим образом: 1, 2, 4, 8, 16. Время работы программы представлено в таблице 1. График зависимости времени работы программы от параметров изображён на рисунке 7. Нетрудно убедиться, что длительность работы программы пропорциональна квадрату числа отсчётов в двумерном спектре.

Таблица 1 – Время работы программы при различном числе отсчётов спектра и количестве процессоров

Число отсчётов спектра	Количество процессоров				
	1	2	4	8	16
250×250	15477	8292	4537	2414	1305
500×500	62915	34508	16722	8843	4710

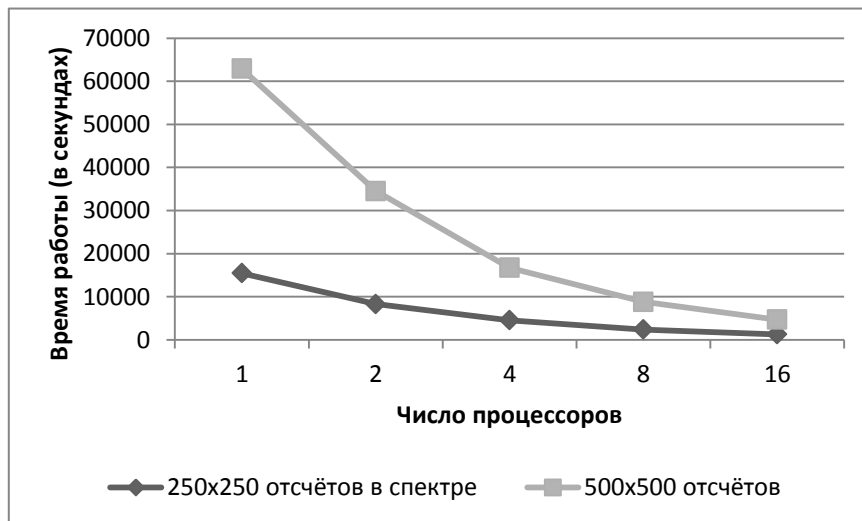


Рисунок 7 – График зависимости времени работы программы (в секундах) от числа отсчётов спектра и количества узлов кластера

На рисунке 8 представлен график зависимости эффективности программы от параметров. С ростом числа процессоров эффективность программы снижается, но незначительно. Это связано с тем, что алгоритм основан на численном интегрировании, реализация которого может быть легко распараллелена.

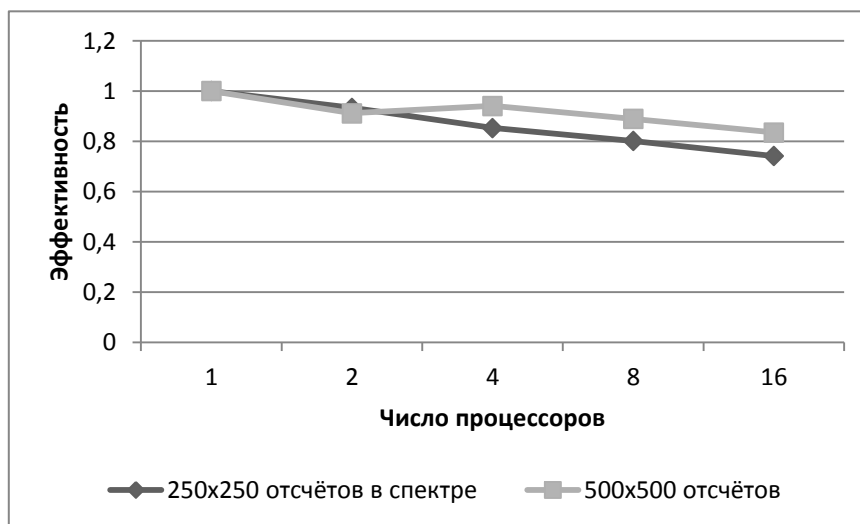


Рисунок 8 – График зависимости эффективности программы от числа отсчетов спектра и количества узлов кластера

Заключение

В ходе выполнения работы были получены следующие основные результаты.

Проведено численное моделирование распространения бесселевых пучков в двулучепреломляющей среде. Показано, что при определённых условиях происходит пространственное разделение обыкновенного и необыкновенного лучей. Чем больший путь пучок проходит в кристалле, тем сильнее это расхождение.

При распространении в кристалле, ось которого перпендикулярна направлению распространения и направлению поляризации, бесселев пучок ведёт себя также, как и в однородной среде, сохраняя модовые свойства. В противном случае бесселев пучок испытывает астигматические искажения. При распространении бесселева пучка вдоль оси кристалла кроме астигматического преобразования имеется также периодическое изменение интенсивности на оси распространения, связанное с интерференцией обыкновенного и необыкновенного лучей.

Исследование проведено несколькими способами, в том числе с использованием высокопроизводительных вычислительных средств. Моделирование позволяет наглядно визуализировать физические процессы. Продемонстрирована зависимость времени работы программ от различных параметров. Нетрудно убедиться, что различные методы моделирования дают качественно согласованные результаты.

Геометрооптическое моделирование не требует значительных временных затрат и позволяет удобно реализовывать визуализацию поляризационных преобразований, при этом хорошо отслеживается фокусировка в кристалле при различных положениях оси, а также изменение поляризации пучка. Однако определить волновые характеристики формируемых полей в этом случае сложно.

Волновое моделирование на основе разложения по плоским волнам позволяет количественно оценить характеристики формируемых электромагнитных полей, но не учитывает физические свойства элементов, формирующих пучки, и требует значительных временных затрат при расчёте. Длительность работы программы пропорциональна квадрату числа отсчетов в двумерном спектре.

Численное моделирование с различным типом поляризации пучков и различным положением оси кристалла позволило определить условия, при которых происходит наибольшее астигматическое искажение пучков. Проведённый анализ может быть полезен на практике для определения положения оси кристалла.

17. Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. Luneburg R.K. Mathematical Theory of Optics. Berkeley, California: University of California Press, 1964. 440 p.

3. Федоров Ф.И. Оптика анизотропных сред. Минск: Издательство Академии Наук БССР, 1958. 381с.
4. Ярив А. Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
5. Fleck J.A.Jr., Feit M.D. Beam propagation in uniaxial anisotropic media // J. Opt. Soc. Am. 1983. Vol. 73, No. 7. P. 920-926.
6. Ciattoni A., Crosignani B., Di Porto P. Vectorial theory of propagation in uniaxially anisotropic media // J. Opt. Soc. Am. A. 2001. Vol. 18, No. 7. P. 1656-1661.
7. Досколович Л.Л., Казанский Н.Л., Харитонов С.И. Интегральные представления решений системы уравнений Максвелла для анизотропных сред // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34, № 1. С. 52-57.
8. ZEMAX. Optical Design Program. User's Guide. ZEMAX Development Corporation, June 9, 2009. 766 p.
9. Хонина С.Н., Харитонов С.И. Аналог интеграла Рэлея-Зоммерфельда для анизотропной и гиротропной сред // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36, № 2. С. 172-182.
10. Хонина С.Н., Вологовский С.Г., Харитонов С.И. Периодическое изменение интенсивности модовых лазерных пучков при распространении в анизотропных одноосных кристаллах // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2012. Т. 14, № 4. С. 18-27.
11. Khonina S.N., Morozov A.A. and Karpeev S.V. Effective transformation of a zero-order Bessel beam into a second-order vortex beam using a uniaxial crystal // Laser Phys. 2014. Vol. 24. P. 056101 (5pp).