

Моделирование процесса распределения ограниченного ресурса в условиях неполной информированности

Н.Л. Додонова^а, О.А. Кузнецова^а

^а Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

Аннотация

В статье исследуется проблема справедливого распределения ограниченных ресурсов в условиях неполной информированности. Посредством деловых игр моделируется распределение ресурса с использованием манипулируемого механизма. В ходе эксперимента предполагается, что участники могут манипулировать процессом распределения, искажая информацию о собственных функциях полезности и потребности в ресурсах. Моделирование проводится на основе выбора «наилучшего ответа» и нечёткого логического вывода. Описываются результаты игр, проведенных в условиях истинной и искажённой информации модели. Анализ полученных результатов подтверждает нецелесообразность искажения информации.

Ключевые слова: моделирование; ограниченный ресурс; неполная информированность; механизм распределения; функция полезности; выбор «наилучшего ответа»; нечёткий логический вывод

1. Введение

Проблема справедливого распределения ресурса встречается в различных экономических, социальных и других прикладных задачах. Для её решения предложены различные механизмы распределения [1], среди которых можно выделить как манипулируемые, так и неманипулируемые [2, 3, 4].

Как правило, распределение осуществляется на основании сведений об эффективности участников и их потребностях в ресурсах. Однако, эти сведения могут быть умышленно искажены с целью максимизации индивидуальной прибыли.

При использовании неманипулируемых механизмов показано, что искажение информации не оказывает влияния на распределение ресурсов [2].

Данная работа посвящена анализу процесса распределения в условиях отсутствия полной информации об эффективности игроков и их потребности в ресурсе. Распределение ведётся на основании сведений, сообщаемых участниками. В этом случае достоверность информации может вызывать сомнения. При этом в распределение осуществляется с помощью манипулируемого механизма.

2. Основные понятия и обозначения

Рассмотрим задачу распределения ресурса R между n заинтересованными лицами.

Пусть R – распределяемый ресурс;

n – количество игроков;

$u(x_i) = bx_i - a_i x_i^2$, $a > 0$, $b > 0$ – функция полезности i -го игрока.

Очевидно, что максимальную прибыль игрок получит в точке $x_i^* = \frac{b}{2a_i}$

В случае $\sum_{i=1}^n x_i^* > R$, складывается ситуация конфликта и игроки вынуждены бороться за ресурс.

Если $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n (bx_i - a_i x_i^2)$ – суммарная прибыль игроков и существует ограничение $\sum_{i=1}^n x_i = R$, то легко показать, что $S(x_1, x_2, \dots, x_n)$ достигнет максимума в точке $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$, где

$$x_i^0 = \frac{a_1 a_2 \dots a_{i-1} a_{i+1} \dots a_n}{\sum_{j \neq i} a_j a_i}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$$

Если $x_i^* \neq x_i^0$, то i -ый игрок будет заинтересован в увеличении своей прибыли.

В качестве математической модели описанной ситуации конфликта интересов будем использовать деловую игру по распределению ресурса R между n игроками с механизмом обратных приоритетов.

На каждом шаге игры участник делает заявку s_i на ресурс. Заявка удовлетворяется Центром распределения ресурса в объеме

$$x(s_i) = \frac{A_i}{\sum_{j=1}^n \frac{A_j}{s_j}} R, i = \overline{1, n}, \text{ где } A_i = u(x_i^*).$$

Выигрыш определяется прибылью игрока от ресурса, полученного на последнем шаге.

Заметим, что распределение ресурса основывается на знании значений $A_i = u(x_i^*)$ каждого из участников. В некотором смысле A_i можно интерпретировать как предел полезности i -го игрока. Предположим, что истинные значения A_i не известны Центру (параметр a_i известен только игроку) и для проведения распределения ресурса игроки

сами сообщают Центру значение A_i . При этом у игрока есть возможность преувеличить, преуменьшить предел своей полезности или сообщить его истинное значение.

Как изменится распределение ресурса в условиях неполной информации Центра о полезности игроков? Возможно ли в таких условиях достижение максимума суммарной полезности игроков? Выгодно ли участникам скрывать истинные значения предела своей полезности?

3. Цель исследования

Сравнить величину выигрышей участников бизнес-игры по распределению ресурса в условиях полной и неполной информации об их функциях полезности.

Задачи:

- провести вычислительный эксперимент в условиях полной информации о функциях полезности игроков, используя различные модели поведения участников;
- провести вычислительный эксперимент в условиях неполной информации о функциях полезности игроков, используя различные модели поведения участников;
- провести сравнительный анализ полученных результатов.

4. Описание эксперимента

Для проведения вычислительного эксперимента будем использовать две модели поведения:

- модель «наилучших ответов» (МНО);
- модель нечеткого логического вывода (МНЛВ).

Модель наилучших ответов [2] предполагает, что на $k+1$ шаге игры величина заявки s_i^{k+1} должна быть такой, что $x(s_i^{k+1}) = x_i^*$. Если остальные игроки не изменят свои заявки, то объем заявки можно рассчитать из условия

$$x(s_i^{k+1}) = \frac{\frac{A_i}{s_i^{k+1}}}{\sum_{j=1}^n \frac{A_j}{s_j^k} - \frac{A_i}{s_i^{k+1}}} R = x_i^*,$$

тогда

$$s_i^{k+1} = \frac{\frac{A_i}{x_i^*}}{\sum_{j=1}^n \frac{A_j}{s_j^k} - \frac{A_i}{s_i^k}} (R - x_i^*)$$

Модель нечеткого логического вывода [5] использует следующие входные данные:

$\alpha_i = \frac{x(s_i)}{s_i}$ – степень удовлетворения заявки;

N – доля игроков, у которых $\alpha_i \geq 1$.

База правил имеет вид:

П1. Если степень удовлетворения заявки α_i мала и доля игроков N мала, то привлекательность снижения заявки велика.

П2. Если степень удовлетворения заявки α_i мала и доля игроков N велика, то привлекательность не менять заявку велика.

П3. Если степень удовлетворения заявки α_i близка к 1 и доля игроков N мала, то привлекательность снижения заявки велика.

П4. Если степень удовлетворения заявки α_i близка к 1 и доля игроков N велика, то привлекательность повышения заявки велика.

П5. Если степень удовлетворения заявки α_i велика и доля игроков N мала, то привлекательность не менять заявку велика.

П6. Если степень удовлетворения заявки α_i велика и доля игроков N велика, то привлекательность повышения заявки велика.

В результате нечеткого логического вывода дается оценка $\lambda \in [0, 1]$ привлекательности действий игрока P_\uparrow – повысить заявку, P_\downarrow – понизить заявку, P_0 – не менять заявку.

Для проведения эксперимента использовалось специальное программное обеспечение, разработанное в среде O-Tree.

В ходе исследования рассматривались различные комбинации входных параметров, представленных в таблице 1. В каждом эксперименте проводилась серия из 10 игр.

Таблица 1. Комбинации входных параметров экспериментов

№ эксперимента	Функции полезности $u(x_i) = bx_i - a_ix_i^2$	Дефицит ресурса $ R - \sum_{i=1}^n x_i^* $	Относительное расположение оптимальных значений ресурса x_i^*	Модель поведения
1	одинаковые	маленький	совпадают	МНО
2	одинаковые	большой	совпадают	МНО
3	различные	маленький	небольшой разброс	МНО
4	различные	маленький	большой разброс	МНО
5	различные	большой	небольшой разброс	МНО
6	различные	большой	большой разброс	МНО
7	одинаковые	маленький	совпадают	МНЛВ
8	одинаковые	большой	совпадают	МНЛВ
9	различные	маленький	небольшой разброс	МНЛВ
10	различные	маленький	большой разброс	МНЛВ
11	различные	большой	небольшой разброс	МНЛВ
12	различные	большой	большой разброс	МНЛВ

5. Результаты

На рисунке 1 представлены усредненные значения распределения ресурса. На рисунке 2 – усредненные значения полученной индивидуальной прибыли агентов и суммарная прибыль. Везде далее

- a) игроки сообщают достоверную информацию о максимуме своей прибыли и количестве необходимого ресурса;
- b) игроки завышают значение о максимуме своей прибыли и сообщают точное количество необходимого ресурса;
- c) игроки занижают значение о максимуме своей прибыли и сообщают точное количество необходимого ресурса;
- d) игроки искажают информацию о максимуме своей прибыли и количество необходимого ресурса.



Рис. 1. Распределение ресурсов между агентами в случае истинной и искажённой информации.

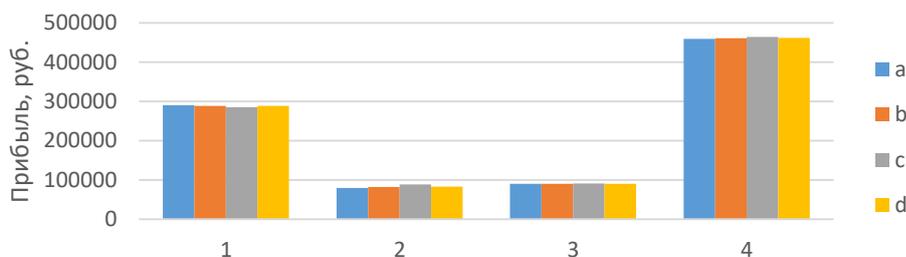


Рис. 2. Индивидуальная и суммарная прибыль агентов и в случае истинной и искажённой информации.

В таблице 2 представлены числовые данные по распределению ресурса между участниками, величины индивидуальной и суммарной прибыли

Таблица 2. Комбинации входных параметров экспериментов

Условия эксперимента	Величина полученного ресурса				Прибыль агентов			
	a	b	c	d	a	b	c	d
P1	453,57	455,4782	460,1372	455,9209	289962,8	288575,2	285095,7	288250,2
P2	355,1272	353,4823	349,4531	353,096	79677,78	82215,97	88318,84	82808,03
P3	191,3028	191,0396	190,4097	190,9831	89831,48	90110,22	90772,57	90169,83
Суммарная прибыль системы					459472	460901,4	464187,1	461228,1

При этом во всех вариантах отклонение полученного ресурса от оптимального индивидуального показателя является примерно одинаковым.

6. Заключение

Проведенные эксперименты показали, что использование различных моделей поведения игроков, в большинстве случаев приводит к максимизации суммарной прибыли игроков.

Использование участниками недостоверной информации не оказывает существенного влияния на распределение ресурса между игроками и суммарную полезность.

Литература

- [1] Бурков, В.Н. Большие системы: моделирование организационных механизмов / В.Н. Бурков, Б. Данев, А.К. Еналеев – М.: Наука, 1989. – 248 с.
- [2] Коргин, Н. А. Представление механизма последовательного распределения ресурсов как неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы / Н. А. Коргин // Управление большими системами. Выпуск 36. М.: ИПУ РАН, 2012. С.186-208.
- [3] Bogomolnaia, A. Dividing Goods and Bads Under Additive Utilities / A.Bogomolnaia , Н. Moulin, F. Sandomirskiy , E. B. Yanovskaya //NRU Higher School of Economics. Series EC "Economics". 2016. No. 153.
- [4] Arifovic, J. A Behavioral Model for Mechanism Design: Individual Evolutionary Learning/ J. Arifovic and J. Ledyard. // Journal of Economic Behavior & Organization December 23, 2010.
- [5] Додонов, М.В. Модель системы поддержки принятия решения с использованием нечёткой логики в деловых играх распределения ресурсов с нетрансферабельной полезностью. /Додонов М.В., Додонova Н.Л., Кузнецова О.А.,Елистратов А.А. //Управление большими системами (УБС'2016) [Электронный ресурс] : Материалы XIII Всерос. школы-конф. молодых ученых, 5–9 сент. 2016 г, Самара / под общ. ред. Д.А. Новикова, В.Г. Засканова ; Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова; Самарский ун-т. – Электрон. текстовые дан. (215 Мб.). – М. : ИПУ РАН, 2016.