

Моделирование колебаний поверхности солнечного паруса, совершающего межпланетный перелет

А.С. Чекашов¹, О.Л. Старинова¹, Б.Н. Алипова¹, И.В. Горбунова¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Целью данной работы является изучения влияния колебаний поверхности солнечного паруса на движение космического аппарата, совершающего межпланетный перелет. Солнечный парус – это двигательная установка, создающая тягу за счет давления солнечного света на его поверхность. Данная статья состоит из трех частей: вывода уравнения колебаний поверхности солнечного паруса и определения создаваемой им тяги, решения задачи о колебаниях его поверхности и моделирования межпланетного перелета. В первой части приводятся основные допущения, необходимые для решения задачи и выводится уравнение колебаний поверхности солнечного паруса. Уравнение колебаний выводится как для различных случаев нагружения паруса, так и для различных видов его конструкции. Также выводится формула для определения силы тяги, создаваемой парусом. Во второй части производится моделирование колебаний поверхности паруса и определяется создаваемая им тяга. Сила тяги, создаваемая солнечным парусом, зависит как от его формы, так и от расстояния до Солнца. В третьей части моделируется межпланетный перелет космического аппарата с солнечным парусом с учетом этих факторов.

1. Введение

В настоящей работе рассмотрена задача моделирования свободных колебаний поверхности солнечного паруса и вынужденных колебаний, вызванных действием на поверхность паруса силы давления солнечного света. Солнечный парус является двигательной установкой, создающей тягу за счет давления солнечного света на его поверхность [1]. Тяга, создаваемая парусом, зависит от расстояния до Солнца, его ориентации относительно Солнца, его отражательной способности и формы его поверхности. Изучения влияния последнего фактора и является целью данной работы.

Возможность межпланетных перелетов космических аппаратов с солнечным парусом и особенности данного способа передвижения изучались во множестве работ, например [2,3,4]. В этих работах солнечный парус принимается за идеально ровную поверхность. В данной работе ставилось целью вывести аналитические выражения для определения формы колебаний солнечного паруса и оценить их возможное влияние на его движение при совершении межпланетных перелетов.

В данной работе были смоделированы колебания для различных моделей солнечного паруса. В качестве объекта для моделирования был выбран космический аппарат (КА) с солнечным парусом «Sunjammer», разработанный американской компанией L'Garde. Солнечный парус, установленный на нем, представляет собой прямоугольную конструкцию со

сторонами 38×38 м и толщиной 5 нм [5]. Было оценено влияние колебаний поверхности солнечного паруса КА «Sunjammer» на вырабатываемую им тягу и было изучено поведение колебаний и тяги в зависимости от расстояния до Солнца.

2. Описание математической модели

Для решения задачи о колебаниях солнечного паруса нам потребуется ввести некоторые допущения [6]:

- в качестве модели выберем мембрану, жестко закрепленную по краям;
- парус совершает поперечные колебания;
- колебания паруса считаем малыми;
- мы пренебрегаем изменением площади поверхности паруса при колебаниях;
- сила натяжения равномерно распределена по поверхности паруса;
- материал паруса считаем однородным;

2.1. Вывод уравнения собственных колебаний прямоугольного паруса

Пусть мембрана в состоянии покоя имеет форму прямоугольника, ограниченного прямыми $x=0$, $x=l$, $y=0$, $y=m$. Согласно [7], задача о колебаниях мембраны сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u|_{t=0} = f(x, y), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = F(x, y) \quad (2)$$

и краевыми условиями, заданными на границе прямоугольника

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=m} = 0. \quad (3)$$

В уравнении (1) коэффициент a^2 представляет собой отношение силы натяжения паруса к плотности материала, из которого парус изготовлен:

$$a^2 = \frac{T}{\rho}.$$

Найдем решения уравнения (1) методом Фурье, удовлетворяющие краевым условиям (3), в виде произведения трех функций, каждая из которых зависит только от одного аргумента:

$$u(x, y, t) = X(x)Y(y)T(t). \quad (4)$$

Решение, удовлетворяющее начальным условиям (2), будем искать в виде ряда. Каждое частное решение зависит от двух индексов: k и n , поэтому потребуется образовать двойную сумму

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{k,n} \cos \omega_{k,n} t + b_{k,n} \sin \omega_{k,n} t) \sin \lambda_k x \sin \mu_n y. \quad (5)$$

Заставляя индексы суммирования k и n пробегать все положительные числа независимо друг от друга, мы тем самым учтем все частные решения. Подставляя значение $t=0$ в функцию $u(x, y, t)$ и производную $\frac{\partial u}{\partial t}$, получим:

$$u|_{t=0} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{k,n} \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m} = f(x, y), \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \omega_{k,n} b_{k,n} \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m} = F(x, y). \quad (7)$$

Исходя из установленных соотношений, можно найти все коэффициенты разложений (6) и (7). Формулы для их отыскания аналогичны обычным формулам Фурье:

$$a_{k,n} = \frac{4}{lm} \int_0^l \int_0^m f(x, y) \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m} dx dy, \tag{8}$$

$$b_{k,n} = \frac{4}{lm\omega_{k,n}} \int_0^l \int_0^m F(x, y) \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m} dx dy. \tag{9}$$

В практически встречающихся задачах условия, которые требуется наложить на функции $f(x, y)$ и $F(x, y)$, чтобы они могли быть разложены в двойные ряды Фурье, всегда выполняются.

Подставив выражения для коэффициентов (8) и (9) в формулу (5), завершим решение задачи.

2.2. Вывод уравнения вынужденных колебаний прямоугольного паруса

Для решения задачи о вынужденных колебаниях необходимо решить неоднородное уравнение колебаний:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + G(x, y, t). \tag{10}$$

Решение данного дифференциального уравнения будем искать в виде суммы двух функций:

$$u(x, y, t) = v(x, y, t) + w(x, y, t). \tag{11}$$

Функцию $v(x, y, t)$ выберем так, чтобы она удовлетворяла однородному уравнению

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \text{ и условиям } v|_{t=0} = f(x, y), \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = F(x, y), v|_{x=0} = v|_{x=l} = 0. \text{ Данная функция}$$

описывает свободные колебания, происходящие вследствие придания точкам мембраны начальных перемещений и/или скоростей. Процесс нахождения данной функции был описан в разделе 2.1.

Функция $w(x, y, t)$ должна удовлетворять неоднородному уравнению

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + G(x, y, t) \tag{12}$$

и нулевым начальным и краевым условиям $w|_{t=0} = \frac{\partial w}{\partial t}|_{t=0} = 0, w|_{x=0} = w|_{x=l} = 0$. Эта функция

описывает вынужденные колебания, которые совершаются под действием внешних сил при отсутствии начальных возмущений. Будем искать данную функцию в виде ряда по собственным функциям $\sin \frac{k\pi x}{l}$ и $\sin \frac{n\pi y}{m}$ однородной задачи:

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{k,n}(t) \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m}, \tag{13}$$

где $\gamma_{k,n}(t)$ - пока неизвестные функции от t . Функция $w(x, y, t)$ будет удовлетворять краевым условиям $w|_{x=0} = w|_{x=l} = 0$, так как все собственные функции обращаются в ноль при $x=0$ и $x=l$. Чтобы функция $w(x, y, t)$ удовлетворяла и нулевым начальным условиям, достаточно считать, что $\gamma_{k,n}(t) = 0$ и $\dot{\gamma}_{k,n}(t) = 0$.

Разложим функцию $G(x, y, t)$ в двойной ряд Фурье в пределах $[0, l]$ и $[0, m]$ для собственных функций $\sin \frac{k\pi x}{l}$ и $\sin \frac{n\pi y}{m}$ соответственно. Получим:

$$G(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} g_{k,n}(t) \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m}, \tag{14}$$

где

$$g_{k,n}(t) = \frac{4}{lm} \int_0^l \int_0^m G(x, y, t) \sin \lambda x \sin \mu y dx dy. \tag{15}$$

Подставив (14) в (12), после проведения сокращений получим дифференциальное уравнение для отыскания неизвестных функций $\gamma_{k,n}(t)$:

$$\gamma_{k,n}''(t) + \omega^2 \gamma_{k,n}(t) = g_{k,n}(t), \tag{16}$$

с начальными условиями

$$\gamma_{k,n}(t) = 0, \gamma_{k,n}'(t) = 0, \tag{17}$$

где $\omega^2 = a^2(\lambda^2 + \mu^2)$.

Полное решение дифференциального уравнения (16) при $g_{k,n}(t) = \text{const}$ имеет вид

$$A_{k,n} \cos \omega t + B_{k,n} \sin \omega t + \frac{g_{k,n}}{\omega^2}. \tag{18}$$

Произвольные постоянные $A_{k,n}$ и $B_{k,n}$ определяются путем подстановки начальных условий (17) в решение (18). Найдя произвольные постоянные и подставив их в (18), мы получаем искомую функцию $\gamma_{k,n}(t)$, подставляя которую в уравнение (13), мы получим функцию $w(x, y, t)$, описывающую вынужденные колебания поверхности паруса.

2.3. Приведение формы паруса к треугольной

Большинство созданных солнечных парусов имеет прямоугольную конструкцию. При этом лепестки паруса имеют треугольную форму. Следовательно, для решения задачи о колебаниях поверхности реального солнечного паруса нужно преобразовать исходную прямоугольную модель в треугольную. Чтобы придать треугольную форму парусу, добавим к полученному решению уравнение узловой линии. Оно имеет следующий вид:

$$b_{3,1} \cos(\pi x) + b_{1,3} \cos(\pi y) = 0. \tag{19}$$

В случае, когда $b_{3,1} = -b_{1,3}$, из уравнения следует, что $\cos(\pi x) = \cos(\pi y)$, т.е. $x = y$ - узловой линией будет диагональ квадрата. Если же $b_{3,1} = b_{1,3}$, то $\cos(\pi y) = -\cos(\pi x)$ и узловой линией будет другая диагональ.

Подставив уравнение узловой линии при $b_{3,1} = b_{1,3}$, которое примет вид $\cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \cos\left(\frac{\pi y}{m}\right)$, в уравнения колебаний квадратного паруса, полученные в разделах 2.1 и 2.2, мы получим новые уравнения колебаний, соответствующие треугольной форме паруса.

2.4. Определение силы тяги, создаваемой солнечным парусом

Пусть солнечный парус находится под действием давления солнечного света, направленного параллельно оси Ou . Тягу, создаваемую бесконечно малой площадью поверхности солнечного паруса, можно определить при помощи следующей формулы [8]:

$$dF = p ds \cdot \cos^2 \mathcal{G}, \tag{20}$$

где p - давление солнечного света на некотором расстоянии от Солнца, Па;

$\cos^2 \mathcal{G} = \cos^2(\vec{n}, \vec{u})$ - угол между нормалью к поверхности паруса и осью Ou .

Так как наш парус совершает поперечные колебания, то нормаль к его поверхности можно найти как

$$\vec{n} = \left\{ -\frac{\partial u}{\partial x}, -\frac{\partial u}{\partial y}, 1 \right\}.$$

Тогда сила тяги, вырабатываемая солнечным парусом, будет равна

$$F = p \iint_D \frac{1}{\left(\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + 1 \right)^2} ds. \tag{21}$$

Поверхностный интеграл I-го рода можно свести к двойному интегралу, спроецировав поверхность на плоскость xOy :

$$ds = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + 1 \cdot dxdy.$$

С учетом этого выражение (32) примет вид:

$$F = p \int_0^l \int_0^m \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + 1}{\left(\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + 1 \right)^2} dxdy = p \int_0^l \int_0^m \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + 1} dxdy. \tag{22}$$

Подставив выражения для производных в уравнение (33) и проинтегрировав его, мы получим численное значение тяги, вырабатываемой солнечным парусом в данный момент времени. Прогоняя переменную времени в каком-либо заданном диапазоне, можно построить зависимость силы тяги от времени.

3. Решение задачи о колебаниях

3.1. Собственные колебания

Найдем собственные колебания для паруса КА «Sunjammer». Будем считать, что всем точкам поверхности паруса приданы одинаковые начальные скорости V_0 (это не касается неподвижно закрепленных точек контура).

Начальные условия (2) примут вид

$$f(x, y) = 0, F(x, y) = V_0.$$

Следовательно, в решении (13) все коэффициенты $a_{k,n} = 0$. Коэффициенты $b_{k,n}$ найдем по формуле (17), полагая в ней

$$F(x, y) = V_0, l = m = 38, \omega_{k,n} = \pi a \sqrt{\frac{k^2}{l^2} + \frac{n^2}{m^2}},$$

$$b_{k,n} = \frac{4V_0}{\pi a \sqrt{\frac{k^2}{l^2} + \frac{n^2}{m^2}}} \int_0^l \int_0^m \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m} dxdy.$$

Разбив двойной интеграл на произведение двух обычных интегралов, получим:

$$b_{k,n} = \frac{4V_0}{\pi^3 a k n \sqrt{\frac{k^2}{l^2} + \frac{n^2}{m^2}}} \cos \frac{k\pi x}{l} \Big|_0^l \cos \frac{n\pi y}{m} \Big|_0^m = \frac{4V_0}{\pi^3 a k n \sqrt{\frac{k^2}{l^2} + \frac{n^2}{m^2}}} (1 - \cos k\pi)(1 - \cos n\pi).$$

Если хотя бы одно из чисел k или n четно, то $b_{k,n} = 0$, так как тогда, по крайней мере, хотя бы одна из скобок равна нулю. Поэтому нужно считать, что $k = 2r + 1$ и $n = 2s + 1$ - нечетные числа. При этом

$$b_{2r+1,2s+1} = \frac{16V_0}{\pi^3 a(2r+1)(2s+1) \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m}\right)^2}}$$

Коэффициента найдем из следующих соображений: пусть солнечный парус находится под действием равномерного растяжения. Солнечный парус, установленный на «Sunjammer», выполнен из каптона, который имеет прочность на разрыв $\sigma_t = 1000$ МПа. Плотность каптона $\rho = 1400$ кг/м³. Тогда введя коэффициент запаса $\eta = 1,25$ и воспользовавшись условием грузоподъемности, можно определить силу натяжения солнечного паруса:

$$T = \frac{\sigma_t}{\eta} A = \frac{10^9}{1,25} \cdot 38 \cdot 5 \cdot 10^{-9} = 152 \text{ Н.}$$

Рассчитав силу натяжения паруса, можно найти коэффициент a :

$$a = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{152}{1400}} = 0,33.$$

С учетом этого решение задачи примет вид:

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16V_0}{0,33\pi^3(2r+1)(2s+1) \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m}\right)^2}} \cdot \sin \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m}\right)^2} t \cdot \sin \pi \frac{(2r+1)}{l} x \cdot \sin \pi \frac{(2s+1)}{m} y.$$

Так как знаменатели у коэффициентов $b_{2r+1,2s+1}$ быстро возрастает, то ряд хорошо сходится и для вычисления значения функции $u(x, y, t)$ придется брать небольшое значение его членов. После седьмого члена ряда добавление дополнительных членов практически перестает влиять на форму колебаний. На рисунке 1 изображена поверхность паруса, совершающая колебания.

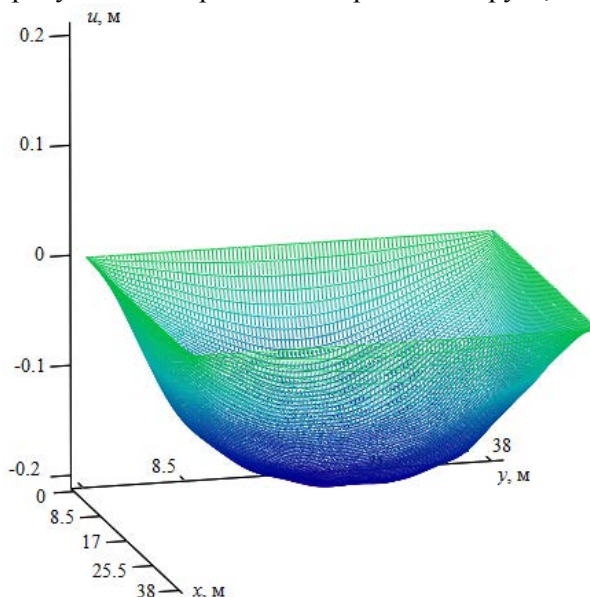


Рисунок 1. Собственные колебания прямоугольного паруса.

Теперь составим уравнение колебаний для треугольного паруса. Для этого нужно добавить уравнение узловой линии к ранее полученному уравнению колебаний. В результате мы получим новое уравнение колебаний:

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16V_0 \left(\cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \cos\left(\frac{\pi y}{m}\right) \right)}{0,33\pi^3 (2r+1)(2s+1) \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m}\right)^2}} \cdot \sin \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m}\right)^2} t \cdot \sin \pi \frac{(2r+1)}{l} x \cdot \sin \pi \frac{(2s+1)}{m} y.$$

На рисунке 2 изображен процесс колебаний паруса треугольной формы.

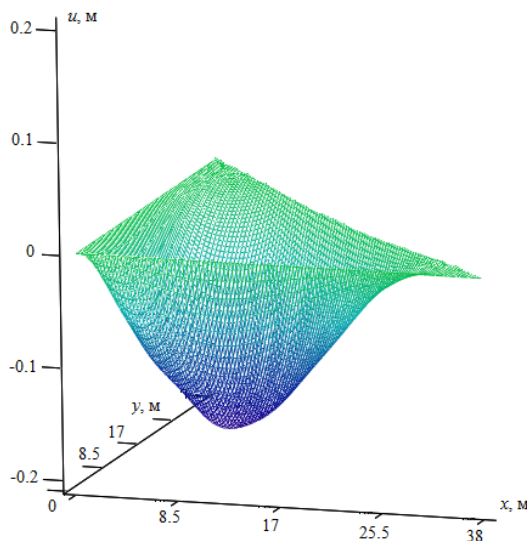


Рисунок 2. Собственные колебания треугольного паруса.

3.2. Вынужденные колебания

Теперь пусть на «Sunjammer» в момент времени $t = 0$ начинает действовать сила, равная силе давления солнечного света. В этом случае $G(x, y, t) = -P$. Тогда согласно (24) коэффициент

$g_{k,n}(t)$ будет равен

$$g_{k,n}(t) = -\frac{4P}{lm} \int_0^l \int_0^m \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m} dx dy = -\frac{4P}{\pi^2 kn} (1 - \cos k\pi)(1 - \cos n\pi),$$

откуда

$$g_{2r,2s} = 0, g_{2r+1,2s+1} = -\frac{16P}{\pi^2 (2r+1)(2s+1)}.$$

Функции $\gamma_{2r,2s}(t)$ тождественно равны нулю, так как они удовлетворяют однородному уравнению

$$\gamma''_{2r,2s}(t) + a^2 \pi^2 \left(\left(\frac{2r}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s}{m}\right)^2 \right) \gamma_{2r,2s}(t) = 0$$

с нулевыми начальными условиями $\gamma_{2r,2s}|_{t=0} = 0, \gamma'_{2r,2s}|_{t=0} = 0$.

Для функций с нечетными индексами $\gamma_{2r+1,2s+1}(t)$ уравнение (25) примет вид

$$\gamma''_{2r+1,2s+1}(t) + a^2 \pi^2 \left(\left(\frac{2r+1}{l}\right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m}\right)^2 \right) \gamma_{2r+1,2s+1}(t) = 0.$$

Решая данное дифференциальное уравнение, найдем функцию $\gamma_{2r+1,2s+1}(t)$:

$$\gamma_{2r+1,2s+1}(t) = \frac{16P}{\pi^4 a^2 (2r+1)(2s+1) \left(\left(\frac{2r+1}{l} \right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m} \right)^2 \right)} \left(1 - \cos \left(a\pi \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l} \right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m} \right)^2} t \right) \right).$$

Подставив найденную функцию в (21), получим уравнение колебаний мембраны:

$$w(x, y, t) = -\frac{16P}{\pi^4 a^2} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1 - \cos \left(a\pi \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l} \right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m} \right)^2} t \right)}{(2r+1)(2s+1) \left(\left(\frac{2r+1}{l} \right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m} \right)^2 \right)} \sin \left(\pi \frac{2r+1}{l} x \right) \sin \left(\pi \frac{2s+1}{m} y \right).$$

Результат решения изображен на рисунке 3.

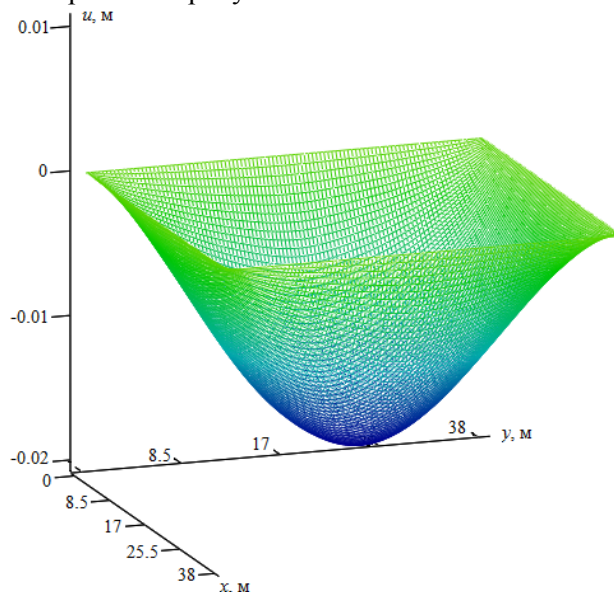


Рисунок 3. Вынужденные колебания прямоугольного паруса.

Теперь найдем колебания паруса треугольной формы. Для этого, как и в разделе 3.1, добавим к полученному уравнению колебаний уравнение узловой линии. В результате получим новое уравнение колебаний

$$w(x, y, t) = -\frac{16P}{\pi^4 a^2} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1 - \cos \left(a\pi \sqrt{\left(\frac{2r+1}{l} \right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m} \right)^2} t \right)}{(2r+1)(2s+1) \left(\left(\frac{2r+1}{l} \right)^2 + \left(\frac{2s+1}{m} \right)^2 \right)} \cdot \left(\cos \left(\frac{\pi x}{l} \right) + \cos \left(\frac{\pi y}{m} \right) \right) \sin \left(\pi \frac{2r+1}{l} x \right) \sin \left(\pi \frac{2s+1}{m} y \right).$$

результат решения которого изображен на рисунке 4.

Принцип выбора числа членов ряда такой же, как и при расчете собственных колебаний: так как ряд быстро сходится, то нет нужды в большом количестве его членов. Оптимальным количеством является число в 5-7 членов.

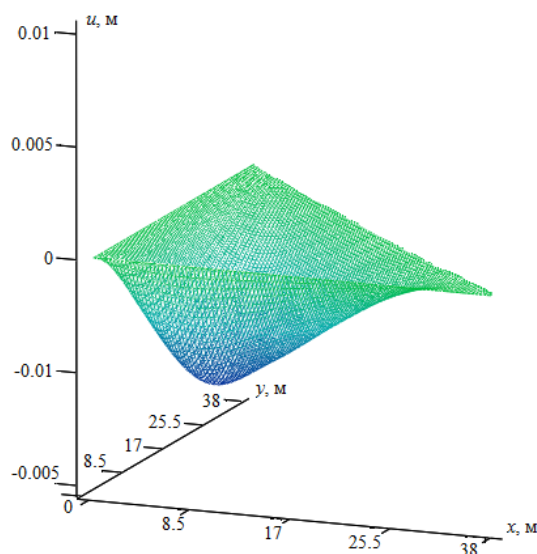


Рисунок 4. Вынужденные колебания треугольного паруса.

3.3. Определение закона изменения силы тяги

Используя формулу (33), рассчитаем силу тяги, создаваемую парусом, с учетом совершаемых им колебаний. На рисунке 5 показан процесс изменения силы тяги во времени с учетом колебаний паруса.

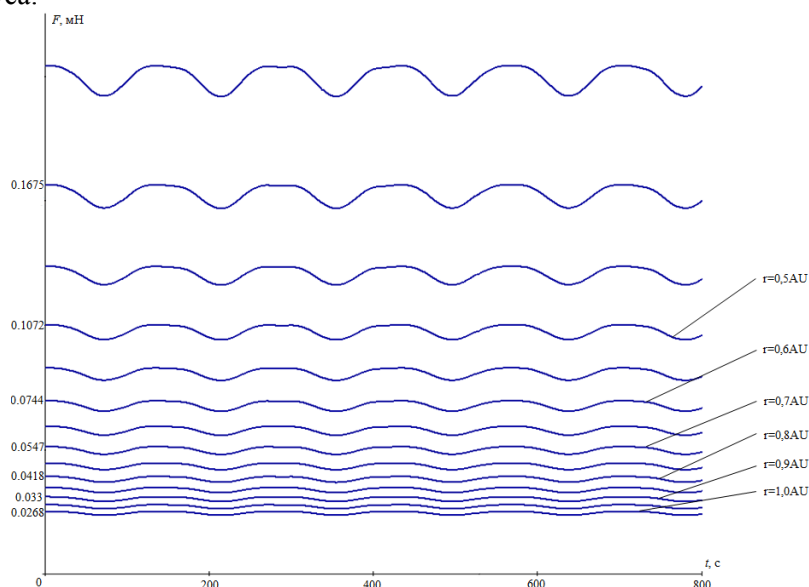


Рисунок 5. Колебания силы тяги паруса в зависимости от расстояния до Солнца и времени.

Из полученных результатов можно сделать вывод, что колебания поверхности паруса приводят к небольшим потерям тяги. При приближении к Солнцу потери тяги растут по абсолютной величине, но по относительной величине они остаются постоянными и, согласно расчетам, будут равны 2,45% от величины тяги, создаваемой плоским парусом.

4. Моделирование межпланетного перелета космического аппарата с солнечным парусом с учетом колебаний его поверхности

Теперь произведем моделирование гелиоцентрического движения выбранного КА с космическим парусом. Для моделирования воспользуемся программным комплексом «Моделирование гелиоцентрического движения космического аппарата с солнечным парусом»,

разработанным на кафедре Космического машиностроения Самарского университета [8]. В качестве цели выберем перелет к орбите Венеры. Перелет происходит в два этапа:

- На первом этапе перелета КА начинает торможение и параллельно происходит уменьшение фокального параметра орбиты, что необходимо для сближения с орбитой Венеры.
- На втором этапе, по достижению орбиты Венеры, начнется уменьшение эксцентриситета орбиты. По завершению этого этапа перелета орбита КА будет совпадать с орбитой Венеры.

Для оценки влияния колебаний на движение КА моделирование произведем для двух случаев: с учетом потерь силы тяги за счет колебаний и без них. Результаты моделирования и конечное положение КА представлены на рисунках 6 и 7.



Рисунок 6. Перелет без учета потерь тяги.



Рисунок 7. Перелет с учетом потерь тяги за счет колебаний.

Из рисунков 6 и 7 можно заметить, что перелет к орбите Венеры с учетом потерь занимает на 5 суток больше, чем перелет без их учета. В результате можно сделать вывод, что на больших промежутках времени потери тяги начинают оказывать заметное влияние на движение КА и их необходимо учитывать.

5. Заключение

Целью данной работы было изучение влияния колебаний поверхности солнечного паруса, установленного на космическом аппарате, на полет КА. В результате работы можно сделать три основных вывода:

- Колебания солнечного паруса приводят к уменьшению силы тяги, создаваемой им. Абсолютная величина потерь увеличивается с приближением КА к Солнцу.
- Отношение средней тяги паруса с учетом потерь к тяге, создаваемой плоским парусом, остается постоянным для заданной конструкции вне зависимости от расстояния до Солнца. Величина потерь для КА «Sunjammer» составляет 2,45% от тяги плоского паруса.
- На длительных интервалах времени движения эти потери существенно влияют на движение КА, поэтому их следует учитывать.

6. Литература

- [1] Heiligers, J. Solar sail Lyapunov and Halo orbits in the Earth-Moon three-body problem / J. Heiligers, S. Hiddink, R. Noomen, C. McInnes // *Acta Astronautica*. – 2015. – Vol. 116. – P. 25-35.
- [2] Farres, A. Dynamics of a solar sail near a Halo orbit / A. Farres, A. Jorba // *Acta Astronautica*. – 2010. – Vol. 67(7). – P. 979-990.
- [3] Dachwald, B. Potential effects of optical solar sail degradation on trajectory design / B. Dachwald, V. Baturkin, V. Coverstone, B. Wie // *Astrodynamic*s. – 2005. – Vol. 123(III). – P. 2569-2591.
- [4] Khabibullin, R.M. Solar sail space system guidance for monitoring of potentially hazardous asteroids / R.M. Khabibullin, O.L. Starinova // *Integrated Navigation Systems (ICINS)*, 2017 24th Saint Petersburg International Conference on. – IEEE, 2017. – P. 1-5.
- [5] Barnes, N.C. Sunjammer: a solar sail demonstration / N.C. Barnes // *Advances in Solar Sailing*. – 2014. – Vol. 1. – P. 115-126.
- [6] Starinova, O.L. Mathematical modeling of solar sail spacecraft guidance by considering the form of surface / O.L. Starinova // *Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 2017 8th International Conference on. – IEEE, 2017. – P. 439-442.
- [7] Араманович, И.Г. Уравнения математической физики: теория и практика учебное пособие / И.Г. Араманович, В.И. Левин. – М.: Наука, 1969. – 288 с.
- [8] Gorbunova, I. Complex simulation of the solar sail spacecraft / I. Gorbunova, O. Starinova // *Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 2013 6th International Conference on. – IEEE, 2013. – P. 285-290.

Modeling of solar sail surface oscillations during interplanetary flight

A.S. Chekashov¹, O.L. Starinova¹, B.N. Alipova¹, I.V. Gorbunova¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The purpose of this work is to study the influence of the solar sail surface oscillations on the motion of spacecraft performing an interplanetary flight. The solar sail is a propulsion system, creating thrust due to the pressure of sunlight. The article consists of three parts: the derivation of the equation of oscillations of the solar sail surface and the definition of thrust created by it, the solution of the problem of solar sail oscillations and the modeling of the interplanetary flight. The first part deal with the use of the wave equation applied to this problem and gives the main assumptions. The equation of oscillations is derived both for various cases of sail loading, and for various types of its construction. Also the formula for thrust produced by solar sail was derived. In the second part, the problem of the oscillations of the sail structure is solved and its thrust was determined. Solar sail thrust depends both on the shape of the sail, and on the distance to the Sun. In the third part, the interplanetary flight was modeled taking into account these factors.

Keywords: Solar sail, Oscillations, Sunlight pressure, Solar sail propulsion, Interplanetary flight.