Моделирование и исследование устойчивости решения обратной задачи разделения сигналов

В.А. Засов[a], Е.Н. Никоноров[a]

[a]*Самарский государственный университет путей сообщения, 443066, ул. Свободы, 2-В, Самара, Россия*

Аннотация

Предложены методика моделирования и алгоритмы анализа устойчивости решения обратной задачи выделения отдельных сигналов из аддитивной смеси нескольких сигналов, поступающих в точки измерения от различных источников сигналов, недоступных для непосредственных измерений. Анализ устойчивости производится путем определения интервалов (сингулярных интервалов) параметров модели образования сигналов, в которых достигается устойчивое разделение сигналов. Разработаны алгоритмы вычисления сингулярных интервалов для различных видов вариаций параметров модели образования сигналов - абсолютных, относительных, критических и их комбинаций, моделирующих различные практически значимые виды возмущений параметров модели, влияющих на устойчивость решения этой обратной задачи. Приведены результаты компьютерного моделирования предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: разделение сигналов; обратная задача; устойчивость решения; модели сигналов; сингулярные интервалы; алгоритм; моделирование

1. Введение. Задача разделения сигналов и общий подход к ее решению

Разделение сигналов - это решение задачи выделения отдельных сигналов из аддитивной смеси нескольких сигналов, поступающих в точки измерения от различных источников сигналов, недоступных для непосредственных измерений. Решение этой задачи необходимо во многих областях практической деятельности: мониторинге и диагностике технических объектов (например, виброакустической диагностике), связи, в медицинской диагностике, обработке речевых сигналов и т.д. . Это связано с тем, что в сложных объектах измеренные сигналы представляют собой аддитивную смесь сигналов, поступающих от многих узлов, и выделение параметров, описывающих состояние конкретных узлов без разделения сигналов невозможно для большинства практических приложений.

Кроме того, разделение сигналов позволяет реализовать последующую параллельную обработку во времени каждого из выделенных сигналов, т.е. увеличить производительность систем обработки данных.

Для формализованной постановки задачи рассмотрим модель образования сигналов в объектах, которую представим в виде линейной многомерной системы, имеющей N входов и M выходов. Входными сигналами модели являются сигналы $s_n(k)$, $n=1,2,...,N$, выходными сигналами $x_m(k)$, $m=1,2,...,M$. Входные сигналы – это сигналы, генерируемые различными источниками сигналов, а выходными сигналами этой системы могут являться сигналы различных приемных устройств, например, датчиков, измерительных преобразователей, антенн и т.п. Положим, что каждый из M выходов такой многомерной системы связан со всеми N входами линейными каналами передачи сигналов.

В любой дискретный момент времени k M - мерный вектор измеряемых датчиками дискретных сигналов $\mathbf{x}(k)=[x_1(k),x_2(k),...,x_M(k)]^T$ получается из N - мерного вектора сигналов источников $\mathbf{s}(k)=[s_1(k),s_2(k),...,s_N(k)]^T$. Математическая модель образования сигналов описывается системой уравнений типа дискретной свертки (1), где m - ый наблюдаемый сигнал представляет собой аддитивную смесь искаженных каналами сигналов источников и шума [1],т.е.

$$x_m(k)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{g=0}^{G-1}(h_{mn}(g,\mathbf{l}))s_n(k-g)+y_m(k), \tag{1}$$

где $h_{mn}(g)$ - элемент $M\times N$ матрицы $\mathbf{h}(g)$ импульсных характеристик каналов, $\mathbf{y}(k)=[y_1(k),y_2(k),...,y_M(k)]^T$ – вектор шума. В дальнейшем положим, что импульсные характеристики $h_{mn}(g)$ конечны и представляются числом отсчетов G. Динамические характеристики каналов $h_{mn}(g,\mathbf{l})$ являются квазистационарными, т.е. изменяются в зависимости от некоторого вектора параметров $\mathbf{l}$ (времени, температуры, местоположения и т.д.).

В частотной области модель (1) описывается как

$$\mathbf{X}(\omega)=\mathbf{H}(\omega)\cdot\mathbf{S}(\omega)+\mathbf{Y}(\omega), \tag{2}$$

где $\mathbf{X}(\omega)=[X_1(\omega),\ldots,X_M(\omega)]^T$ - вектор наблюдаемых сигналов, состоящий из фурье-образов сигналов приемников; $\mathbf{S}(\omega)=[S_1(\omega),\ldots,S_N(\omega)]^T$ - вектор сигналов источников, состоящий из фурье-образов сигналов источников; $\mathbf{Y}(\omega)=[Y_1(\omega),\ldots,Y_M(\omega)]^T$ - вектор шума, состоящий из фурье-образов сигналов шума; $\mathbf{H}(\omega)=\begin{pmatrix} H_{11}(\omega) & \cdots & H_{1N}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M1}(\omega) & \cdots & H_{MN}(\omega) \end{pmatrix}$ -

$M \times N$ смешивающая матрица, элементами которой являются фурье-образы каналов. Сигналы источников $\mathbf{S}(\omega)$ и шума $\mathbf{Y}(\omega)$ считаются независимыми, каналы могут моделироваться спектральными преобразователями, например, различными фильтрами.

В общем случае решение задачи разделения источников сигналов сводится к вычислению разделяющей матрицы $\mathbf{w}(g)$, которая является равной или близкой по тому или иному критерию матрице, обратной матрице $\mathbf{h}(g)$. Таким образом, в общем случае решение задачи разделения сигналов источников есть решение системы (1) и может быть представлено в виде:

$$s_n(k) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{g=0}^{G-1} w_{nm}(g) x_m(k - g), \qquad (3)$$

где $\mathbf{w}(g)$ - матрица импульсных характеристик перестраиваемых фильтров с элементами $w_{nm}(g)$. В частотной области уравнение (3) можно записать в виде

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{W}(\omega)\mathbf{X}(\omega), \qquad (4)$$

где $\mathbf{W}(\omega) = \mathbf{H}^{-1}(\omega)$.

Очевидно, что для вычисления разделяющей матрицы $\mathbf{w}(g)$ необходима априорная информация о параметрах модели образования сигналов (параметрах объекта). Для разделения источников сигналов используются различные подходы, которые основываются на разном априорном знании об объекте контроля. Методы разделения сигналов можно разделить на две группы: детерминированные и статистические [1].

Первая группа методов базируется на основе априорной информации о характеристиках каналов передачи сигналов, т.е. на знании матрицы импульсных характеристик $\mathbf{h}(g)$, которые либо измеряются, либо определены из теоретических положений.

Особенностью методов второй группы является то, что элементы матрицы $\mathbf{h}(g)$ в явном виде неизвестны и информацией, используемой для определения входных сигналов **s**, является реализация вектора измеряемых сигналов $\mathbf{x}(k)$ и знание свойств источников сигналов $\mathbf{s}(k)$.

Группа детерминированных методов основывается на преимущественной информации о каналах передачи сигналов (статистических, частотных, амплитудных и т.п. характеристик каналов), т.е. известны каналы передачи и наблюдаемые сигналы.

Группа статистических методов основывается на преимущественной информации об источниках сигналов, например, некоррелированности источников сигналов, знании законов распределения сигналов и т.д. В этом случае информация о каналах передачи в явном виде недоступна, а известны лишь наблюдаемые сигналы, поэтому эти методы часто называют «слепыми (blind [2])».

Таким образом, решение задачи разделения источников сигналов сводится к вычислению детерминированным или статистическим методом разделяющей матрицы $\mathbf{w}(g)$, которая является равной или близкой по тому или иному критерию матрице, обратной матрице $\mathbf{h}(g)$.

Следует заметить, что существуют методы разделения сигналов, которые явно не относятся к двум указанным группам, ибо используют информацию как о каналах, так и свойствах источников сигналов (например, адаптивные подавители помех [3]).

Из общего решения (3) следует, что задача разделения сигналов относится к классу обратных задач, которые в общем случае могут быть некорректными. Из свойства некорректности задачи разделения сигналов следует, что её решение может быть неустойчивым, т.е. малые изменения параметров смешивающей матрицы $\mathbf{H}(\omega,\mathbf{l})$ или характеристик сигналов $\mathbf{s}(k)$ источников приводят к недопустимо большим изменениям решения, т.е. неустойчивости вычисления сигналов $\mathbf{s}(k)$ [4,5]. Для существования устойчивого решения задачи необходимо, чтобы параметры объекта, описываемого моделью образования сигналов, удовлетворяли ряду априорных ограничений [6], например, смешивающая матрица должна быть обратимой, полиномы, описывающие передаточные функции каналов $H_{mn}(\omega,\mathbf{l})$ не должны иметь общих корней, число приемников и источников должно быть равным и др.

В реальных условиях априорные ограничения могут быть нарушены, т.к. параметры объекта могут изменяться из-за эволюции объекта во времени, погрешности измерения параметров, неточности изготовления и других причин, которые зачастую невозможно предсказать. Таким образом, изменения параметров $\mathbf{H}(\omega,\mathbf{l})$ и характеристик сигналов источников могут привести к миграции устойчивого решения к неустойчивому, и поэтому непригодному для практического применения.

Поэтому исследование влияния на устойчивость решения отклонений вышеперечисленных свойств сигналов источников от априори предполагаемых, так и отклонений требований к характеристикам каналов, являются важными задачами. Причем, актуально определять устойчивость решения задачи разделения сигналов априори, вычисляя, входят ли параметры модели образования сигналов в интервалы параметров модели, в которых достигается устойчивость решения.

Целью работы являются:

разработка алгоритма моделирования задачи разделения сигналов, устойчивость решения которой может изменяться путем задания вариаций параметров модели образования сигналов;

разработка алгоритмов анализа и контроля устойчивости путем определения интервалов параметров модели, в которых достигается устойчивое разделение сигналов для различных практически значимых видов вариации параметров модели.

В данной работе исследуется устойчивость решения задачи разделения сигналов в условиях вариации параметров каналов $H_{mn}(\omega,\mathbf{l})$, образующих смешивающую матрицу $\mathbf{H}(\omega,\mathbf{l})$.

2. Алгоритмы моделирования, анализа и контроля устойчивости решения задачи разделения сигналов

2.1. Математическая модель образования сигналов с возможностью задания вариаций параметров каналов

Для исследования влияния на устойчивость априори неопределенных возмущений предлагается в модель образования сигналов ввести блоки сингулярных вариаций параметров каналов $\delta\tilde{h}_{mn}$. Тогда модель образования сигналов с вариациями параметров, приведенная на рис. 1, примет вид [1]

$$x_m(k)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{g=0}^{G-1}\left(h_{mn}(g,\mathbf{l})+\delta\tilde{h}_{mn}(g,\mathbf{l})\right)s_n(k-g)+y_m(k). \qquad (5)$$

В частотной области выражение (5) можно записать в виде:

$$\mathbf{X}(\omega)=\left(\mathbf{H}(\omega,\mathbf{l})+\delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega,\mathbf{l})\right)\cdot\mathbf{S}(\omega)+\mathbf{Y}(\omega), \qquad (6)$$

где $\delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega,\mathbf{l})$ - матрица сингулярных вариаций параметров.

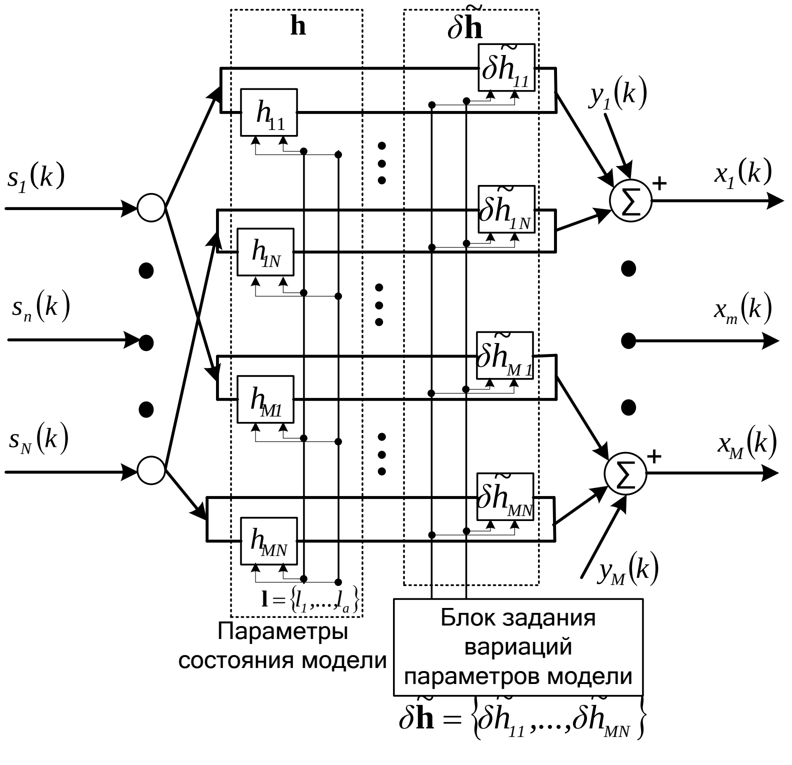

Рис. 1. Графическое представление модели образования сигналов с возможностью задания вариаций параметров каналов для анализа устойчивости разделения сигналов.

В отличие от объективно существующих возмущений, вариации параметров в модели для исследований устойчивости можно моделировать с помощью введенного блока задания видов вариации. Таким образом, математическая модель (5), может быть использована для исследования влияния возмущений, задаваемых различными видами вариаций, на устойчивость решения задачи разделения сигналов.

В дальнейшем, матрицы интервалов параметров от исходного $\mathbf{H}(\omega)$ до вырожденного (сингулярного) состояния $\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$ назовём матрицами сингулярных интервалов и обозначим как $\Delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$.

Среди различных видов вариаций рассмотрим наиболее часто встречающиеся в инженерной практике абсолютные, относительные и критические вариации, моделирующие соответствующие виды реальных возмущений [7]. Под критическими вариациями понимают такие, которые приводят исходную модель (5-6) образования сигналов к вырожденной, при минимальной спектральной норме вариации $\left\|\delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega,\mathbf{l})\right\|_2$. Относительные вариации, как следует из названия, имеют значение, пропорциональное значению элемента матрицы. Абсолютные вариации могут иметь любую величину не связанную со значением текущего элемента матрицы.

Таким образом, целью исследования является определение сингулярных интервалов параметров $\Delta\widetilde{\mathbf{H}}_{абс}(\omega)$, $\Delta\widetilde{\mathbf{h}}_{абс}(g)$, $\Delta\widetilde{\mathbf{H}}_{отн}(\omega)$, $\Delta\widetilde{\mathbf{h}}_{отн}(g)$, $\Delta\widetilde{\mathbf{H}}_{крит}(\omega)$, $\Delta\widetilde{\mathbf{h}}_{крит}(g)$ для вышерассмотренных видов вариаций. В введенных матрицах сингулярных интервалов параметров mn –ые элементы $\Delta\widetilde{H}_{mn}$ указывают изменения параметров mn –ых элементов исходной матрицы $\mathbf{H}(\omega)$.

В частности, если каналы модели являются частотно-независимыми, то в обозначениях матриц сингулярных интервалов параметров опускаются аргументы (ω) и (g), например, $\Delta\widetilde{\mathbf{H}}_{абс}$, $\Delta\widetilde{\mathbf{h}}_{абс}$.

Таким образом, вычисленные сингулярные интервалы отражают такие абсолютные, относительные, критические возмущения параметров модели образования сигналов, которые приводят её к неустойчивости.

2.2. Анализ и контроль устойчивости разделения сигналов на основе определения сингулярных интервалов параметров модели образования сигналов

В настоящее время для анализа устойчивости решения обратной задачи разделения сигналов применяются следующие методы.

Учитывая, что модель образования сигналов в частотной области (2) описывается для каждой из частот системой линейных алгебраических уравнений, устойчивости разделения сигналов определяется устойчивостью решения систем уравнений, которая, как известно, например [8], определяется числом обусловленности $cond(\mathbf{H}) = \|\mathbf{H}\|\|\mathbf{H}^{-1}\|$. Например, для спектральной матричной нормы $\|\mathbf{H}\|_2 = \sigma_1$ и $\|\mathbf{H}^{-1}\|_2 = 1/\sigma_M$, откуда число обусловленности $cond(\mathbf{H}) = \frac{\sigma_1}{\sigma_M}$, где σ_1 и σ_M - соответственно максимальное и минимальное сингулярные числа матрицы $\mathbf{H}$. Таким образом, вычисляя число обусловленности можно оценивать устойчивость разделения сигналов (чем больше число обусловленности, тем хуже устойчивость разделения сигналов).

Далее, как показано в [9], минимальная норма матрицы интервалов параметров, приводящая исходную матрицу $\mathbf{H}$ к вырожденной (т.е. $det(\mathbf{H} + \Delta\mathbf{H}) = 0$) равна $\|\Delta\mathbf{H}\|_2 = 1/\|\mathbf{H}^{-1}\|_2 = \sigma_M$. Величиной (действительным числом) $\|\Delta\mathbf{H}\|_2$ также можно оценивать устойчивость решения задачи разделения сигналов.

Методы анализа устойчивости, основанных на использование чисел обусловленности $cond(\mathbf{H})$ и матричной нормы $\|\Delta\mathbf{H}\|_2$ имеют ограниченные функциональные возможности. Действительно, величины $cond(\mathbf{H})$ и $\|\Delta\mathbf{H}\|_2$ являются интегральными оценками устойчивости и не позволяют определить сингулярные интервалы $\Delta\widetilde{H}$ в матрицах $\Delta\widetilde{\mathbf{H}}$ сингулярных интервалов, что важно для практических приложений. Очевидно, что знание в матрицах сингулярных интервалов элементов (сингулярных интервалов) близких к нулю, позволяет определить элементы смешивающих матриц $\mathbf{H}$, от которых главным образом зависит устойчивость решения задачи разделения сигналов. Другими словами, величины $cond(\mathbf{H})$ и $\|\Delta\mathbf{H}\|_2$ не учитывают структуру возмущения (для одних и тех же чисел обусловленности и матричных норм могут быть бесконечное количество реализаций возмущения). На практике же возмущения могут иметь определенную структуру, т.е. каждый элемент матрицы может иметь свое, отличное от других возмущение, которое в свою очередь может быть относительным, абсолютным, критическим или их комбинацией.

В [10] для анализа устойчивости решения систем линейных алгебраических уравнений предложен метод с более широкими функциональными возможностями по сравнению с рассмотренными выше. Этот метод может быть использован для анализа и контроля устойчивости решения задачи разделения сигналов. Алгоритм, реализующий этот метод, позволяет определить направление наихудших вариаций параметров, приводящих к неустойчивости (сингулярности). Если в заданном интервале параметров для абсолютных или относительных вариаций произошло значительное увеличение числа обусловленности (например, число обусловленности превысило некоторый порог), то считается, что решение в этом интервале неустойчиво. Таким образом, выше рассмотренный алгоритм позволяет анализировать устойчивость решения для моделей образования сигналов при заданной величине вариаций элементов смешивающей матрицы.

Предложенный в [10] метод не решает задачу определения матрицы $\Delta\widetilde{\mathbf{H}}$ сингулярных интервалов параметров и не позволяет работать с комплексными смешивающими матрицами $\mathbf{H}(\omega)$, что ограничивает функциональные возможности метода.

Таким образом, проведенный анализ возможностей существующих методов позволяет сделать вывод об актуальности разработки методики моделирования и алгоритмов анализа и контроля и устойчивости решения задачи разделения сигналов.

В работе предлагается анализ устойчивости производить путем определения сингулярных интервалов при вариации параметров модели в направлении, максимально ухудшающем устойчивость решения задачи разделения сигналов [1].

На этапе контроля устойчивости производится сравнение вычисленных сингулярных интервалов с заданными интервалами устойчивого разделения.

Для определения сингулярных интервалов параметров для различных видов вариации разработан обобщенный алгоритм [1,7], в котором можно выделить три этапа: определение сингулярного направления вариации параметров, определение сингулярной матрицы и определение матрицы сингулярных интервалов.

Сингулярные направления для абсолютных, относительных и критических вариаций определяются матрицами направлений, аналитические выражения для которых, полученные в работе [1,7], приведены в таблице 1.

Матрицы направлений могут вычисляться как на основе сингулярного разложения (SVD), так и на основе обратной матрицы. Определение сингулярных направлений на основе предложенных матриц $\tilde{\mathbf{Z}}$ имеет меньшую вычислительную сложность по сравнению с известными алгоритмами.

Таблица 1. Аналитические выражения для вычисления матриц $\tilde{\mathbf{Z}}_{крит}$, $\tilde{\mathbf{Z}}_{абс}$ и $\tilde{\mathbf{Z}}_{отн}$ направлений

Метод расчета	Вид вариации		
	Критический	Абсолютный	Относительный
На основе обратной матрицы	$-\dfrac{\mathbf{H}^{-*}}{\left\|\mathbf{H}^{-1}\right\|_2}$	$-\dfrac{\lvert\mathbf{A}\rvert\otimes\mathbf{sign}(\mathbf{H}^{-*})}{\left\|\lvert\mathbf{A}\rvert\otimes\mathbf{sign}(\mathbf{H}^{-*})\right\|_1}$	$-\dfrac{\lvert\mathbf{H}\rvert\otimes\mathbf{sign}(\mathbf{H}^{-*})}{\left\|\lvert\mathbf{H}\rvert\otimes\mathbf{sign}(\mathbf{H}^{-*})\right\|_1}$
На основе SVD	$-u_N v_N^*$	$-\dfrac{\lvert\mathbf{A}\rvert\otimes\mathbf{sign}(u_N v_N^*)}{\left\|\lvert\mathbf{A}\rvert\otimes\mathbf{sign}(u_N v_N^*)\right\|_2}$	$-\dfrac{\lvert\mathbf{H}\rvert\otimes\mathbf{sign}(u_N v_N^*)}{\left\|\lvert\mathbf{H}\rvert\otimes\mathbf{sign}(u_N v_N^*)\right\|_2}$

Предложенные матрицы $\tilde{\mathbf{Z}}$ могут быть использованы для определения сингулярных интервалов параметров не только для действительных (как в известных алгоритмах), но и для комплексных (частотнозависимых) элементов смешивающей матрицы $\mathbf{H}$.

В таблице 1 обозначены: $\lvert\mathbf{A}\rvert$ - матрица, составленная из модулей элементов матрицы $\mathbf{A}$ и задающая абсолютные вариации параметров; $\mathbf{sign(A)}$ - операция над матрицей, элементы которой вычисляются как $sign(A_{mn}) = A_{mn}/\lvert A_{mn}\rvert$; $\otimes$ - операция поэлементного умножения матриц $\mathbf{C}=\mathbf{A}\otimes\mathbf{B}$, где $C_{mn}=A_{mn}\cdot B_{mn}$; v_n и u_n - правые и левые сингулярные векторы SVD разложения $H = U\Sigma\mathbf{V}^* = \sum_{n=1}^{N}\sigma_n u_n v_n^*$; $\|\ \|_1$ - максимально столбцовая норма.

Сингулярную матрицу $\tilde{\mathbf{H}}$ предлагается вычислять путем нахождения корней уравнения $f(\mathbf{H}_j+\delta h\cdot\tilde{\mathbf{Z}}) = \det(\mathbf{H}_j+\delta h\cdot\tilde{\mathbf{Z}}) = 0$ в условиях ограничений, задаваемых видами вариаций параметров.

Численный алгоритм (таблица 2), определения сингулярных матриц $\tilde{\mathbf{H}}$ для абсолютных, относительных и критических вариаций разработан на основе метода Ньютона, в котором, в отличие от классического, производная $f'_{\tilde{Z}_j}(\mathbf{H}_j)$ рассчитывается на основе матрицы направлений $\tilde{\mathbf{Z}}$ и уточняется на каждом шаге. Это позволяет повысить точность и уменьшить вычислительную сложность этого алгоритма по сравнению с известными [10].

Таблица 2. Алгоритм определения сингулярной матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ на основе метода Ньютона

Шаг	Действие	Комментарий
1	Задается параметр $\gamma > 0$, определяющий погрешность, величину шага δh, начальное значение итерации $j=1$	Производится инициализация
2	Определяется $\tilde{\mathbf{Z}}_j$ в зависимости от вида вариации параметров (таблица 1) для матрицы $\mathbf{H}_j$	Вычисляется матрица направления
3	$f'_{\tilde{\mathbf{Z}}_j}(\mathbf{H}_j) = \dfrac{df(\mathbf{H}_j)}{d\tilde{\mathbf{Z}}_j} = \dfrac{f(\mathbf{H}_j+\delta h\cdot\tilde{\mathbf{Z}}_j) - f(\mathbf{H}_j)}{\delta h}$	Вычисляется производная по направлению $\tilde{\mathbf{Z}}_j$
4	$\delta\tilde{\mathbf{H}}_j = -\dfrac{\tilde{\mathbf{Z}}_j\cdot f(\mathbf{H}_j)}{f'_{\tilde{\mathbf{Z}}_j}(\mathbf{H}_j)}$	Вычисляется матрица сингулярных вариаций параметров $\delta\tilde{\mathbf{H}}_j$
5	$\mathbf{H}_{j+1} = \mathbf{H}_j + \delta\tilde{\mathbf{H}}_j$	Вычисляется новое приближение
6	Если $\lvert f(\mathbf{H}_{j+1}) - f(\mathbf{H}_j)\rvert < \gamma$, то конец алгоритма $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}_j$, иначе, $j=j+1$ переход к шагу 2	Проверяется условие завершения алгоритма

На третьем этапе вычисление матрицы $\Delta\tilde{\mathbf{H}}$ сингулярных интервалов производится следующим образом: $\Delta\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} - \tilde{\mathbf{H}}$. В предложенном алгоритме функция $f(\mathbf{H}_j+\delta h\cdot\tilde{\mathbf{Z}})$ должна удовлетворять условиям теорем сходимости метода Ньютона, в том числе условию Липшица.

Для абсолютных, относительных и критических вариаций параметров построены зависимости (рис.2) относительной погрешности $\xi_{\Delta\tilde{H}}$ определения сингулярных интервалов $\Delta\tilde{\mathbf{H}}$ от приведенной погрешности параметров смешивающей матрицы $\mathbf{H}$ (определяемой числом двоичных разрядов АЦП) и ее числа обусловленности $cond\mathbf{H}$. Эти зависимости подтверждают возможность использования разработанных алгоритмов в инженерных приложениях.

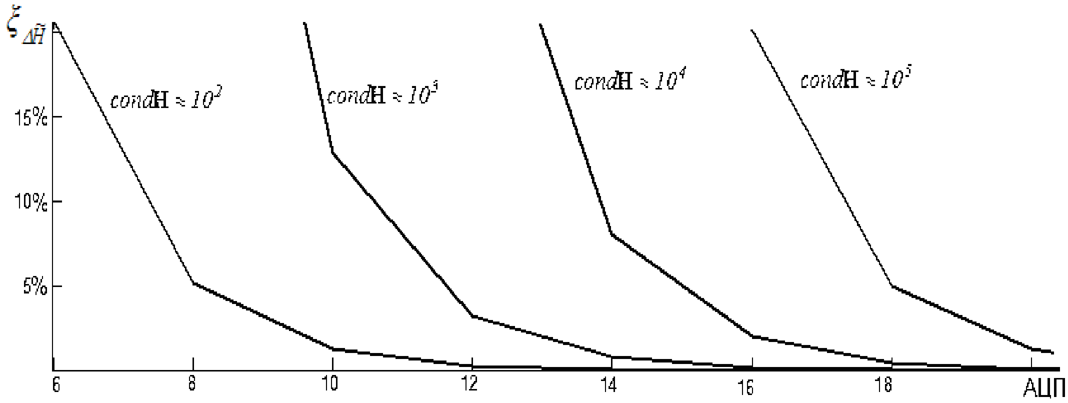

Рис.2. Зависимость относительной погрешности $\xi_{\Delta\tilde{H}}$ определения сингулярных интервалов от приведенной погрешности параметров матрицы $\mathbf{H}$ (задаваемой разрядностью АЦП) при критических вариациях параметров.

На основе методики вычисления сингулярных интервалов разработаны алгоритмы контроля устойчивости разделения сигналов. Пример одного из алгоритмов контроля [7] представлен в таблице 3.

Таблица 3. Алгоритм контроля устойчивости решения обратной задачи разделения сигналов

Шаг	Действие	Комментарий
1	Задается индекс частоты $\mathrm{g} = 0$ спектральной матрицы $\mathbf{H}(\omega_g, l)$	Инициализация
2	Вычисляется матрица $\Delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega_g, l) = \mathbf{H}(\omega_g, l) - \tilde{\mathbf{H}}(\omega_g, l)$ сингулярных интервалов	Для частоты ω_g
3	Определяется пороговая матрица $\mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, l)$	Для частоты ω_g
4	Определяются матрицы интервалов параметров устойчивого $\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, l) = \mathbf{H}(\omega_g, l) - \mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, l)$ и неустойчивого $\Delta\tilde{\mathbf{H}}_S(\omega_g, l) = \tilde{\mathbf{H}}(\omega_g, l) - \mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, l)$ разделения	Для частоты ω_g
5	Если $\left\|\Delta\mathbf{H}_{\max}(\omega_g, l)\right\| \le \left\|\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, l)\right\|$, то решение устойчиво, в противном случае выдается сообщение, что устойчивое разделение сигналов в объекте для частоты ω_g невозможно	Проверяются условия устойчивости разделения на частоте ω_g
6	Если $\left\|\Delta\mathbf{H}_{возм}(\omega_g, l)\right\| \le \left\|\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, l)\right\|$, то решение устойчиво, в противном случае выдается сообщение, что устойчивое разделение сигналов в объекте для частоты ω_g не гарантируется	Проверяются условия устойчивого разделения на частоте ω_g
7	$\mathrm{g} = \mathrm{g} + 1$. Если $g > G - 1$, то конец алгоритма и вывод итогового сообщения по результатам контроля устойчивости, иначе переход к шагу 2	Переход к следующей спектральной матрице

Введенная на шаге 5 матрица $\Delta\mathbf{H}_{\max}(\omega_g, l)$ максимально допустимых интервалов изменения параметров задается из теоретических и практических сведений о моделируемом объекте. Матричные неравенства типа $|\mathbf{A}| \le |\mathbf{B}|$ следует понимать как системы покомпонентных неравенств $|A_{mn}| \le |B_{mn}|$.

Пороговая матрица $\mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, \mathbf{l})$, определяемая на шаге 3 алгоритма - это смешивающая матрица $\mathbf{H}_j(\omega_g, \mathbf{l})$, для которой $cond\mathbf{H}_j(\omega_g, \mathbf{l})$ превышает некоторую заданную пороговую величину $cond_{\Pi}$. Для определения матрицы $\mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, \mathbf{l})$ смешивающая матрица $\mathbf{H}_j(\omega_g, \mathbf{l})$ изменяется согласно выражению $\mathbf{H}_j(\omega_g, \mathbf{l}) = \mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{l}) + j \cdot \delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega_g, \mathbf{l})$ и на каждом шаге $j = 1, \ldots, J$ её $cond\mathbf{H}_j(\omega_g, \mathbf{l})$ сравнивается с пороговой величиной $cond_{\Pi}$.

На основе вычисленной матрицы $\mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, \mathbf{l})$ пороговых значений определяются матрица интервалов параметров устойчивого разделения $\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, \mathbf{l}) = \mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{l}) - \mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g, \mathbf{l})$ и матрица интервалов параметров неустойчивого разделения

$$\Delta\tilde{\mathbf{H}}_S(\omega_g,\mathbf{l}) = \tilde{\mathbf{H}}(\omega_g,\mathbf{l}) - \mathbf{H}_{\Pi}(\omega_g,\mathbf{l}).$$

2.3. Компьютерное моделирование разработанных алгоритмов

Разработанные алгоритмы реализованы программном комплексе для моделирование разделения и восстановления сигналов (ПКМ РВС). На рис. 3 приведены примеры моделирования и исследования устойчивости разделения сигналов на ПКМ РВС тестовых сигналов и сигналов автоматической локомотивной сигнализации (АЛСН), передающих в кабину локомотива по рельсам сигналы, кодирующие виды огней светофоров [11].

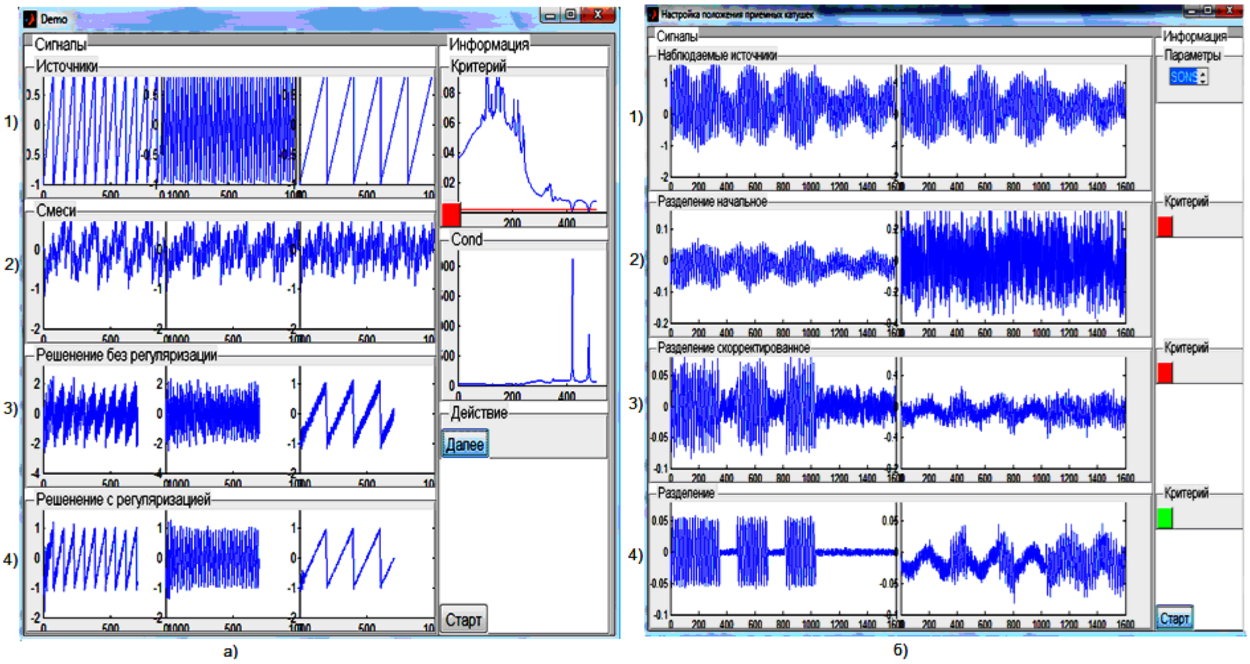

Рис.3. Результаты анализа устойчивости решения задачи разделения сигналов: а) тестовые сигналы, б) измеренные сигналы АЛСН.

Система АЛСН, обеспечивающая безопасность движения поездов, функционирует в условиях воздействия разнообразных помех от многих источников, поэтому подавление помех для повышения надежной работы АЛСН является актуальной задачей. Следует заметить, в ряде случаев для устранения источников помех важно также выделить сигналы помех, чтобы определить их физическую природу, т.е. идентифицировать источники помех [9]. Это необходимо производить при мониторинге состояния рельсовых цепей и систем АЛСН.

На рисунках 3-а(1) и 3-а(2) приведены соответственно исходные тестовые треугольные сигналы и их смеси, а на 3-а(3) и 3-а(4) соответственно примеры неустойчивого и устойчивого решения задачи разделения тестовых сигналов. В окне «Информация» отображается факт неустойчивого разделения: сингулярные интервалы на частоте 400 Гц близки к нулю, а число обусловленности резко возрастает.

На рисунках 3-б(1), 3-б(2) приведены соответственно примеры амплитудно модулированных сигналов АЛСН, на которые воздействуют помехи: флуктуационная помеха от тягового тока, гармоническая помеха 50 Гц от ЛЭП, низкочастотная помеха 4 Гц из-за колебаний приемных катушек относительно рельсов. На рисунках 3-б(3), 3-б(4) приведены примеры неустойчивого и устойчивого разделения сигналов АЛСН и вышеуказанных помех соответственно. Факт устойчивости и неустойчивости решения отображается в окне «Информация».

3. Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

Предложен алгоритм моделирования разделения сигналов, позволяющий исследовать устойчивость решения задачи разделения сигналов при управляемых в модели образования сигналов вариациях (возмущениях) параметров, наиболее существенно влияющих на устойчивость решения.

Разработаны алгоритмы анализа и контроля устойчивости путем определения сингулярных интервалов параметров модели образования сигналов для различных вариаций параметров.

Литература

[1] Засов, В.А. Алгоритмы и вычислительные устройства разделения и восстановления сигналов в многомерных динамических системах: монография / В. А. Засов. – Самара: Издательство Самарского университета путей сообщения, 2013. – 233 с.

[2] Cichocki, A. Adaptive blind signal and image processing: Learning algorithms and applications / A. Cichocki, Sh. Amari. – John Wiley & Sons, Ltd, 2002. – 555 p.

[3] Уидроу, Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Стирнз. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.

[4] Бакушинский, А.Б. Некорректные задачи. Численные методы и приложения / А. Б. Бакушинский, А.В. Гончарский. – М.: Издательство Московского государственного университета, 1989. – 199 с.

[5] Петров, Ю. П. Корректные, некорректные и промежуточные задачи с приложениями: учебное пособие для вузов / Ю. П. Петров, В. С. Сизиков. – СПб: Издательство Политехника, 2003. – 261 с.
[6] Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях / Под. ред. В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2007. – 544 с.
[7] Засов, В.А. Алгоритмы контроля устойчивости решения задачи разделения источников сигналов в условиях априорной неопределенности / В. А. Засов, Е. Н. Никоноров // Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения (УКИ-10): материалы российской с международным участием конференции. – М.: Издательство учреждения Российской. акад. наук Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова, 2010. – С.482-491.
[8] Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра / Е.Е. Тыртышников. – М.: Физматлит, 2007. – 480 с.
[9] Деммель, Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения / Дж. Деммель. – М.: Мир, 2001. – 430 с.
[10] Петров, Ю.П. Как получать надежные решения систем уравнений / Ю. П. Петров. – СПб.: Издательство БХВ-Петербург, 2009. – 176 с.
[11] Засов, В.А. Идентификация входных сигналов в задачах контроля и диагностики динамических объектов / В. А. Засов, Е. Н. Никоноров, М. А. Тарабардин // IV международная конференция по проблемам управления (МКПУ-IV): сб. трудов. – М.: Издательство учреждения Российской акад. наук Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова. – 2009. – С. 1478-1486.