

# Моделирование и анализ движения электродинамической тросовой системы с неизолированным тросом на околоземной орбите

К.О. Сайгак<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Доклад посвящен моделированию движения электродинамической космической тросовой системы, состоящей из связки двух малых космических аппаратов и токопроводящего неизолированного троса. Цель работы: оценить возможности тросовой системы для изменения параметров орбиты ее центра масс при взаимодействии троса с магнитным полем Земли.

## 1. Введение

В настоящее время большой интерес представляет применение электродинамических космических тросовых систем (ЭКТС), имеющих тросы, проводящие ток. Такие системы могут быть использованы для превращения энергии орбитального движения в электрическую мощность [1], что позволяет найти чрезвычайно разнообразные способы применения в космонавтике. Например, в последнее время возродился интерес к данной технологии у ведущих космических агентств из-за потенциального применения для удаления космического мусора. По сравнению с другими технологиями ЭКТС имеют ряд преимуществ. В их числе малая масса, компактные размеры, не требуется ракетное топливо для совершения движения, простота использования.

Под космической тросовой системой понимается комплекс искусственных космических объектов (спутников, кораблей), соединенных длинными тонкими гибкими элементами (тросами, кабелями), совершающий орбитальный полет[2]. В наиболее простом виде — это связка двух космических нано-спутников, соединенных неизолированным тросом. Обозначим массы верхнего и нижнего аппаратов как  $m_1$  и  $m_2$ .

## 2. Моделирование и анализ движения ЭКТС

Рассмотрим электродинамическую систему с неизолированным тросом, предназначенную для удаления с орбиты малых космических аппаратов. На проводящий неизолированный трос в магнитном поле Земли действует сила Ампера, которая обеспечивает изменение параметров орбиты ЭКТС (уменьшение высоты полета ее центра масс).

В первоначальном состоянии ЭКТС находится в режиме гравитационной стабилизации в развернутом состоянии [3], то есть трос располагается по местной вертикали. На ЭКТС с неизолированным тросом в магнитном поле Земли действует момент сил Ампера, который вычисляется следующим образом[4]

$$\vec{M}_e = \vec{\Delta} \times \vec{F} \tag{1}$$

где  $\vec{F} = I_s(L)\vec{l} \times \vec{B}$  – сила Ампера,  $I_s(s) = \int_0^L I(s)ds$ ,  $I(s)$  – распределение тока по тросу,  $L$  – длина троса,  $\vec{\Delta}$  – радиус-вектор точки приложения силы  $\vec{F}$  относительно центра масс системы,  $\vec{B} = \mu R^{-3}\vec{e}$  – вектор магнитной индукции,  $\mu = 8 \cdot 10^6$  Тл· км<sup>3</sup> – магнитный момент земного диполя,  $R$  – модуль радиус-вектора центра масс системы,  $\vec{l}$  – единичный вектор вдоль троса. При определении момента (1) предполагается, что плоскость орбиты центра масс системы близка к плоскости магнитного экватора Земли.

При действии момента (1) ЭКТС будет совершать колебания относительно смещенного положения равновесия, причем направление этого смещения будет зависеть от направления тока. В этом случае колебания ЭКТС на орбите будут описываться следующим уравнением [4]

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta} + \frac{3}{2}\nu^{-1}\dot{\theta}^2 \sin 2\theta = \frac{M_\theta}{m_e L^2} \tag{2}$$

Где  $\theta$  – угол отклонения троса от вертикали,  $m_e = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  – приведенная масса,  $\nu = 1 + e \cos \vartheta$ ,  $e$  – эксцентриситет орбиты,  $\vartheta$  – угол истинной аномалии.

Уравнение невозмущенной орбиты центра масс имеет вид

$$R = \frac{p}{1 + e \cos J} = \frac{p}{n} \tag{3}$$

где  $p$  – параметр орбиты.

Производные для истинной аномалии в невозмущенном движении определяются следующим образом

$$\frac{d\vartheta_0}{dt} = \sqrt{\frac{K}{p^3}}(1 + e \cos \vartheta_0)^2, \quad \frac{d^2\vartheta_0}{dt^2} = -\frac{2K}{p^3}e \sin \vartheta_0 \tag{4}$$

где  $K$  – гравитационная постоянная Земли.

Для описания возмущенного движения центра масс ЭКТС используется система дифференциальных уравнений в оскулирующих элементах [5]:

$$\frac{dA}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \frac{2A}{1 - e^2} (a_s e \sin J + \frac{a_T p}{R}), \tag{5}$$

$$\frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \left[ a_s \sin \vartheta + a_T \left[ \left(1 + \frac{R}{p}\right) + \frac{eR}{p} \right] \right], \tag{6}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \left[ \frac{K}{R^2} + a_s \frac{\cos \vartheta}{e} - \frac{a_T}{e} (1 + R/p) \sin \vartheta \right], \tag{7}$$

где  $a_T = \frac{F_T}{m_1 + m_2}$  и  $a_s = \frac{F_s}{m_1 + m_2}$  – трансверсальное и радиальное ускорение от силы

Ампера,  $p = A(1 - e^2)$ ,  $F_T = -F \cos \vartheta$ ,  $F_s = F \sin \vartheta$ ,  $A$  – большая полуось орбиты.

Обозначая  $\vec{W}_E$  как вектор скорости вращения Земли, можно определить скорость центра масс системы относительно Земли

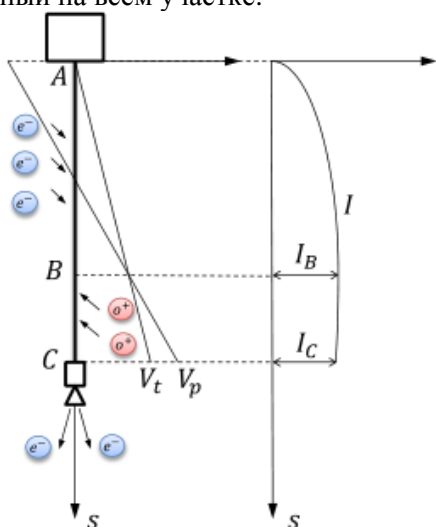
$$\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{\omega}_E \times \vec{r} \tag{8}$$

где  $\vec{W}_E$  – вектор абсолютной скорости ЭКТС и  $\vec{r}$  – вектор положения центра масс системы в геоцентрической инерциальной системе координат [6]. Будет рассматривать случай, когда

система стабилизирована вблизи локальной вертикали гравитационным градиентом. Поскольку неизолированный проводящий трос пересекает магнитное поле Земли на орбитальной скорости, то напряженность электрического поля будет равна [6]

$$E_m = \frac{dV_p}{ds} = (\vec{v}_r \times \vec{B}) \cdot \vec{l} \tag{9}$$

где  $V_p$  – индуцированное движением напряжение. На рисунке 1 представлена схема тросовой системы, содержащей на каждом конце троса устройства для замыкания токовой петли. Точки Аи С обозначают анод и катод соответственно, точка В – точку нулевого потенциала. Полученное электрическое поле будет состоять из двух частей – АВ, где значение тока не постоянно и увеличивается последовательно вследствие группирования электронов и ионов ионосферы на положительно и отрицательно определенных участках троса, и ВС, где ток постоянный на всем участке.

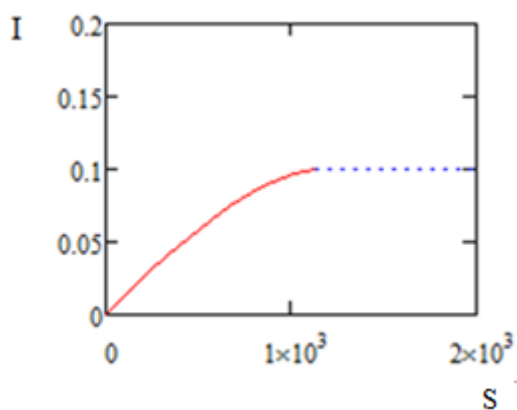


**Рисунок 1.** Схема электродинамической неизолированной тросовой системы и изменения тока [6].

Таким образом, определение силы Ампера (Лоренца), действующей на систему, сводится к поиску площади участка, где имеется электрический ток  $I_s(s)$  [7].

Площадь участка АВ может быть найдена несколькими методами численного интегрирования, мы будем рассматривать метод средних прямоугольников, площадь участка ВС находится как площадь прямоугольника.

Некоторые результаты расчетов представлены на рисунках 2 и 3. На рисунке 2 показан результат вычисления значения тока  $I$  вдоль троса длиной  $L=2$  км.



**Рисунок 2.** Распределение тока  $I$  вдоль троса.

На рисунке 3 показано, как изменяется высота центра масс ЭКТС. Из рисунка 3 следует, что высоты перигея и апогея орбиты центра масс системы уменьшаются приблизительно по

линейному закону. В данном случае приращение высоты перигея изменяется приблизительно на 50 км за 30 часов работы ЭКТС. Эксцентриситет орбиты при этом изменяется незначительно.

Таким образом, в работе показано, что с помощью ЭКТС с неизолированным тросом можно существенно изменять параметры орбиты центра масс тросовой системы.

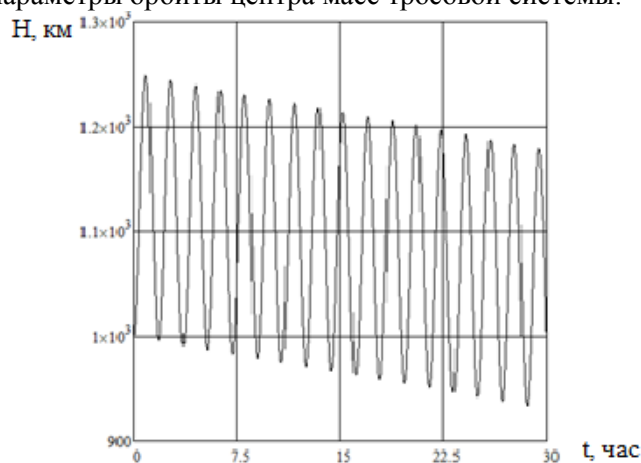


Рисунок 3. Высота центра масс ЭКТС.

### 3. Литература

- [1] Белецкий, В.В. Динамика космических тросовых систем / В.В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука, 1990. – 336 с.
- [2] Осипов, В.Г. Космические тросовые системы: история и перспективы / В.Г. Осипов, Н.Л. Шошунов // Земля и Вселенная. – 1998. – №4. – С. 19-29.
- [3] Zabolotnov, Yu. Introduction to the dynamics and control of the motion of space tether systems / Yu. Zabolotnov // Beijing: Science Press, 2013. – 140 p.
- [4] Воеводин, П.С. Моделирование и анализ колебаний электродинамической тросовой системы на орбите спутника Земли / П.С. Воеводин, Ю.М. Заболотнов // Математическое моделирование. – 2017. – Т. 29, №6. – С. 21-34.
- [5] Охоцимский, Д.Е. Основы механики космического полета // Д.Е. Охоцимский, Ю.Г. Сихарулидзе. – М.: Наука, 1990. – 335 с.
- [6] Zhong, R. Nano-Satellite Deorbit by Bare Electrodynamic Tether / R. Zhong, Z.H. Zhu // IAA Atmospheric Flight Mechanics (AFM) Conference, Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences. – 2013. – Vol. 4683. – P. 3-6.
- [7] Zhong, R. Dynamics of Nanosatellite Deorbit by Bare Electrodynamic Tether in Low Earth Orbit / R. Zhong, Z.H. Zhu // J. of Spacecraft and Rockets. – 2013. – Vol. 50(3). – P. 1-10.

## Modeling and analysis of electrodynamic rope system motion in near-earth orbit

**K.O. Saigak**<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** The paper is devoted to modeling the motion of an electrodynamic space cable system consisting of a bundle of two small spacecraft and a conductive cable in order to evaluate the possibilities of changing the orbit mass center of the system during the interaction of the cable with the magnetic field of the Earth.

**Keywords:** electrodynamic space cable system, conductive cables, space cable system, mathematical modeling, space technology, spatial oscillations, numerical integration.