

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ГАУССОВА ПУЧКА НА КОНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ МЕТОДОМ РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ ПУЧКА

А.В. Александрова

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

В работе рассматривается дифракция гауссова пучка на аксиконе в случае, когда угол конуса значительно меньше предельного. В этом случае для корректного описания прохождения излучения через аксикон необходимо рассматривать несколько внутренних отражений. В данной работе выполнено сравнение полученных ранее теоретических результатов в рамках геометрической оптики с результатами численного моделирования с использованием метода распространяющегося пучка (beam propagation method), реализованного в программном продукте компании R-Soft.

Ключевые слова: рефракционный аксикон, дифракция гауссова пучка, полное внутреннее отражение, beam propagation method.

Введение

Аксикон на протяжении нескольких десятков лет считается классическим оптическим элементом [1]. Основным применением аксиконов является формирование Бесселевых пучков, обладающих бездифракционными свойствами [2, 3].

В этом случае создаётся световой пучок, сохраняющий постоянный поперечный размер на очень большом расстоянии (значительно превышающем расстояние нерасходимости Гауссова пучка). Такие пучки нашли применение во многих областях [4], включая оптическое манипулирование [5-7], оптическую когерентную томографию [8, 9], метрологию [10, 11].

Бесселевы пучки можно производить как с помощью рефракционного конического [1, 12], так и дифракционного [13-16] аксикона. Рефракционные оптические элементы часто заменяются дифракционными с целью уменьшить габариты и вес оптической системы, что особенно существенно для космических аппаратов [17, 18]. Однако дифракционные аналоги оптических элементов имеют повышенную хроматическую селективность [19, 20], что может приводить к росту хроматических aberrаций в изображающих системах [21, 22]. Кроме того, некоторые эффекты, связанные с полным внутренним отражением, характерны только для рефракционных оптических элементов [23]. В работе [24] была рассмотрена дифракция лазерного излучения на узком аксиконе в случае, когда угол конуса значительно меньше предельного, т.е. при котором наступает полное внутреннее отражение. В этом случае для корректного описания прохождения излучения через аксикон необходимо рассматривать несколько внутренних отражений. В этой работе в геометрикооптическом приближении были получены аналитические выражения, позволяющие определить угол расходимости на выходе узкого аксикона. Моделирование с использованием метода конечных элементов подтвердило теоретические результаты. Однако моделирование было выполнено для очень малых размеров аксиконов – высотой не более 10 микрон. Увеличение расчетных размеров оптического элемента даже до нескольких

десятков длин волн становится затруднительным при использовании разностных методов расчёта в силу их огромной ресурсозатратности.

Использование более быстрых интегральных операторов распространения [25] в данной задаче невозможно, так они корректны только в рамках приближения тонкого оптического элемента. Одним из относительно быстрых методов расчета распространения излучения в объемных оптических элементах, например, волноводах, является метод распространяющегося пучка (beam propagation method, BPM) [26].

В данной работе выполнен расчет дифракции гауссова пучка на узком аксиконе с помощью BPM, реализованном в программном продукте компании R-Soft.

Теоретические основы

Числовая апертура рефракционного аксикона ограничивается условием наступления полного внутреннего отражения. Отсутствию внутреннего отражения соответствует условие, что синус угла преломления не превосходит единицы - угол при вершине удовлетворяет неравенству:

$$\alpha_0 \geq \arccos(1/n), \quad (1)$$

где n – показатель преломления вещества, из которого изготовлен волновод.

Для $n = 1,5$ предельный угол равен $48,19^\circ$ (рис. 1). Если условие (1) не выполняется, то происходит внутреннее отражение и лучи из аксикона выходят сбоку от верхней стороны элемента. В работе [24] было показано, что горизонтальный ход луча (рис. 2) будет при угле, удовлетворяющем равенству:

$$n \cos 3\alpha_0 = \cos \alpha_0, \quad (2)$$

при $n = 1,5$ этот угол равен $16,78^\circ$.

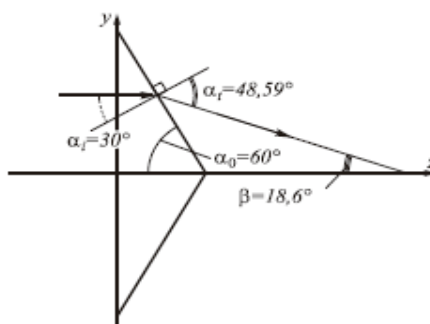


Рис. 1. Ход лучей при отсутствии полного внутреннего отражения

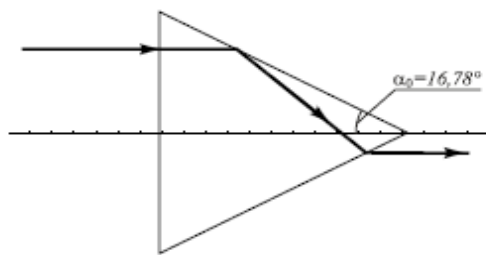


Рис. 2. Горизонтальный ход преломленного луча

Из равенства (2) видно, что диапазон углов, при которых аксикон обладает этим свойством, невелик – при малых углах косинус близок к единице, и небольшое уменьшение угла аксикона α_0 приведет к существенному изменению наклона выходящего луча. Таким образом, сначала будет формироваться действительный фокус на оптической оси, а затем мнимый, пока луч не достигнет снова горизонтального положения. Это произойдет при дополнительном внутреннем отражении, когда угол аксикона удовлетворяет равенству:

$$n \cos 5\alpha_0 = \cos \alpha_0, \quad (3)$$

при $n = 1,5$ этот угол равен $9,785^\circ$.

Данные выкладки были подтверждены в результате численного моделирования дифракции на аксиконах методом конечных элементов [24]. Далее приводятся аналогичные результаты расчетов, но для аксиконов больших размеров, полученные с помощью ВРМ.

Метод распространяющегося пучка

Чтобы получить уравнение метода ВРМ запишем уравнение Гельмгольца для компонент электрического поля [27, 28]:

$$\nabla^2 E(\vec{r}) + n^2 k_0^2 E(\vec{r}) = 0, \quad (4)$$

где

$$E(\vec{r}) = E(x, y, z) = U(x, y, z) e^{-in_c k_0 z}. \quad (5)$$

Здесь k_0 - волновое число, n_c - показатель преломления окружающей среды, $U(x, y, z)$ - плавно изменяющаяся функция огибающей, а $e^{-in_c k_0 z}$ - быстро осциллирующий фазовый множитель. Предполагается, что имеется волна, которая распространяется в основном вдоль оси z . Выражение $U(x, y, z) e^{-in_c k_0 z}$ в уравнении Гельмгольца можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - 2in_c k_0 \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (n^2 - n_c^2) k_0^2 U = 0. \quad (6)$$

Для упрощения уравнения (6) используется приближение для медленно меняющейся составляющей:

$$\left| \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right| \ll \left| 2n_c k_0 \frac{\partial U}{\partial z} \right|, \quad (7)$$

тогда можно получить основное уравнение ВРМ в простейшем случае:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{i}{2n_c k_0} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) - \frac{i}{2n_c} (n^2 - n_c^2) k_0 U. \quad (8)$$

Для решения дифференциального уравнения (8) используются численный расчет производных конечными разностями с заданным начальным значением $U(x, y, z)$ в плоскости $z = z_0$. Численное решение этого уравнения можно представить схематически (рис.3).

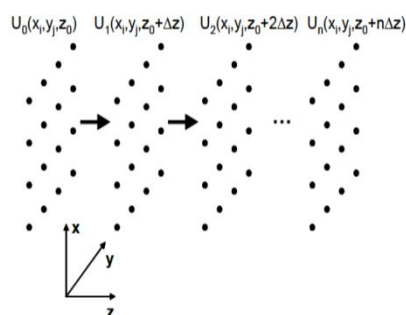


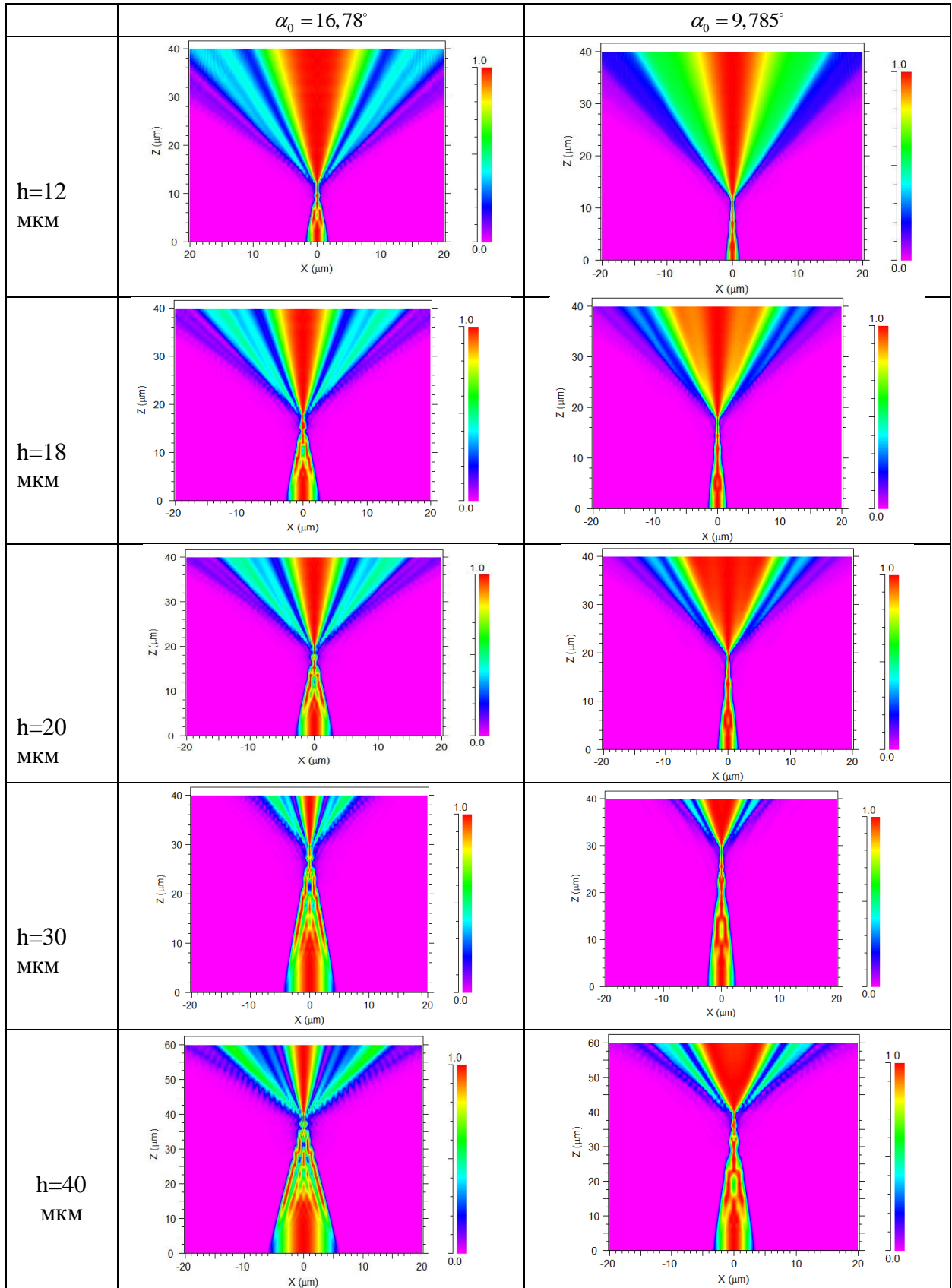
Рис. 3. Численное решение уравнения (8)

Достоинствами метода ВРМ являются скорость работы и небольшой размер используемой памяти компьютера, однако в простейшем варианте этот метод применим для параксиально-распространяющихся пучков.

Моделирование

В данном разделе приведены результаты численного моделирования дифракции Гауссова пучка на аксиконах, полученные с помощью ВРМ, реализованного в программном продукте компании R-Soft. Рассмотрим два случая, когда угол $\alpha_0 = 16,78^\circ$ (рис. 2) и $\alpha_0 = 9,785^\circ$.

Из табл. 1 видно, что результаты, полученные с помощью ВРМ существенно отличаются от теоретически предсказанных в рамках геометро-оптического анализа. При рассматриваемых углах излучение должно выходить из конических волноводов узким пучком, но оно существенно расходится. Это связано с небольшими размерами волноводов, которые нельзя считать параксиальными. Заметим, однако, что с увеличением физических размеров аксиконов при сохранении углов при вершине, выходное излучение становится более узким, что уже согласуется с ожидаемым поведением.

Таблица 1. Распределение амплитуды электрического поля для диапазона высот волновода $h \in [12\text{мкм}, 40\text{мкм}]$ 

Заключение

Результаты расчета прохождения Гауссова пучка через узкие конические волноводы с помощью ВРМ показали возможность применения этого метода только для достаточно больших размеров оптических элементов, когда применимо параксиальное приближение.

Литература

1. McLeod, J.H. The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *J. Opt. Soc. Am.* – 1954. – 44. – P. 592–597.
2. Березный, А.Е. Бессель-оптика / А.Е. Березный, А.М. Прохоров, И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер // *ДАН СССР.* – 1984. – № 234 (4). – С. 802-805.
3. Durmin, J. Diffraction-free beams / J. Durmin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – V.58, N.15. – P.1499-1501.
4. Hegner, M. The light fantastic / M. Hegner // *Nature.* – 2002. – V. 419. – P.125-126.
5. Arlt, J. Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt, K. Dholakia, J. Soneson and E.M. Wright // *Physical Review A.* – 2001. – V 63. – P. 063602-(8pp).
6. Со́йфер, В.А. Оптическое манипулирование микро-объектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой / Со́йфер В.А., Котляр В.В., Хонина С.Н. // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* – 2004. – Т.35, №6. – С.1368-1432.
7. Khonina, S.N. Rotating microobjects using a DOE-generated laser Bessel beam / Khonina S.N., Skidanov R.V., Kotlyar V.V., Soifer V.A. // *Proceedings of SPIE.* – 2004. - V.5456. - P. 244-255.
8. Leitgeb, R.A. Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy / R.A. Leitgeb, M. Villiger, A.H. Bachmann, L. Steinmann, and T. Lasser // *Optics Letters.* – 2006. – Vol. 31, No. 16. – P.2450-2452.
9. Lee, K.-S. Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / K.-S. Lee and J.P. Rolland // *Optics Letters.* – 2008. – Vol. 33, No. 15. – P. 1696-1698.
10. Wang, K. Influence of the incident wave-front on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-scale measurement / K. Wang, L. Zeng, and Ch. Yin // *Optics Communications.* – 2003. – N 216. – P. 99-103.
11. Котляр, В.В. Бесконтактное прецизионное измерение линейных смещений с использованием ДОО, формирующих моды Бесселя / Котляр В.В., Скиданов Р.В., Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика.* – 2001. – Т. 21. – С. 102-104.
12. Herman, R.M. Production and uses of diffractionless beams / R.M. Herman and T.A. Wiggins // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1991. – V.8(6). – P. 932-942.
13. Turunen, J. Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara, and A.T. Friberg // *J. Appl. Opt.* – 1988. – Vol. 27(19). – P. 3959-3962.
14. The phase rotor filter / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, M.V. Shinkaryev, V.A. Soifer, and G.V. Uspleniev // *J. Mod. Opt.* – 1992. – Vol. 39. – P. 1147–1154.
15. Khonina, S.N. Calculation of the focusators into a longitudinal line segment and study of a focal area / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // *J. Modern Optics.* – 1993. – Vol. 40(5). – P. 761-769.
16. Khonina, S.N. Bessel-mode formers / Khonina S.N., Kotlyar V.V. // *Proc. SPIE.* – 1994. – V. 2363. – P. 184-190
17. Lee, J.H. A very compact imaging spectrometer for the micro-satellite STSAT3 / J.H. Lee, K.I. Kang, J.H. Park // *International Journal of Remote Sensing.* – 2011. – V. 32, Issue 14. – P. 3935-3946.
18. Казанский, Н.Л. Моделирование работы гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера, в рамках геометрической оптики / Казанский Н.Л., Харитонов С.И., Карсаков А.В., Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика.* – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 271-280.
19. Каганов, Б.Л. Расчет тонких спектральных ДОО / Каганов Б.Л., Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика.* – 2005. – 27. – С. 32-37.
20. Doskolovich, L.L. Design and investigation of color separation diffraction gratings / Doskolovich L.L., Kazanskiy N.L., Khonina S.N., Skidanov R.V., Heikkilä N., Siitonen S., and Turunen J. // *Applied Optics.* – 2007. – 46(15). – P. 2825-2830.
21. Казанский, Н.Л. Формирование изображений дифракционной многоуровневой линзой / Казанский Н.Л., Хонина С.Н., Скиданов Р.В., Морозов А.А., Харитонов С.И., Волоотовский С.Г. // *Компьютерная оптика.* – 2014. – 38(3). – С. 425-434.

22. Хонина, С.Н. Сравнительное исследование спектральных свойств асферических линз / Хонина С.Н., Устинов А.В., Скиданов Р.В., Морозов А.А. // Компьютерная оптика. – 2015. – 39(3). – С. 363-369.
23. Устинов, А.В. Расчет комплексной функции пропускания рефракционных аксиконов / Устинов А.В., Хонина С.Н. // Компьютерная оптика. – 2011. – 35(4). – С. 480-490.
24. Устинов, А.В. Дифракция на аксиконе с учётом нескольких внутренних отражений / Устинов А.В., Дегтярев С.А., Хонина С.Н. // Компьютерная оптика. – 2015. – 39(4). – С. 500-507.
25. Хонина, С.Н. Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне: I. Алгоритмы расчёта / Хонина С.Н., Устинов А.В., Ковалев А.А., Волотовский С.Г. // Компьютерная оптика. – 2010. – 34(3). – С. 317-332.
26. Antoine, X. A construction of beam propagation methods for optical waveguides / X. Antoine, P. Dreyfuss and K. Ramdani / Communications in Computational Physics. – 2009. – V. 6, No. 3. – P. 565-576.
27. Стрилец, А.С. Согласование и исследование методов, основанных на дифференциальном и интегральном операторах распространения лазерного излучения в среде с малыми неоднородностями / Стрилец А.С., Хонина С.Н. // Компьютерная оптика. – 2008. – 32(1). – С. 33-38.
28. Khonina, S.N. Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber / Khonina S.N., Striletz A.S., Kovalev A.A., Kotlyar V.V. // Proceedings SPIE Vol. – 2010. –7523. – P. 75230B-1-12.