Методы исследования процессов с разными видами компенсаций разладок

В.Г. Бурмистрова[1], А.А. Бутов[1], М.А. Волков[1], М.С. Гаврилова[1], Б.М. Костишко[1], С.А. Хрусталев[1], А.С. Шабалин[1]

[1]Ульяновский государственный университет, Л. Толстого 42, Ульяновск, Россия, 432063

Аннотация. В данной работе вводятся определения трех видов компенсаций разладок (адаптивной реакции): скачкообразный, непрерывный и комбинированный (смешанный). Для каждого типа разладок осуществляется один из трех способов идентификации: основанные на принципах фильтрации, интерполяции или экстраполяции. В работе рассматриваются постановки задач для всех трех видов компенсаций и пути их решения. Результатом работы является группа математических моделей, включающих набор методов, применяемых для идентификации моментов адаптивной реакции разного вида в терминах задач оптимального управления.

1. Введение

В настоящей работе рассматриваются группы моделей, определяемые способом (типом) идентификации разладки (фильтрационный, экстраполяционный или интерполяционный). Для каждой из них приводятся три модели: для скачкообразной, непрерывной или смешанной компенсации. При этом определяются задачи оптимизации для анализа параметров компенсаций.

В работе [1] решены задачи об обнаружении оптимальных значений показателей процесса со скачкообразной компенсаций (значений интенсивности и скачков), в данной работе аналогичные задачи решаются для других видов компенсации. Работа является развитием методов [1].

Результатом работы является классификация идентификации разладок и видов компенсации. Для каждой модели представлен метод, позволяющий решать сформулированные задачи оптимизации.

Рассмотрим подробнее группы моделей, соответствующие способу получения информации о разладке.

2. Группы моделей компенсации, построенных для анализа моментов разладки по принципу фильтрации

Рассмотрим три группы процессов с компенсацией разладки: «скачкообразный», «непрерывный», «смешанный», которые заданы на стохастическом базисе $\mathrm{B}^{(1)} = (\Omega, F, \mathrm{F} = (F_t)_{t\geq 0}, \mathrm{P})$ с обычными условиями Деллашери (см., например, [2-3]).

Система с функцией $X^{(1)} = (X_t^{(1)})_{t\geq 0}$ и процессом $Y^{(1)} = (\mathrm{Y}_t^{(1)})_{t\geq 0}$ определяется как:

$$\begin{cases} X^{(1)}_t = \alpha^{(1)} \cdot I\left\{\theta^{(1)} \le t\right\} \\ Y^{(1)}_t = \int\limits_0^t X^{(1)}_s ds + \sigma^{(1)} W^{(1)}_t \end{cases}, \tag{1}$$

где переменные $\alpha^{(1)} > 0$, $\sigma^{(1)} > 0$ $(\alpha^{(1)}, \sigma^{(1)} \in R^+)$ известны. Момент разладки $\theta^{(1)}$ также предполагается известным и $\theta^{(1)} \in [0;T]$, $0 < T < \infty$. Процесс $W^{(1)} = (W^{(1)}_t)_{t\ge 0}$ - стандартный винеровский.

Функция $X^{(1)} = (X^{(1)}_t)_{t\ge 0}$ - «индикатором» разладки, а $Y^{(1)} = (Y^{(1)}_t)_{t\ge 0}$ - наблюдаемый процесс с разладкой.

Накопленную «скачкообразного» типа компенсацию разладки $K^{(1)} = (K^{(1)}_t)_{t\ge 0}$ представим как:

$$K^{(1)}_t = \int\limits_0^t I\left\{\int\limits_0^s X^{(1)}_u du - K^{(1)}_s \ge \beta^{(1)}\right\} I\{\theta^{(1)} \le t\} \cdot \beta^{(1)} d\pi^{(1)}_s, \tag{2}$$

где $\beta^{(1)} > 0$ - уровень компенсации, $\pi^{(1)} = (\pi^{(1)}_t)_{t\ge 0}$ - пуассоновский процесс с интенсивностью $\lambda^{(1)}$, допускающим разложение:

$$\pi^{(1)}_t = \lambda^{(1)} t + m^{\lambda^{(1)}}_t \tag{3}$$

где интенсивность $\lambda^{(1)} > 0$ и мартингалом $m^{\lambda^{(1)}}_t$.

Таким образом, процесс со «скачкообразной» компенсацией разладки (нарушений) $Z^{(1)} = (Z^{(1)}_t)_{t\ge 0}$ имеет вид:

$$Z^{(1)}_t = Y^{(1)}_t - K^{(1)}_t. \tag{4}$$

Стохастический дифференциал процесса с компенсацией разладки «непрерывного» вида можно представить по формуле (5):

$$dM^{(11)}_t = \gamma^{(11)}_0 M^{(11)}_t \cdot I\{t \ge \theta^{(1)}\} dt - \gamma^{(11)}_1 \cdot M^{(11)}_t / (t - \gamma^{(11)}_2) I\{t \ge \eta^{(11)}\} dt + \gamma^{(11)}_3 dW^{(11)}_t, \tag{5}$$

где переменные $\gamma^{(11)}_0, \gamma^{(11)}_1, \gamma^{(11)}_2, \gamma^{(11)}_3 \in R^+$ и известны.

Момент $\eta^{(11)}$ определяется следующим образом:

$$\eta^{(11)} = \inf\{t : M^{(11)}_t \ge A^{(11)}\}, \tag{6}$$

где $A^{(11)}$ известная константа ($A^{(11)} \in R^+$).

Стохастический дифференциал процесса с компенсацией разладки «смешанного» типа имеет вид:

$$dN^{(1)}_t = -\omega^{(1)}_0(t) N^{(1)}_t dt + \omega^{(1)}_1(t) dW^{(12)}_t, \tag{7}$$

где

$$\omega_1(t)^{(1)} = \overline{\omega_1}^{(1)} \cdot I\{t \le \theta^{(1)}\} + \overline{\omega_2}^{(1)} \cdot I\{\theta^{(1)} < t \le \eta^{(1)}\} + \overline{\omega_3}^{(1)} \cdot I\{t > \eta^{(1)}\},$$

$$\omega_0(t)^{(1)} = \overline{\overline{\omega_1}}^{(1)} \cdot I\{t \le \eta^{(1)}\} + \overline{\overline{\omega_2}}^{(1)} \cdot I\{t > \eta^{(1)}\},$$

переменные $\overline{\omega_1}^{(1)}, \overline{\omega_2}^{(1)}, \overline{\omega_3}^{(1)}, \overline{\overline{\omega_1}}^{(1)}, \overline{\overline{\omega_2}}^{(1)} \in R^+$ и известны, при этом $\overline{\omega_2}^{(1)} > \overline{\omega_1}^{(1)}$.

В ситуации, когда $\overline{\overline{\omega_1}}^{(1)} = \overline{\overline{\omega_2}}^{(1)}$ можно рассмотреть три случая:

1) если $\overline{\omega_2}^{(1)} > \overline{\omega_3}^{(1)} > \overline{\omega_1}^{(1)}$, то компенсация – частичная;

2) если $\overline{\omega_2}^{(1)} > \overline{\omega_3}^{(1)} = \overline{\omega_1}^{(1)}$, то компенсация – полная;

3) если $\overline{\omega_2}^{(1)} > \overline{\omega_1}^{(1)} > \overline{\omega_3}^{(1)}$, то происходит перерегулирование.

Момент $\eta^{(1)}$ определяется следующим образом:

$$\eta^{(1)} = \inf\{t : N_t^{(1)} \geq A^{(12)}\}, \tag{8}$$

где $A^{(12)}$ известная константа ($A^{(12)} \in R^+$).

3. Группы моделей компенсаций, построенных для анализа моментов разладки по принципу интерполяции

В настоящем параграфе момент разладки неизвестен и определяется методами интерполяции и рассматриваемые здесь процессы определены на стохастической структуре [4-5]:

$$S = (\Omega, F, \mathrm{F}, \mathcal{P}), \tag{9}$$

где $\mathcal{P}$ - семейство вероятностных распределений (мер) и $\mathcal{P}=\{P_{\theta^{(2)}}, \theta^{(2)} \in \Theta\}$, где $\Theta = [0,T]$, $0 < T < \infty$.

В первой модели, рассматриваются два объекта: процесс накопления повреждений ($Y^{(2)} = (Y_t^{(2)})_{t\geq 0}$) и функция «индикатор» показывающая изменения основных характеристик ($X^{(2)} = (X_t^{(2)})_{t\geq 0}$). Функция $X^{(2)} = (X_t^{(2)})_{t\geq 0}$ и процесс $Y^{(2)} = (Y_t^{(2)})_{t\geq 0}$ заданы на базисе (9).

Функция $X^{(2)} = (X_t^{(2)})_{t\geq 0}$ и процесс $Y^{(2)} = (Y_t^{(2)})_{t\geq 0}$ определены системой:

$$\begin{cases} X_t^{(2)} = \alpha^{(2)} \cdot I\left\{\theta^{(2)} \leq t\right\} \\ Y_t^{(2)} = \int_0^t X_s^{(2)} ds + \sigma^{(2)} W_t^{(2)} \end{cases}, \tag{10}$$

где переменные $\alpha^{(2)} > 0$, $\sigma^{(2)} > 0$ ($\sigma^{(2)}$, $\alpha^{(2)} \in R^+$) известны и $\theta^{(2)}$ - априори неизвестный момент разладки, принимающий значения из $[0,T]$ ($0 < T < \infty$). Процесс $W^{(2)} = (W_t^{(2)})_{t\geq 0}$ - стандартный винеровский. Система (10) является частично-наблюдаемой.

Накопленную компенсацию разладки скачкообразного типа $K^{(2)} = (K_t^{(2)})_{t\geq 0}$ представим как:

$$K_t^{(2)} = \int_0^t I\left\{\alpha^{(2)} \int_0^s (u - \tilde{\theta}) I\{\tilde{\theta} \leq u\} du - K_s^{(2)} \geq \beta^{(2)}\right\} I\{\tilde{\theta} \leq t\} \cdot \beta^{(2)} d\pi_s^{(2)}, \tag{11}$$

где $\beta^{(2)} > 0$ - уровень компенсации, $\pi^{(2)} = (\pi_t^{(2)})_{t\geq 0}$ - пуассоновский процесс с интенсивностью $\lambda^{(2)}$, допускающей разложение вида: $\pi_t^{(2)} = \lambda^{(2)} t + m_t^{\lambda^{(2)}}$ (с интенсивность $\lambda^{(2)} > 0$ и мартингалом $m_t^{\lambda^{(2)}}$).

Момент $\tilde{\theta}$ определяется как: $\tilde{\theta} = \mathrm{E}\{\theta^{(2)} \mid F_t^{Y^{(2)}}\}$.

В результате, процесс со скачкообразной компенсацией разладки $Z^{(2)} = (Z_t^{(2)})_{t\geq 0}$ имеет вид:

$$Z_t^{(2)} = Y_t^{(2)} - K_t^{(2)}. \tag{12}$$

В данной работе момент разладки не известен и определяется методом наименьших квадратов с ошибкой оценивания:

$$\delta_\theta = E\{(\theta^{(2)} - \tilde{\theta})^2 \mid F_t, \theta^{(2)} \leq t\} \to \min_{\theta}. \tag{13}$$

При моделировании процессов моделей подзадача (13) была решена методом имитационного моделирования.

Стохастический дифференциал процесса с компенсацией разладки «непрерывного» типа имеет вид:

$$dM_t^{(21)} = \gamma_0^{(21)} M_t^{(21)} \cdot I\{t \ge \tilde{\theta}\}dt - \gamma_1^{(21)} \cdot M_t^{(21)} / (t - \gamma_2^{(21)}) I\{t \ge \eta^{(21)}\}dt + \gamma_3^{(21)} dW_t^{(21)}, \qquad (14)$$

где переменные $\gamma_0^{(21)}, \gamma_1^{(21)}, \gamma_2^{(21)}, \gamma_3^{(21)} \in R^+$, известны.

Момент $\eta^{(21)}$ определяется как: $\eta^{(21)} = \inf\{t : M_t^{(21)} \ge A^{(21)}\}$. Константа $A^{(21)}$ ($A^{(21)} \in R^+$) известна.

Стохастический дифференциал процесса с компенсацией разладки «смешанного» типа имеет вид:

$$dN_t^{(2)} = -\omega_0^{(2)}(t) N_t^{(2)} dt + \omega_1^{(2)}(t) dW_t^{(22)}, \qquad (15)$$

где

$$\omega_1(t)^{(2)} = \overline{\omega_1}^{(2)} \cdot I\{t \le \theta^{(2)}\} + \overline{\omega_2}^{(2)} \cdot I\{\theta^{(2)} < t \le \eta^{(22)}\} + \overline{\omega_3}^{(2)} \cdot I\{t > \eta^{(22)}\},$$

$$\omega_0(t)^{(2)} = \overline{\overline{\omega_1}}^{(2)} \cdot I\{t \le \eta^{(22)}\} + \overline{\overline{\omega_2}}^{(2)} \cdot I\{t > \eta^{(22)}\},$$

переменные $\overline{\omega_1}^{(2)}, \overline{\omega_2}^{(2)}, \overline{\omega_3}^{(2)}, \overline{\overline{\omega_1}}^{(2)}, \overline{\overline{\omega_2}}^{(2)} \in R^+$ и известны, при этом $\overline{\omega_2}^{(2)} > \overline{\omega_1}^{(2)}$.

В ситуации, когда $\overline{\overline{\omega_1}}^{(2)} = \overline{\overline{\omega_2}}^{(2)}$ можно рассмотреть три случая:

1). если $\overline{\omega_2}^{(2)} > \overline{\omega_3}^{(2)} > \overline{\omega_1}^{(2)}$, то компенсация – частичная;

2). если $\overline{\omega_2}^{(2)} > \overline{\omega_3}^{(2)} = \overline{\omega_1}^{(2)}$, то компенсация – полная;

3). если $\overline{\omega_2}^{(2)} > \overline{\omega_1}^{(2)} > \overline{\omega_3}^{(2)}$, то происходит перерегулирование.

Момент $\eta^{(2)}$ определяется следующим образом:

$$\eta^{(22)} = \inf\{t : N_t^{(2)} \ge A^{(22)}\}, \qquad (16)$$

где $A^{(22)}$ известная константа ($A^{(22)} \in R^+$).

4. Группы моделей компенсации, построенных для анализа моментов разладки по принципу экстраполяции

Процессы, рассмотренные в настоящем параграфе, заданы на стохастической структуре [4,5]:

$$S = (\Omega, F, \mathrm{F}, \mathrm{P}), \qquad (17)$$

где $\mathrm{P} = \{P_{\theta^{(3)}}, \theta^{(3)} \in \Sigma\}$, где $\Sigma = [0, T]$, $0 < T < \infty$.

Функция $X^{(3)} = (X_t^{(3)})_{t \ge 0}$ («индикатор» разладки) и процесс $Y^{(3)} = (Y_t^{(3)})_{t \ge 0}$ (накопление повреждений) заданы на стохастической структуре (17) и определяются как:

$$\begin{cases} X_t^{(3)} = \alpha^{(3)} \cdot I\left\{\theta^{(3)} \le t\right\} \\ Y_t^{(3)} = \int_0^t X_s^{(3)} ds + \sigma^{(3)} W_t^{(3)} \end{cases}, \qquad (18)$$

где переменные $\alpha^{(3)} > 0$, $\sigma^{(3)} > 0$ ($\alpha^{(3)}, \sigma^{(3)} \in R^+$) известны, а $\theta^{(3)}$ - момент разладки, который принимает значения $[0, T]$ ($0 < T < \infty$) и неизвестен. Процесс $W^{(3)} = (W_t^{(3)})_{t \ge 0}$ - стандартный винеровский. Система (18) является частично-наблюдаемой, при этом наблюдение возможно только после наступления момента времени N ($0 < N < T$). Накопленная компенсация повреждений $K^{(3)} = (K_t^{(3)})_{t \ge 0}$ представим как:

$$K_t^{(3)} = \int_0^t I\left\{\alpha^{(3)} \int_0^s (u - \tilde{\varsigma}) I\{\tilde{\tilde{\theta}} \le u\} du - K_S^{(3)} \ge \beta^{(3)}\right\} I\{\tilde{\tilde{\theta}} \le t\} \cdot \beta^{(3)} d\pi_S^{(3)}, \qquad (19)$$

где $\beta^{(3)} > 0$ - уровень компенсации, $\pi^{(3)} = (\pi_t^{(3)})_{t\geq 0}$ - пуассоновский процесс с интенсивностью $\lambda^{(3)}$ допускающий разложение вида: $\pi^{(3)}_t = \lambda^{(3)} t + m_t^{\lambda^{(3)}}$ (интенсивность скачков $\lambda^{(3)} > 0$ и мартингалом $m_t^{\lambda^{(3)}}$).

Момент $\tilde{\tilde{\theta}}$ определяется как: $\tilde{\tilde{\theta}} = \mathrm{E}\{\theta^{(3)} \mid F_t\}$. Процесс с компенсацией разладки $Z^{(3)} = (\mathrm{Z}_t^{(3)})_{t\geq 0}$ имеет вид:

$$Z_t^{(3)} = \alpha^{(3)} \int_0^N (u - \tilde{\tilde{\theta}}) I\{\tilde{\tilde{\theta}} \leq u\} du + Y_t^{(3)} I\{N \leq t\} - K_t^{(3)} \tag{20}$$

Момент разладки определяется методом наименьших квадратов с ошибкой оценивания:

$$\delta_\theta = E\{(\theta - \tilde{\tilde{\theta}})^2 \mid F_t, \theta \leq t, t \geq N\} \to \min_{\tilde{\tilde{\theta}}} \tag{21}$$

Задача (21) решается имитационным способом.
Стохастический дифференциал процесса с компенсацией разладки «непрерывного» типа может иметь вид:

$$dM_t^{(31)} = \gamma_0^{(31)} M_t^{(31)} \cdot I\{t \geq \tilde{\tilde{\theta}}\} dt - \gamma_1^{(31)} \cdot M_t^{(31)} / (\mathrm{t} - \gamma_2^{(31)}) I\{t \geq \eta^{(31)}\} dt + \gamma_3^{(31)} dW_t^{(31)}, \tag{22}$$

где переменный $\gamma_0^{(31)}, \gamma_1^{(31)}, \gamma_2^{(31)}, \gamma_3^{(31)} \in R^+$, известны.

Момент $\eta^{(31)}$ определяется как: $\eta^{(31)} = \inf\{t : \mathrm{M}_t^{(31)} \geq A^{(31)}\}$. Константа $A^{(31)}$ известна ($A^{(31)} \in R^+$).

Стохастический дифференциал процесса с компенсацией разладки «смешанного» типа имеет вид:

$$dN_t^{(3)} = -\omega_0^{(3)}(\mathrm{t}) N_t^{(3)} dt + \omega_1^{(3)}(t) dW_t^{(32)}, \tag{23}$$

где

$$\omega_1(t)^{(3)} = \overline{\omega_1}^{(3)} \cdot I\{t \leq \theta^{(3)}\} + \overline{\omega_2}^{(3)} \cdot I\{\theta^{(3)} < t \leq \eta^{(32)}\} + \overline{\omega_3}^{(3)} \cdot I\{t > \eta^{(32)}\},$$

$$\omega_0(t)^{(3)} = \overline{\overline{\omega_1}}^{(3)} \cdot I\{t \leq \eta^{(32)}\} + \overline{\overline{\omega_2}}^{(3)} \cdot I\{t > \eta^{(32)}\},$$

переменные $\overline{\omega_1}^{(3)}, \overline{\omega_2}^{(3)}, \overline{\omega_3}^{(3)}, \overline{\overline{\omega_1}}^{(3)}, \overline{\overline{\omega_2}}^{(3)} \in R^+$ и известны, при этом $\overline{\omega_2}^{(3)} > \overline{\omega_1}^{(3)}$.

В ситуации, когда $\overline{\overline{\omega_1}}^{(3)} = \overline{\overline{\omega_2}}^{(3)}$ можно рассмотреть три случая:

1). если $\overline{\omega_2}^{(3)} > \overline{\omega_3}^{(3)} > \overline{\omega_1}^{(3)}$, то компенсация – частичная;

2). если $\overline{\omega_2}^{(3)} > \overline{\omega_3}^{(3)} = \overline{\omega_1}^{(3)}$, то компенсация – полная;

3). если $\overline{\omega_2}^{(3)} > \overline{\omega_1}^{(3)} > \overline{\omega_3}^{(3)}$, то происходит перерегулирование.

Момент $\eta^{(32)}$ определяется следующим образом:

$$\eta^{(32)} = \inf\{t : N_t^{(3)} \geq A^{(32)}\}, \tag{24}$$

где $A^{(32)}$ известная константа ($A^{(32)} \in R^+$).

5. Методы идентификации характеристик компенсаций

Для каждого вида компенсации в работе разработана целевая функция и задача оптимизации.
Для скачкообразной компенсации целевая функция имеет вид:

$$\Phi^{(1)}_T = \beta^{(\mathrm{i})} \cdot (1 + \lambda^{(i)} \cdot T) + \overline{A}^{(1)} \cdot EZ^{(i)}_T I\{\mathrm{Z}^{(i)}_T \geq 0\} \tag{25}$$

Для нахождения параметров компенсации необходимо решить задачу оптимизации:

$$\Phi^{(1)}{}_T(\lambda^{(i)}, \beta^{(i)}) \to \min_{\lambda^{(i)}, \beta^{(i)}}. \tag{26}$$

Для непрерывной компенсации целевая функция имеет вид:

$$\Phi^{(2)}{}_T = \frac{A^{(i1)}}{\gamma_2^{(i1)}} + \overline{A}^{(2)} \cdot EM^{(i1)}{}_T I\{M^{(i1)}{}_T \geq 0\}, \tag{27}$$

где $\overline{A}^{(2)}$ - параметр модели.

Для нахождения параметров непрерывной компенсации необходимо решить задачу оптимизации:

$$\Phi^{(2)}{}_T(\gamma_2^{(i1)}, A^{(i1)}) \to \min_{\gamma_2^{(i1)}, A^{(i1)}}. \tag{28}$$

Для смешанной компенсации целевая функция имеет вид:

$$\Phi^{(3)}{}_T = \lim_{t\to\infty}(D_1 N_t^{(i)} - D_2 N_t^{(i)})^2 + \overline{A}^{(3)}(\overline{\overline{\omega}}_2^{(i)} - \overline{\overline{\omega}}_1^{(i)})^2, \tag{29}$$

где $D_1 N_t^{(i)}$, $D_2 N_t^{(i)}$ -дисперсии процесса $N_t^{(i)}$ до момента компенсации и после.

Для нахождения параметров смешанной компенсации необходимо решить задачу оптимизации:

$$\Phi^{(3)}{}_T(\overline{\omega}_3^{(i)}, \overline{\overline{\omega}}_2^{(i)}) \to \min_{\overline{\omega}_3^{(i)}, \overline{\overline{\omega}}_2^{(i)}}. \tag{30}$$

В формулах (25)-(30) индекс i соответствует типу идентификации разладки (i =1,2,3).

6. Заключение

Математические модели на основе описаний в терминах процессов с компенсациями разладок могут быть использованы во многих областях (технических, биологических, метеорологических, социальных). При этом для построенных моделей возможно решение различных задач оптимизации (основная часть которых представлена в настоящей работе). Описанная в работе классификация и представленная группа моделей позволяют обобщения, прежде всего при описании процессов с разладками и в описании задач оптимизации (например, для различных функционалов потерь).

7. Литература

[1] Бурмистрова, В.Г. Некоторые задачи для процессов с компенсациями разладок / В.Г. Бурмистрова, А.А. Бутов, М.А. Волков, Ю.Ж. Пчелкина // Сборник трудов ИТНТ. – 2019. – Т. 4. – С. 239-242.

[2] Деллашери, К. Емкости и случайные процессы / К. Деллашери – М.: Мир, 1975. – 192 с.

[3] Ширяев, А.Н. Статистический последовательный анализ / А.Н.Ширяев – М.: Наука, 1976. – 272 с.

[4] Бутов, А.А. Математические модели физиологии в самостоятельных работах студентов и работах аспирантов. Часть 1. / А.А. Бутов – Ульяновск: УлГУ, 2013.

[5] Бара, Ж.-Р. Основные понятия математической статистики / Ж.-Р. Барра – М.: Мир, 1974. – 276 с.

Methods of researching processes with various types of compensation of the change-point

V.G. Burmistrova[1], A.A. Butov[1], M.A. Volkov[1], M.S. Gavrilova[1], B.M. Kostishko[1], S.A. Hrustalev[1], A.S. Shabalin[1]

[1] Ulyanovsk State University, Lev Tolstoy Street 42, Ulyanovsk, Russia, 432063

Abstract. In the article we introduce the definitions of three types of compensations of the change-point (adaptive of reactions): continuous, discontinues, combined (mixed). For each type, several ways for identifying a change-point are presented in the paper: similar to filtering, extrapolation and interpolation problems in partially observable schemes. The paper considers the statements of problems for all three types of compensations and ways to solve them. The result of this work is a set of methods used to identify moments of adaptive reactions of various types.