

Метод расчета параметров согласованной схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы модового мультиплексирования на торце сердцевины волоконного световода линии передачи

А.В. Бурдин

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 443010, ул. Льва Толстого 23, Самара, Россия

Аннотация

Представлен простой и быстрый метод расчета параметров схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы модового мультиплексирования (MDM) на торце сердцевины оптического волокна (ОВ) линии передачи. Предлагаемое решение базируется на совместном использовании известного метода интеграла перекрытия полей и ранее разработанной модификации приближения Гаусса. Показано, что при соответствующем сочетании значений радиуса пятна моды канала MDM и радиального рассогласования на вводе удастся добиться передачи практически всей мощности вводимой моды MDM отдельной направляемой моде ОВ этого же азимутального порядка. Приведены результаты апробации предложенного метода на примере расчета параметров пространственной схемы позиционирования каналов с выхода портов 5-модового MDM мультиплексора в торец маломодового ОВ 42/125 мкм.

Ключевые слова: модовое мультиплексирование; маломодовые оптические волокна, маломодовый режим передачи оптического сигнала; пространственное позиционирование модового поля; дифференциальная модовая задержка; прецизионное радиальное рассогласование; диаметр пятна моды; коэффициенты связи мод

1. Введение

Ежегодный мировой рост объема Интернет трафика, который по данным статистики, в зависимости от региона составляет от 20% до 44% [1, 2], широкое внедрение облачных технологий, Интернета вещей, появление беспроводных технологий 5G, активная разработка направления тактильного Интернета создают все предпосылки для непрерывного роста требований к повышению пропускной способности современных транспортных сетей связи, которые, по данным экспертов, к 2020 г. должны будут обеспечивать поддержку передачи данных на скоростях сотни Тбит/с и даже десятки Пбит/с [3, 4]. Ключевым фактором, сдерживающим практическую реализацию решения данной проблемы, являются искажения, вносимые кварцевыми оптическими волокнами (ОВ) – базовой средой распространения информационных сигналов современных высокоскоростных систем передачи. При этом с появлением коммерческих сверхбыстродействующих оптоэлектронных устройств цифровой обработки сигналов появилась, в том числе, возможность реализации сложных алгоритмов и, тем самым, в целом, повысилась эффективность электронной компенсации дисперсии. Однако с точки зрения снижения нелинейных факторов искажений, особенно для традиционных кварцевых телекоммуникационных одномодовых ОВ протяженных магистральных волоконно-оптических линий передачи (ВОЛП), данная проблема, получившая название «нелинейный предел Шеннона», по-прежнему остается актуальной [3 – 8].

Очевидным способом подавления нелинейных эффектов в оптическом тракте является уменьшение нелинейности самого волоконного световода. С точки зрения ОВ традиционной конструкции это может, в первую очередь, достигаться путем увеличения диаметра сердцевины световода [7, 8], что непосредственно приводит к увеличению площади эффективного сечения и, тем самым, снижению нелинейности самого ОВ. Поэтому переход на маломодовые ОВ (FMF – Few Mode Fibers) с экстремально увеличенным, по сравнению с традиционными телекоммуникационными коммерческими одномодовыми [9] и маломодовыми [10] ОВ, диаметром сердцевины, обеспечивающим практически полное устранение нелинейности самого волоконного световода, в сочетании с пространственным мультиплексированием (SDM – Space Division Multiplexing) на базе технологий модового уплотнения каналов (MDM – Mode Division Multiplexing) и MIMO (Multiple Input Multiple Output – множественные входы/множественные выходы), является одним из перспективных подходов для решения данной задачи [7, 8, 11 – 13].

Однако увеличение диаметра сердцевины FMF неизбежно приводит к появлению еще большего числа новых модовых составляющих высших порядков, удовлетворяющих условию отсечки рассматриваемого ОВ. В результате требуется проведение дополнительных мероприятий по уменьшению дифференциальной модовой задержкой (ДМЗ) – основного фактора линейных искажений оптического сигнала при распространении по ОВ в маломодовом режиме [14]. Неслучайно при разработке конструкций FMF ключевой проблемой является поиск компромисса между эффективной площадью сечения ОВ, непосредственно связанной с диаметром сердцевины, который, в том числе, определяет модовый состав волоконного световода, и минимизацией ДМЗ на заданной оптической несущей или в определенном выделенном диапазоне длин волн [12, 13, 15, 16].

В то же время, из теории связи мод хорошо известно [17], что перераспределение мощности оптического сигнала, поступающего с выхода когерентного источника в торец возбуждаемого волоконного световода, осуществляется между ограниченным числом мод этого ОВ, количество и порядок которых определяются геометрией и параметрами

возбуждаемого световода, исходным модовым составом (поперечными модами) излучения лазера и непосредственно самими условиями ввода. Например, еще в работе [18] было показано, что при центрированном вводе мощность поступающих с выхода источника поперечных мод оптического сигнала передается модам возбуждаемого ОВ только аналогичного азимутального порядка. Безусловно, при дальнейшем распространении сигнала по ОВ ввиду его нерегулярности, а также наличия микро- и макроизгибов, неизбежно возникающих на практике при установке реальных кабельных линий, эта мощность будет также частично передаваться новым модам, но также ближайших азимутальных и радиальных порядков [19 – 21]. При этом в [22, 23] на основании результатов проведенной серии экспериментальных тестов было продемонстрировано, что если изначально подобрать условия ввода сигнала с выхода лазера в торец волокна таким образом, чтобы практически вся мощность поступающего излучения передавалась непосредственно одной определенной моде заданного порядка, то и амплитуды новых, возбуждаемых в процессе распространения по ОВ, компонентов будут пренебрежимо малы, по сравнению с ней.

Таким образом, можно предположить, что применение описанного подхода, с точки зрения «размещения» каналов системы MDM с выхода мультиплексора на торце FMF волоконно-оптической линии передачи (ВОЛП) при одновременном согласовании радиусов пятна моды, позволит реализовать селективное возбуждение направляемых мод заданного порядка, характеризующихся минимальным разбросом задержки из всего модового состава данного ОВ и, тем самым, исключить сильное проявление ДМЗ. Этой задаче – разработке простого и быстрого метода расчета параметров схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы MDM на торце FMF с увеличенным диаметром сердцевин, а также его предварительной теоретической апробации – и посвящена данная работа.

2. Моделирование селективного возбуждения направляемых мод FMF с применением схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы MDM на торце ОВ

2.1. Общие положения

Как было отмечено выше, предлагаемый подход базируется на публикациях [22, 23], в которых ввод оптического излучения с выхода лазера в торец многомодового ОВ осуществлялся центрированно с помощью специализированного согласующего световода, обеспечивающего либо возбуждение мод высших порядков [22], либо, напротив, только основной моды LP_{0l} [23] за счет выравнивания радиусов пятна (MFR – Mode Field Radius) возбуждающей и возбуждаемых мод. При этом в отличие от известных решений в данной работе селективное возбуждение ограниченного числа мод FMF заданного порядка предлагается реализовать путем не только подбора соответствующих значений MFR, но и за счет прецизионного пространственного позиционирования мод каналов системы MDM с некоторым определенным радиальным смещением относительно центра сердцевин возбуждаемого ОВ.

Очевидно, что выбор этих двух ключевых параметров схемы позиционирования – MFR и радиального смещения d – целесообразно делать на основе анализа результатов расчета коэффициентов связи мод, который по-прежнему остается одним из наиболее известных и простых подходов к анализу перехода оптического излучения от одной моды к другой. Данный метод широко применяется при оценке вносимых потерь и коэффициента отражения на соединении ОВ одинаковой конфигурации с разбросом отдельных технологических параметров – например, [18, 24 – 26] и др., моделировании и исследовании влияния условий ввода оптического излучения на возбуждение оптических волноводов ([17, 27 – 29] и др.), в том числе и при моделировании распространения оптических сигналов по ОВ в маломодовом режиме ([14, 19, 20, 30, 31] и др.).

В общем случае коэффициент связи моды m , возбуждающей моду с индексом n , определяется через интеграл перекрытия полей взаимодействующих мод p и q ($LP_{lm(p)}$ и $LP_{lm(q)}$), который в скалярной постановке задачи для цилиндрической системы координат описывается следующим хорошо известным выражением [14, 17 – 20, 24 – 31]:

$$\eta_{pq} = \frac{\left| \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} F_{m(p)}^{(l_p)} F_{m(q)}^{(l_q)} r dr d\phi \right|^2}{\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \left| F_{m(p)}^{(l_p)} \right|^2 r dr d\phi \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \left| F_{m(q)}^{(l_q)} \right|^2 r dr d\phi}, \quad (1)$$

где $F_{m(p)}^{(l_p)}$ и $F_{m(q)}^{(l_q)}$ – радиальные распределения полей взаимодействующих мод – поступающей с выхода источника моды $LP_{lm(p)}$ и возбуждаемой в ОВ моды $LP_{lm(q)}$; l и m – азимутальный и радиальные порядки моды LP_{lm} , соответственно.

Для решения проблемы вывода аналитических выражений коэффициентов связи мод высших порядков, отличающихся более сложной, относительно основной моды LP_{0l} , структурой поля, и при этом перехода к профилям показателя преломления FMF, для которых «традиционное» представление градиентных профилей в виде совокупности простых гладких функций является некорректным, предлагается воспользоваться ранее разработанным обобщением модификации приближения Гаусса (ОМПГ) [21]. Данный приближенный метод непосредственно ориентирован на случай расчета спектральных характеристик дисперсионных параметров направляемых мод произвольного порядка, распространяющихся в слабонаправляющих ОВ с произвольным осесимметричным профилем показателя преломления. ОМПГ базируется на сочетании приближения Гаусса [17], модифицированного для расчета многомодовых ОВ [21], и методе стратификации [32]. Здесь, в отличие от известных решений, базирующихся на классическом приближении Гаусса [17] и его различных модификациях [33 – 39], предлагается рассматривать исследуемый слабонаправляющий волоконный световод с произвольным осесимметричным профилем показателя преломления, ограниченным одной

внешней сплошной оболочкой, как слабонаправляющий волоконный световод с многослойным профилем показателя преломления, представляемый в области сердцевинки ОВ в виде конечного числа N слоев, в пределах которых значение показателя преломления остается постоянным. В результате при задании исходных данных обеспечивается детализированное воспроизведение профиля показателя преломления исследуемого ОВ (например, непосредственно из протоколов измерения [40]), что в целом существенно снижает погрешность расчетов [41], несмотря на только один введенный вариационный параметр – нормированный эквивалентный MFR R_0 . Данный параметр является в рамках применяемого приближения Гаусса базовым и полностью определяет искомые характеристики моды, в том числе и радиальное распределение ее поля, которое описывается простым удобным для интегрирования при последующей подстановке в формулу (1) выражением на базе функций Лагерра-Гаусса [17, 32]:

$$F_m^{(l)}(R) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^l L_{m-1}^{(l)}\left(\frac{R^2}{R_0^2}\right) \exp\left(\frac{-R^2}{2R_0^2}\right), \quad (2)$$

где $R = r/a$ – нормированная радиальная координата; r – радиальная координата; a – радиус сердцевинки; $R_0 = \rho_0/a$ – нормированный эквивалентный, в рамках приближения Гаусса, MFR; ρ_0 – эквивалентный MFR; $L_{m-1}^{(l)}$ – полином Лагерра.

2.2. Коэффициенты связи мод при центрированном вводе

Переход от обобщенного интеграла перекрытия полей (1) после подстановки (2) к аналитическому выражению для расчета коэффициентов связи мод при центрированном вводе предложен еще в работе [18], вывод формулы подробно изложен в монографии [42]. Здесь же было показано, что при центрированном вводе связь возможна только между модами с одинаковыми азимутальными порядками $l_m = l_n = l$, а соответствующий коэффициент определяется по аналитической формуле вида [18, 42]:

$$\eta_{mn} = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m)\Gamma(l+n)} (2\rho_m\rho_n)^{2l+2} \left[\frac{(\rho_m - \rho_n)^{m+n-2}}{(\rho_m^2 + \rho_n^2)^{m+n+l-1}} \left\{ \sum_{k=0}^{\min(m-1, n-1)} (-1)^k \frac{\Gamma(m+n+l-k-1)}{\Gamma(m-k)\Gamma(n-k)k!} \left(\frac{\rho_m^2 + \rho_n^2}{\rho_m^2 - \rho_n^2}\right)^k \right\} \right]^2, \quad (3)$$

где m и n – радиальные порядки падающей моды m и возбуждаемой моды n , соответственно; ρ_m и ρ_n – их MFR; Γ – Гамма-функция.

2.3. Коэффициенты связи мод низших азимутальных порядков при вводе с радиальным рассогласованием

В отличие от предыдущего случая, для ввода с радиальным рассогласованием подавляющее большинство работ – например, [17, 27, 39, 1025, 1026, 1029] – и др., посвящены анализу стыков одномодовых волоконных световодов, и, соответственно, ограничиваются исключительно оценкой коэффициента передачи основной моды LP_{0l} . В упоминавшейся выше монографии [42] этот подход применялся в сочетании совместно с модификацией приближения Гаусса, что позволило реализовать вывод аналитического выражения уже для коэффициентов связи основной моды LP_{0l} и мод LP_{0m} нулевого азимутального порядка $l=0$.

Для перехода к коэффициентам связи высших мод произвольного порядка предлагается также использовать интеграл перекрытия полей, однако, записанный уже не в цилиндрической полярной, а Декартовой системе координат с учетом введенного рассогласования d . На рис. 1 представлено условное наложение полей взаимодействующих мод с неодинаковыми MFR и введенным радиальным рассогласованием d . Предварительно, задавая полярную цилиндрическую систему координат (r_n, φ_n) в плоскости поперечного сечения исследуемого ввода как базовую (r, φ) с центром на оптической оси возбуждаемого ОВ «2», выразим радиальную и азимутальную составляющие систем координат (r_m, φ_m) с центром на оптической оси сердцевинки ОВ «1», смещенным на расстояние d относительно центра системы координат (r, φ) , и далее, используя известные выражения [43], связывающие цилиндрические полярные и Декартовы координаты, получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} r_n &= r = \sqrt{x^2 + y^2}; \\ r_m &= \sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos \varphi} = \sqrt{(x+d)^2 + y^2}; \\ \cos \varphi_n &= \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \\ \cos \varphi_m &= \frac{d + r \cos \varphi}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos \varphi}} = \frac{x+d}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

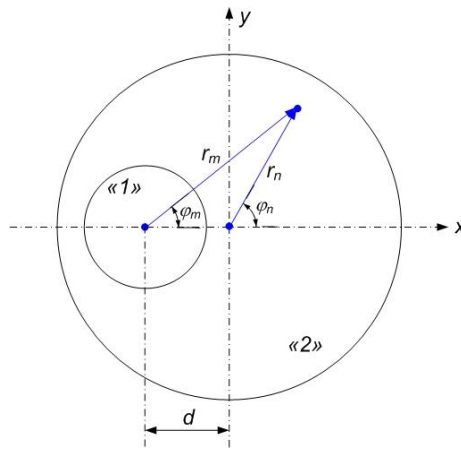


Рис. 1. Условное наложение полей взаимодействующих мод с неодинаковыми MFR и введенным радиальным рассогласованием d .

При этом общий вид интеграла перекрытия полей мод (1) в рамках ОМПГ, с учетом (4), примет вид:

$$\eta_{mn}^{(d)} = \frac{\left| \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} F_m^{(l_m)}(r_m) F_n^{(l_n)}(r_n) \cos(l_m \varphi_m) \cos(l_n \varphi_n) r dr d\varphi \right|^2}{\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} [F_m^{(l_m)}(r_m) \cos(l_m \varphi_m)]^2 r_m dr_m d\varphi_m \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} [F_n^{(l_n)}(r_n) \cos(l_n \varphi_n)]^2 r_n dr_n d\varphi_n} \quad (5)$$

Следует отметить, что если интегралы знаменателя (5) при последующей подстановке в них, согласно ОМПГ, выражения (2), являются табличными [43], то с интегралом числителя (далее он будет условно обозначен как $I^{(d)}$) возникает целый ряд трудностей. В первую очередь это связано с произведением $\cos(l_m \varphi_m) \cos(l_n \varphi_n)$ подынтегрального выражения: учитывая полученные соотношения (4), связывающие введенные локальные и базовую полярные цилиндрические системы координат, при переходе к модам высших (второго и более $l > 1$) азимутальных порядков потребуется применение обобщенной формулы разложения $\cos(lx)$ относительно $\cos x$, которая имеет следующий вид [43]:

$$\cos(lx) = 2^l \cos^l x \left[\frac{1}{2} + \sum_{p=0}^{E\left(\frac{l-2}{2}\right)} (-1)^{p+1} \frac{1}{2^{2p+3}} \frac{l}{p+1} \frac{(l-p-2)!}{[l-2(p+1)]!} \frac{1}{p! (\cos x)^{2(p+1)}} \right], \quad (6)$$

где $E(x)$ – целая часть действительного числа x ; $l=2, 3, 4, \dots$ – азимутальный порядок моды.

Выражение (6) справедливо только для $l > 1$, поэтому представляется целесообразным сначала реализовать вывод аналитических формул коэффициентов связи мод нулевого и первого азимутальных порядков ($l=0$ и $l=1$), после чего, воспользовавшись соотношением (6), обобщить предлагаемый подход на случай высших мод произвольных порядков $l > 1$, который будет более подробно рассмотрен в следующем разделе.

Таким образом, интеграл числителя $I^{(d)}$ формулы (5) после подстановки в нее аппроксимирующего выражения (2.1), в Декартовой системе координат для случая связи мод нулевого азимутального и произвольного радиального порядков LP_{0m} и LP_{0n} будет иметь вид:

$$I_{00}^{(d)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_{m-1}^{(0)} \left[\frac{(x+d)^2 + y^2}{\rho_m^2} \right] L_{n-1}^{(0)} \left[\frac{x^2 + y^2}{\rho_n^2} \right] \exp \left[-\frac{(x+d)^2 + y^2}{2\rho_m^2} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{2\rho_n^2} \right] dx dy. \quad (7)$$

Для вывода аналитической формулы предлагается воспользоваться известным выражением явного представления полиномов Лагерра в виде конечного степенного ряда [43]:

$$L_m^{(l)}(x) = \sum_{q=0}^m b_q^{(l,m)} x^q = \sum_{q=0}^m (-1)^q \frac{(l+m)!}{(l+q)!(m-q)!} x^q, \quad (8)$$

коэффициенты разложения которого b_q , как следует из (8) однозначно определены азимутальным и радиальным порядками моды. В результате на основании предложенного подхода с применением известной формулы умножения конечных степенных рядов [43] после выполнения соответствующих преобразований можно перейти к аналитической форме записи произведения полиномов Лагерра неодинаковой степени, порядка и аргумента, непосредственно фигурирующее в подынтегральном выражении I_d :

$$L_{m-1}^{(l_m)}(x) L_{n-1}^{(l_n)}(y) = \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(l_m, m-1)} b_{p-q}^{(l_n, n-1)} x^q y^{p-q}. \quad (9)$$

Далее для разделения переменных предлагается последовательно воспользоваться хорошо известным представлением алгебраической функции $(a+z)^n$ в виде конечного степенного ряда, а также умножения конечных

степенных рядов неодинаковой степени $(a+z)^m(b+z)^n$ [43], что позволит привести интеграл $I^{(d)}$ к табличному виду. Таким образом, в результате проведения соответствующих преобразований конечное выражение для коэффициентов связи мод LP_{0m} и LP_{0n} при вводе с заданным радиальным смещением d будет описываться следующим аналитическим выражением, записанным в виде совокупности конечных вложенных сумм:

$${}_{01}\eta_{mn}^{(d)} = M_0 \cdot \left\{ \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(0, m-1)} b_{p-q}^{(0, n-1)} \sum_{s=0}^p \sum_{t=\max(0, s-p+q)}^{\min(s, q)} Q_t^{(q, p-q)} \sum_{k=0}^{2(q-t)} \frac{(-1)^u (2s-1)! [2(q-t)]! u!}{[2(q-t)-k]! k!} \times \right. \\ \left. \times \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u}{2}\right)} \frac{1}{2^w (u-2w)! w!} \cdot \frac{d^{2(p-s-w)}}{(\rho_m^2 + \rho_n^2)^{s+u-w}} \rho_m^{2(s-q+w)} \rho_n^{2(s-p+q+u-w)} \right\}^2, \quad (10)$$

где $E(x)$ – целая часть действительного числа x ;

$$M_0 = \frac{4\rho_m^2 \rho_n^2}{(\rho_m^2 + \rho_n^2)^2} \exp \left[-\frac{d^2}{\rho_m^2} \left(1 - \frac{\rho_n^2}{\rho_m^2 + \rho_n^2} \right) \right]; \quad Q_t^{(q, p-q)} = \frac{q!}{(q-t)! t!} \cdot \frac{(p-q)!}{(p-q-s+t)! (s-t)!}; \\ (2s-1)!! = 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2s-1); \quad u = k + 2(p-q-s+t).$$

Аналогичным образом, после подстановки (2) с учетом соотношений (4), связывающих полярную цилиндрическую и Декартову системы координат, для случая связи мод первого азимутального и произвольного радиального порядков LP_{1m} и LP_{1n} и выполнения соответствующих преобразований в результате использования полученных формул произведения полиномов Лагерра разной степени, порядка и аргумента (9) и умножения конечных степенных рядов неодинаковой степени, обобщенное аналитическое выражение для коэффициентов связи мод LP_{1m} и LP_{1n} с учетом введенного радиального рассогласования d будет иметь вид:

$${}_{11}\eta_{mn}^{(d)} = \frac{4M_0}{mn} \cdot \left\{ \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(1, m-1)} b_{p-q}^{(1, n-1)} \sum_{s=0}^p \sum_{t=\max(0, s-p+q)}^{\min(s, q)} Q_t^{(q, p-q)} \sum_{k=0}^{2(q-t)+1} \frac{(-1)^{u+1} (2s-1)! [2(q-t)+1]! (u+1)!}{[2(q-t)+1-k]! k!} \times \right. \\ \left. \times \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u+1}{2}\right)} \frac{1}{2^w (u+1-2w)! w!} \cdot \frac{d^{2(p-s-w+1)}}{(\rho_m^2 + \rho_n^2)^{s+u+1-w}} \rho_m^{2(s-q+w)-1} \rho_n^{2(s-p+q+u-w)+1} \right\}^2, \quad (11)$$

Следует отметить, что в перечисленных выше публикациях, посвященных анализу стыков ОБ – например, [17, 24 – 27, 29] и др. – практически не рассматриваются вопросы оценки коэффициентов связи мод неодинаковых азимутальных порядков на соединении с осевым рассогласования. Очевидно, что в этом случае связь между модами будет достаточно слабой. Однако вопрос, насколько справедливо пренебрегать ей в рамках данной работы, остается открытым и требует проведения дополнительной количественной оценки данного параметра.

Для этой цели рассмотрим возбуждение мод первого азимутального порядка LP_{1n} модами нулевого азимутального порядка LP_{0m} с учетом введенного заданного радиального рассогласования d . Интеграл числителя (5), после подстановки (2) с учетом $l_m=0$ и $l_n=1$, а также соотношений (4) в Декартовой системе координат будет иметь следующий вид:

$$I_{01}^{(d)} = \frac{1}{\rho_n} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_{m-1}^{(01)} \left[\frac{(x+d)^2 + y^2}{\rho_m^2} \right] L_{n-1}^{(1)} \left[\frac{x^2 + y^2}{\rho_n^2} \right] \exp \left[-\frac{(x+d)^2 + y^2}{2\rho_m^2} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{2\rho_n^2} \right] x dx dy. \quad (12)$$

Используя предложенный подход для интегрирования $I^{(d)}$ на основе формул произведения полиномов Лагерра разной степени, порядка и аргумента (9) и умножения конечных степенных рядов неодинаковой степени, аналитическое выражение для коэффициентов связи мод LP_{0m} и LP_{1n} с учетом введенного радиального рассогласования d будет иметь вид:

$${}_{01}\eta_{mn}^{(d)} = \frac{M_0}{n} \cdot \left\{ \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(0, m-1)} b_{p-q}^{(1, n-1)} \sum_{s=0}^p \sum_{t=\max(0, s-p+q)}^{\min(s, q)} Q_t^{(q, p-q)} \sum_{k=0}^{2(q-t)} \frac{(-1)^{u+1} (2s-1)! [2(q-t)]! (u+1)!}{[2(q-t)-k]! k!} \times \right. \\ \left. \times \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u+1}{2}\right)} \frac{1}{2^w (u+1-2w)! w!} \cdot \frac{d^{2(p-s-w)+1}}{(\rho_m^2 + \rho_n^2)^{s+u-w}} \rho_m^{2(s-q+w)} \rho_n^{2(s-p+q+u-w)+1} \right\}^2. \quad (13)$$

Далее рассмотрим связь мод нулевого и первого азимутальных порядков на примере стыка двух неодинаковых градиентных многомодовых ОБ. В качестве возбуждающего ОБ или согласующего световода рассматривается волокно

категории OM2+/OM3 [40], а возбуждаемого – градиентное многомодовое ОВ OM2 с центральным дефектом профиля в виде провала [40]. Расчет параметров передачи модового состава образцов указанных ОВ реализуется с помощью ОМПГ. После подстановки полученных значений радиусов пятна мод $LP_{01}...LP_{07}$ возбуждающего ОВ OM2+/OM3 и мод $LP_{11}...LP_{17}$ в полученную формулу (13), проведена оценка значений коэффициентов связи перечисленных мод на стыке с радиальным смещением d . Так, на рис. 2 представлены диаграммы распределения коэффициентов связи мод $LP_{01}...LP_{07}$ и $LP_{11}...LP_{17}$ при конкретных значениях $d=5; 10; 15$ и 20 мкм. А на рис. 3 – кривые зависимости коэффициентов связи мод LP_{01}/LP_{11} , LP_{02}/LP_{22} , LP_{01}/LP_{13} и LP_{03}/LP_{15} от осевого смещения $d = 0...25$ мкм.

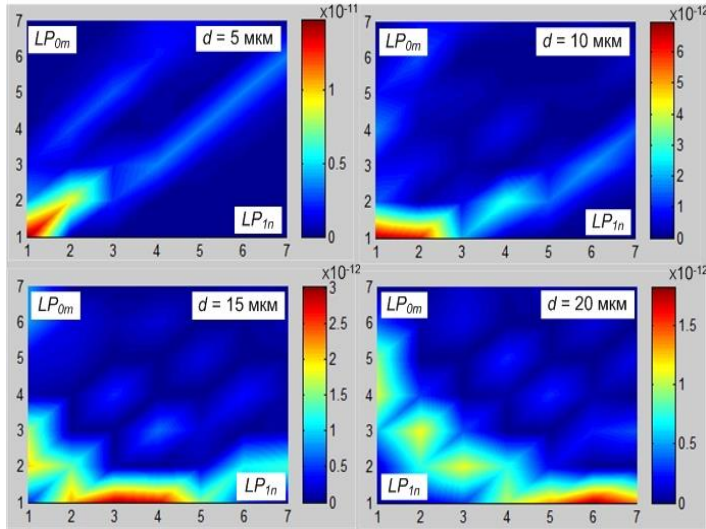


Рис. 2. Диаграммы распределения значений коэффициентов связи мод LP_{0m} и LP_{1n} ($m=1..7; n=1..7$) на стыке двух неодинаковых многомодовых ОВ, выполненном с радиальным рассогласованием d .

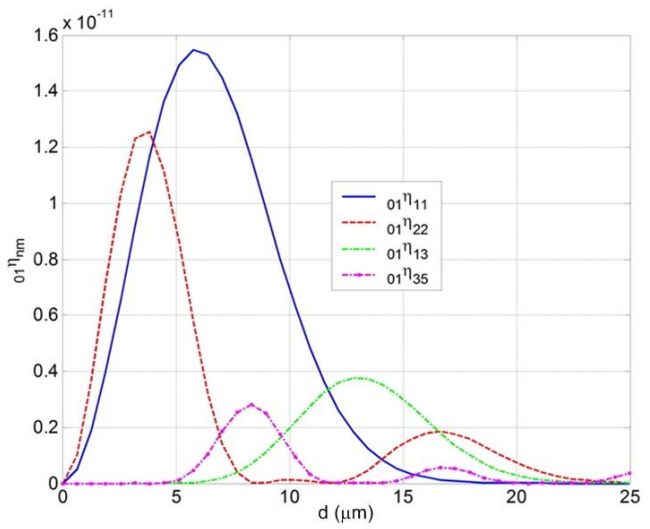


Рис. 3. Кривые распределения значений коэффициентов связи мод LP_{0m} и LP_{1n} заданных радиальных порядков m и n на стыке двух неодинаковых многомодовых ОВ в зависимости от радиального рассогласования d .

Анализ полученных результатов подтверждает предположение о слабой связи мод разных азимутальных порядков l : несмотря на то, что с увеличением осевого смещения связь между основной модой LP_{01} и высшими модами LP_{1n} усиливается, порядок значений коэффициентов составляет менее 10^{-10} . Таким образом, в рамках данной работы взаимодействием модовых компонентов сигнала неодинакового азимутального порядка l , возникающим в условиях введенного радиального рассогласования, можно пренебречь.

2.4. Коэффициенты связи мод высших азимутальных порядков при вводе с радиальным рассогласованием

Для перехода к выводу аналитического выражения коэффициентов связи мод высших (второго и более $l > 1$) азимутальных порядков предварительно, используя приведенную выше формулу разложения $\cos(lx)$ (5), а также формулу умножения конечных степенных рядов неодинаковой степени, с учетом (4), перепишем произведение $\cos(l\varphi_m)\cos(l\varphi_n)$ числителя подынтегрального выражения (5) в Декартовой системе координат:

$$\cos(l\varphi_m)\cos(l\varphi_n) = 2^{2l-1} \left\{ \frac{x(x+d)}{\sqrt{(x^2+y^2)[(x+d)^2+y^2]} \right\}^l \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{\mu=0}^{E\left(\frac{l-2}{2}\right)} P_{\mu}^{(l)} \left[\left(\frac{(x+d)^2+y^2}{(x+d)^2} \right)^{\mu+1} + \left(\frac{x^2+y^2}{x^2} \right)^{\mu+1} \right] + 2 \sum_{i=0}^{2E\left(\frac{l-2}{2}\right)} \sum_{j=\max\left[0, E\left(\frac{l-2}{2}\right)\right]}^{\min\left[i, E\left(\frac{l-2}{2}\right)\right]} P_j^{(l)} P_{i-j}^{(l)} \left(\frac{(x+d)^2+y^2}{(x+d)^2} \right)^{j+1} \left(\frac{x^2+y^2}{x^2} \right)^{i-j+1} \right\}, \quad (14)$$

где

$$P_{\mu}^{(l)} = \frac{(-1)^{\mu+1}}{2^{2\mu+3}} \frac{l}{\mu+1} \frac{(l-\mu-2)!}{[l-2(\mu+1)]! \mu!}.$$

Далее после подстановки (14) в интеграл числителя (5), с учетом соотношений (4), и, соответственно, применения формулы произведения полиномов Лагерра разной степени, порядка и аргумента (9), а также формулы умножения конечных степенных рядов неодинаковой степени, что в итоге позволит разделить переменные и перейти к табличным интегралам по dy и dx , после проведения соответствующих преобразований будет получено обобщенное аналитическое выражение для коэффициентов связи мод LP_{1m} и LP_{1n} произвольного порядка с учетом введенного радиального смещения d , которое будет иметь вид:

$${}_l \eta_{mn}^{(d)} = M_0 \frac{(m-1)!}{(l+m-1)!} \frac{(n-1)!}{(l+n-1)!} \left\{ 2^{2l} [M_1^{(l)} + M_2^{(l)} + M_3^{(l)} + M_4^{(l)}] \right\}^2; \quad (15)$$

где

$$M_1^{(l)} = \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(l, m-1)} b_{p-q}^{(l, n-1)} \sum_{s=0}^p \sum_{t=\max(0, s-p+q)}^{\min(s, q)} Q_t^{(q, p-q)} \sum_{k=0}^{l+2(q-t)} \Omega_k^{(l)} \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u+l}{2}\right)} \Psi_w^{(l)};$$

$$\Omega_k^{(l)} = \frac{(-1)^{u+l} (2s-1)! [l+2(q-t)]! (u+l)!}{[l+2(q-t)-k]! k!};$$

$$\Psi_w^{(l)} = \frac{1}{2^w (u+l-2w)! w!} \cdot \frac{d^{2(l+p-s-w)}}{(\rho_m^2 + \rho_n^2)^{s+u-w}} \rho_m^{2(s-q+w)-l} \rho_n^{2(s-p+q+u-w)+l};$$

$$M_2^{(l)} = \sum_{\mu=0}^{E\left(\frac{l-2}{2}\right)} P_\mu^{(l)} \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(l, m-1)} b_{p-q}^{(l, n-1)} \sum_{s=0}^{p+\mu+1} \sum_{t=\max(0, s-p+q)}^{\min(s, q+\mu+1)} Q_t^{(q+\mu+1, p-q)} \sum_{k=0}^{l+2(q-t)} \Omega_k^{(l)} \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u+l}{2}\right)} \Psi_w^{(l)};$$

$$M_3^{(l)} = \sum_{\mu=0}^{E\left(\frac{l-2}{2}\right)} P_\mu^{(l)} \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(l, m-1)} b_{p-q}^{(l, n-1)} \sum_{s=0}^{p+\mu+1} \sum_{t=\max(0, s-p+q-\mu-1)}^{\min(s, q)} Q_t^{(q, p-q+\mu+1)} \sum_{k=0}^{l+2(q-t)} \Omega_k^{(l)} \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u+l}{2}\right)} \Psi_w^{(l)};$$

$$M_4^{(l)} = 2 \sum_{i=0}^{2E\left(\frac{l-2}{2}\right)} \sum_{j=\max\left[0, E\left(\frac{l-2}{2}\right)\right]}^{\min\left[i, E\left(\frac{l-2}{2}\right)\right]} P_j^{(l)} P_{i-j}^{(l)} \sum_{p=0}^{m+n-2} \sum_{q=\max(0, p-n+1)}^{\min(p, m-1)} b_q^{(l, m-1)} b_{p-q}^{(l, n-1)} \sum_{s=0}^{p+i+2} \sum_{t=\max(0, s-p+q-i-j-1)}^{\min(s, q+j+1)} Q_t^{(q+j+1, p-q+i-j+1)} \sum_{k=0}^{l+2(q-t)} \Omega_k^{(l)} \sum_{w=0}^{E\left(\frac{u+l}{2}\right)} \Psi_w^{(l)}.$$

Для перехода от эквивалентных, в рамках приближения Гаусса, значений MFR к действительным предлагается воспользоваться полученными ранее также с использованием ОМПГ аналитическими формулами поправки Петерманна в ближнем и дальнем поле [44], вывод которых подробно описан в опубликованной работе [45]:

$$\text{MFR}_{\text{NF}}^{\text{P-1}} = R_0 \sqrt{2} \sqrt{\frac{(m-1)!}{(l+m-1)!} \cdot \sum_{q=0}^{2m-2} D_q (l+q+1)!}; \quad (16)$$

$$\text{MFR}_{\text{FF}}^{\text{P-2}} = R_0 \sqrt{\frac{(l+m-1)!}{(m-1)!} \cdot \left[\frac{(2l+m) \cdot (l+m-1)!}{(m-1)!} - (2l+q+1) \cdot \sum_{q=0}^{2m-2} C_q (l+q)! + \frac{l^2 + (l+q) \cdot (l+q-1)}{2} \cdot \sum_{q=0}^{2m-2} D_q (l+q-1)! \right]^{-\frac{1}{2}}}$$

где

$$C_q = \sum_{p=\max(0, q-m+1)}^{\min(q, m-1)} b_p^{(l, m-1)} b_{q-p}^{(l+1, m-1)};$$

$$D_q = \sum_{p=\max(0, q-m+1)}^{\min(q, m-1)} b_p^{(l, m-1)} b_{q-p}^{(l, m-1)}.$$

3. Расчет параметров схемы прецизионного пространственного позиционирования 5 каналов системы MDM на торце сердцевины FMF 42/125

В данном разделе приведены некоторые результаты апробации предложенного метода на примере расчета схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы MDM, представляющих собой моды LP_{ll} 1го радиального порядка, поступающих с выхода MDM-мультиплексора в торец FMF ВОЛП. Выбор оптимальных параметров схемы – соответствующей комбинации значений MFR поступающих мод каналов системы MDM и их пространственного позиционирования с некоторым заданным смещением d относительно центра сердцевины возбуждаемого ОВ – осуществляется на основе анализа результатов расчета коэффициентов связи, с точки зрения обеспечения максимального разброса амплитуд возбуждаемых мод одного азимутального порядка.

Рассматривается кварцевое слабонаправляющее FMF с диаметром сердцевинки 42 мкм и оболочки 125 мкм, профиль показателя преломления обеспечивает снижение ДМЗ в центральной области «С»-диапазона длин волн до 30 пс/км и менее. Методика синтеза и, соответственно результаты расчета указанного градиентного профиля показателя преломления подробно изложены в ранее опубликованной работе [46]. Данное ОВ поддерживает во всем «С»-диапазоне длин волн распространение 16 направляемых мод LP_{lm} – до 6го азимутального $l=0\dots6$ и 4го радиального $m=1\dots4$ порядков включительно.

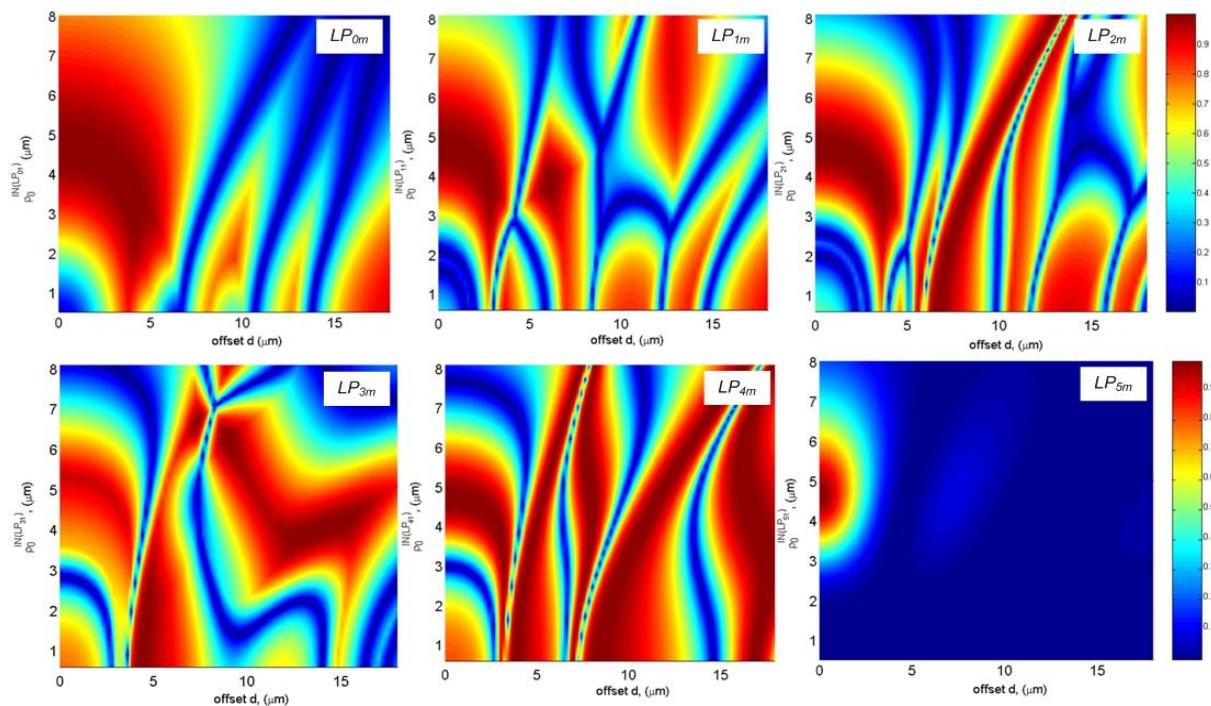


Рис. 4. 3D-диаграммы зависимости минимального разброса нормированных амплитуд возбуждаемых мод FMF в зависимости от радиуса пятна вводимой моды LP_{l1} канала системы MDM и ее радиального смещения d относительно центра ОВ.

На первом этапе был проведен расчет коэффициентов связи возбуждаемых мод FMF и, соответственно, вводимых мод каналов системы MDM в зависимости от MFR последних и их положения относительно центра сердцевины возбуждаемого ОВ. Рассматривались следующие диапазоны значений: MFR $\rho_0^{IN}=0,5\dots 8,0$ мкм; радиальные смещения $d=0,0\dots 18,0$ мкм. Полученные результаты расчетов коэффициентов связи позволили перейти к построению 3D-диаграмм зависимости минимального разброса нормированных амплитуд возбуждаемых мод FMF соответствующих азимутальных порядков, в зависимости от перечисленных выше параметров, которые приведены на рис. 4. Поскольку для 5го и 6го азимутальных порядков условиями отсечки FMF удовлетворяют только моды 1го радиального порядка – LP_{51} и LP_{61} , для которых оптимальным, с точки зрения согласованности по MFR, является только центрированный ввод, предлагается рассмотреть 5-канальную систему MDM, оснащенную мультиплексором, обеспечивающим ввод 5 мод 1го радиального порядка $LP_{0m}\dots LP_{4m}$. Анализ построенных диаграмм позволил выделить соответствующие значения MFR и локации торца FMF, как в центральной, так и периферийной части сердцевины ОВ, при которых для всех 5ти перечисленных модовых групп $LP_{0m}\dots LP_{4m}$ минимальное отклонение нормированных амплитуд внутри одной группы идентичного азимутального порядка $l=0\dots 4$ составило не менее 0,95 при передаче практически всей мощности вводимых каналов MDM направляемым модам FMF $LP_{01}, LP_{11}, LP_{21}, LP_{32}, LP_{42}$, отличающихся минимальным разбросом задержки относительно основной моды LP_{01} . При этом мода LP_{11} MDM вводится центрированно, в то время как остальные каналы пространственно позиционируются на расстоянии 3,4...4,8 мкм относительно центра сердцевины FMF. Сопоставление спектральных характеристик ДМЗ без и, напротив, с выбором параметров схемы прецизионного позиционирования, представленных на рис. 5, показывает, что подбор сочетания MFR вводимых мод и их положения на торце FMF на заданном расстоянии от центра сердцевины позволяет еще уменьшить ДМЗ более чем в 1,8 раз относительно исходного значения не только в области длины волны $\lambda=1550$ нм, но и во всем «С»-диапазоне.

4. Заключение

Представлен простой и быстрый метод расчета параметров схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы MDM на торце сердцевины ОВ ВОЛП. Предлагаемое решение базируется на совместном использовании известного метода интеграла перекрытия полей и ранее разработанного приближенного метода ОМПГ. Показано, что при соответствующем сочетании значений MFR канала MDM и радиального рассогласования на вводе удастся добиться передачи практически всей мощности вводимой моды канала MDM отдельной направляемой моде ОВ этого же азимутального порядка. Приведены результаты апробации предложенного метода на примере расчета параметров пространственной схемы позиционирования каналов с выхода портов 5-модового MDM мультиплексора в торец FMF 42/125 мкм, обеспечивающей общее снижение ДМЗ не менее чем в 1,8 раз во всем «С»-диапазоне длин волн.

Весте с тем остается открытым ряд проблем практической реализации предлагаемой схемы прецизионного ввода. Так, задача формирования моды заданного порядка с определенным MFR частично решается, например, путем применения специализированной оптической маски [47] или дифракционного оптического элемента [48] соответствующей конфигурации, а позиционирование канала MDM на торце ОВ в заданной локации относительно центра сердцевины – с помощью прецизионного расположения портов фотонных / волоконно-оптических лантерн [49, 50]. Однако вопросы выбора исходной мощности вводимых мод каналов MDM, с учетом прохождения портов мультиплексора и существенно отличающихся вносимых потерь на вводе ОВ с радиальным рассогласованием и разбросом MFR искомым мод ОВ, с

точки зрения выравнивания амплитуд возбуждаемых мод уже группового сигнала, транслируемого по ВОЛП, требует проведения дополнительных исследований.

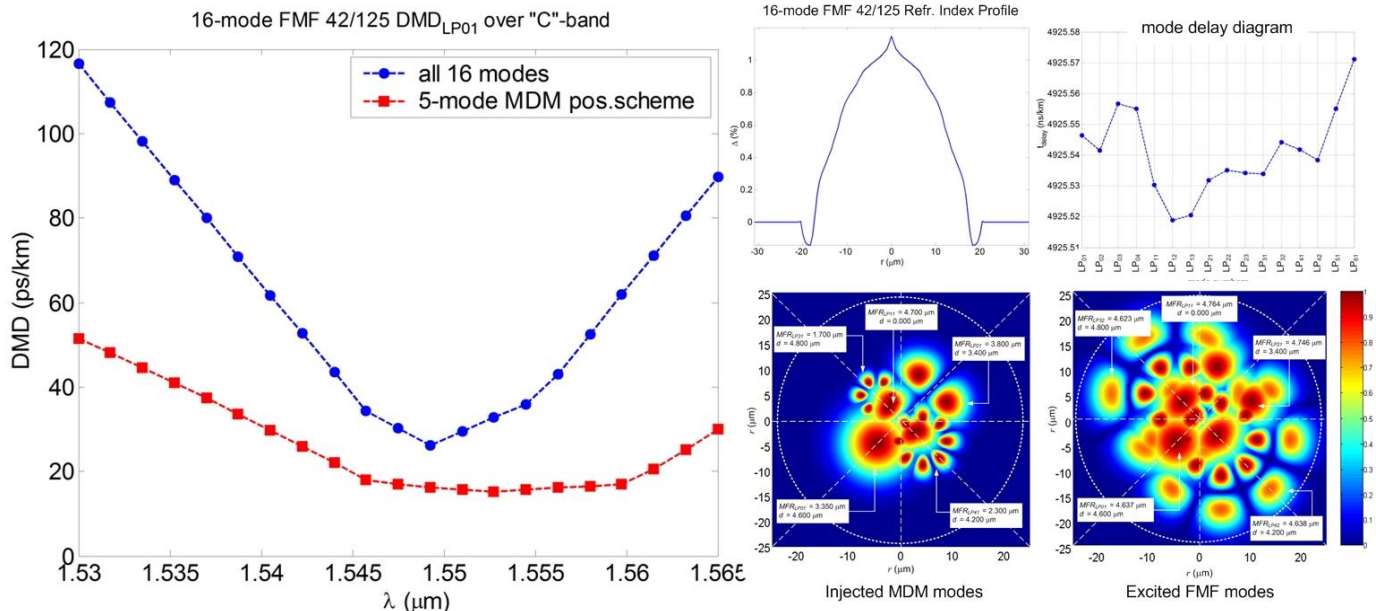


Рис. 5. Спектральные зависимости ДМЗ по основной моде FMF 42/125 в пределах волнового «С»-диапазона без и с подбором параметров асимметричной схемы позиционирования мод каналов MDM на торце исследуемого ОВ.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-60015 мол_а_дк.

Литература

- [1] Cisco service providers forecasts and trends. Cisco Systems Inc. Complete Forecast, 2016 [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.cisco.com/c/en/us/solutions/service-provider/visual-networking-index-vni/index.html#cloud-forecast>
- [2] Мякин, Д. Глобальный Интернет-трафик почти достиг Зеттабайта. 3D-News. Daily Digital Digest, 2016 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.3dnews.ru/927990>
- [3] Essiambre, R.-J. Capacity trends and limits of optical communication networks / R.-J. Essiambre, R.W. Tkach R.W. // Proceedings of IEEE. – 2012. – Vol 100(5). – P. 1035 – 1055. DOI: 10.1109/JPROC.2012.2182970.
- [4] Дианов, Е.М. На пороге Пета-эры // Успехи физических наук. – 2013. – Т.183, №5. – С. 511 – 518. DOI: 10.3367/UFNr.0183.201305f.0511.
- [5] Hirano, M. Future of transmission fiber // IEEE Photonics Journal. – 2011. – Vol 3(2). – P. 316 – 319. DOI: 10.1109/JPHOT.2011.2130519.
- [6] Ellis, D. The nonlinear Shannon limit and the need for new fibres // Proceedings of SPIE. – 2012. – Vol. 8434. – P. 84340H-1 – 84340H-11. DOI: 10.1117/12.928093.
- [7] Richardson, D.J. Space-division multiplexing in optical fibers / D.J., Richardson, J.M. Fini, L.E. Nelson // Nature Photonics. – 2013. – Vol. 7(5). – P. 354 – 362. DOI: 10.1038/nphoton.2013.94.
- [8] Morioka, T. Recent progress in space-division multiplexed transmission technologies // OFC/NFOEC Technical Digest. – 2013. – OW4F.2-1 – OW4F.2-4. DOI: 10.1364/OFC.2013.OW4F.2.
- [9] Листвин, А.В. Оптические волокна для линий связи / А.В. Листвин, В.Н. Листвин, Д.В. Швырков. – М.: ЛЕСАПап, 2003. – 288 с.
- [10] OFS. Few mode optical fiber series. OFS Fitel LLC. Product catalog, 2016 [Electronic resource]. – Access mode: <http://fiber-optic-catalog.ofsoptics.com/viewitems/few-mode-optical-fiber-series/few-mode-optical-fiber-series1?>
- [11] Kubota, H. Few-mode optical fiber for mode-division multiplexing / H. Kubota, T. Morioka // Optical Fiber Technology. – 2011. – Vol. 17(5). – P. 490 – 494. DOI: 10.1016/j.yofte.2011.06.011.
- [12] Mizuno, T. Dense space-division multiplexed transmission systems using multi-core and multi-mode fiber / T. Mizuno, H. Takara, A. Sano, Yu. Miyamoto // IEEE Journal of Lightwave Technologies. – 2016. – Vol. 34(2). – P. 582 – 592. DOI: 10.1109/JLT.2015.2482901.
- [13] Sillard, P. 50 μm multimode fibers for mode division multiplexing / P. Sillard, D. Molin, M. Bigot-Astruc, A. Amezcua-Correa, K. de Jongh, F. Achten // IEEE Journal of Lightwave Technologies. – 2016. – Vol. 34(8). – P. 1672 – 1677. DOI: 10.1109/JLT.2015.2507442.
- [14] Bottacchi, S. Multi-Gigabit transmission over multimode optical fibre. Theory and design methods for 10GbE systems. – West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2006. – 654 p.
- [15] Ferreira, F.M. Design of few-mode fibers with M-modes and low differential mode delay / F.M. Ferreira, D. Fonseca, H.J.A. da Silva // IEEE Journal of Lightwave Technology. – 2014. – Vol. 32(3). – P. 353 – 360. DOI: 10.1109/JLT.2013.2293066.
- [16] Sillard, P. Next-generation fibers for space-division-multiplexed transmission // IEEE Journal of Lightwave Technologies. – 2015. – Vol. 33(5). – P. 1092 – 1099. DOI: 10.1109/JLT.2014.2371134.
- [17] Snyder, A.W. Optical waveguide theory / A.W. Snyder, J. Love. – London: Chapman & Hall, 1983. – 738 p.
- [18] Срапионов, В.А. Связь мод в стыках оптических волокон с разбросом параметров // Электросвязь. – 1985. – №10. – стр. 10 – 12.
- [19] Gholami, A. Physical modeling of 10 GbE optical communication systems / A. Gholami, D. Molin, P. Sillard // IEEE Journal of Lightwave Technology. – 2011. – Vol. 29(1). – P. 115 – 123. DOI: 10.1109/JLT.2010.2095454.
- [20] Pepeljugoski, P. Modeling and simulation of next-generation multimode fiber links / P. Pepeljugoski, S.E. Golowich, A.J. Ritger, P. Kolesar, A. Ristetski // IEEE Journal of Lightwave Technology. – 2003. – Vol. 21(5). – P. 1242 – 1255. DOI: 10.1109/JLT.2003.811320.
- [21] Bourdine, A.V. Modeling and simulation of piecewise regular multimode fiber links operating in a few-mode regime // Advances in Optical Technologies. – 2013. – Vol. 2013. – P. 469389-1 – 469389-18. DOI: 10.1155/2013/469389.
- [22] Bunge, C.-A. Analysis of ring launching scheme using hollow optical fibre mode converter for 10 Gps multimode fibre communication / C.-A. Bunge, S. Choi, K. Oh K. // Optical Fiber Technology. – 2006. – Vol. 12. – P. 48 – 58. DOI: 10.1016/j.yofte.2005.05.001.
- [23] Sim, D.H. High-speed multimode fiber transmission by using mode-field matched center-launching technique / D.H. Sim, Y. Takushima, Y.C. Chung // IEEE Journal of Lightwave Technology. – 2009. – Vol. 27(8). – P. 1018 – 1026. DOI: 10.1109/JLT.2008.2005040.
- [24] Гурджи, С.П. Расчет потерь в соединениях одномодовых световодов со сложным профилем показателя преломления / С.П. Гурджи, В.Б. Каток // Электросвязь. – 1990. – №10. – С. 25 – 27.

- [25] Meunier, J.P. An accurate splice loss analysis for single-mode graded-index fibers with mismatched parameters / J.P. Meunier, S.I. Hosain // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1992. – Vol. 10(11). – P. 1521 – 1526. DOI: 10.1109/50.184887.
- [26] Yu, Q. Refractive index profile influences on mode coupling effects at optical fiber splices and connectors / Q. Yu, P.-H. Zongo, P. Facq // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1993. – Vol. 11(8). – P. 1270 – 1273. DOI: 10.1109/50.254084.
- [27] Chandra, R. Mode excitation by tilted and offset Gaussian beams in W-type fibers / R. Chandra, K. Thyagarajan K., A.K. Ghatak // *Applied Optics*. – 1978. – Vol. 17(17). – P. 2842 – 2847. DOI: 10.1364/AO.17.002842.
- [28] Авруцкий, И.А. Исследование процессов возбуждения, излучения и отражения света в гофрированных волноводах / И.А. Авруцкий, В.А. Сычугов, А.В. Тищенко // *Труды ИОФАН*. – 1991. – Т. 34. – С. 3 – 98.
- [29] Hosain, S.I. Coupling efficiency of butt-jointed planar waveguides with simultaneous tilt and transverse offset / S.I. Hosain, J.P. Meunier, Z.H. Wang // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1996. – Vol. 14(5). – P. 901 – 907. DOI: 10.1109/50.495175.
- [30] Raddatz, L. An experimental and theoretical study of the offset launch technique for the enhancement of the bandwidth of multimode fiber links / L. Raddatz, I.H. White, D.G. Cunningham, M.C. Nowell // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1998. – Vol. 16(3). – P. 324 – 331. DOI: 10.1109/50.661357.
- [31] Webster, M. A statistical analysis of conditioned launch for Gigabit Ethernet links using multimode fiber / L. Raddatz, I.H. White, D.G. Cunningham // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1999. – Vol. 17(9). – P. 1532 – 1541. DOI: 10.1109/50.788558.
- [32] Adams, M.J. An introduction to optical waveguides. New York: John Wiley and Sons, 1981. – 401 p.
- [33] Sharma, A. The fundamental mode of graded-index fibres: simple and accurate variational methods / A. Sharma, S.I. Hosain, A.K. Ghatak // *Optical and Quantum Electronics*. – 1982. – Vol. 14(1). – P. 7 – 15. DOI: 10.1007/BF00620905.
- [34] Tewari, R. Scalar variational analysis of single mode fibers with Gaussian and smoothed-out profiles / R. Tewari, S.I. Hosain, K. Thyagarajan K. // *Optics Communications*. – 1983. – Vol. 48(3). – P. 176 – 180.
- [35] Oksanen, M.I. Variational analysis of anisotropic graded-index optical fibers / M.I. Oksanen, I.V. Lindell // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1989. – Vol. 7(1). – P. 87 – 91.
- [36] Ankiewicz, A. Generalized Gaussian approximation for single-mode fibers / A. Ankiewicz, G.-D. Peng // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1992. – Vol. 10(1). – P. 22 – 27. DOI: 10.1109/50.108731.
- [37] Holmes, M.J. New Gaussian-based approximation for modeling non-linear effects in optical fibers / M.J. Holmes, D.M. Spirit, F.P. Payne // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1994. – Vol. 12(2). – P. 193 – 201. DOI: 10.1109/50.350604.
- [38] Wu, M.-Sh. Variational analysis of single-mode graded-core W-fibers / M.-Sh. Wu, M.-H. Lee, W.-H. Tsai // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 1996. – Vol. 14(1). – P. 121 – 125. DOI: 10.1109/50.476145.
- [39] Meher, H. Variational approximations for single-mode graded-index fibers: some interesting applications / H. Meher, S.I. Hosain // *Journal of Optical Communications*. – 2003. – Vol. 24(1). – P. 25 – 30. DOI: 10.1515/JOC.2003.24.1.25.
- [40] Бурдин, А.В. Исследование дефектов профиля показателя преломления многомодовых оптических волокон кабелей связи / А.В. Бурдин, К.А. Яблочкин // *Инфокоммуникационные технологии*. – 2010. – №2. – С. 22 – 27.
- [41] Bourdine, A.V. Calculation of transmission parameters of the launched higher-order modes based on the combination of a modified Gaussian approximation and a finite element method / A.V. Bourdine, O.R. Delmukhametov // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2013. – Vol. 72(2). – P. 111 – 123. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v72.i2.30.
- [42] Андреев, В.А. Многомодовые оптические волокна. Теория и приложения на высокоскоростных сетях связи / В.А. Андреев, А.В. Бурдин – М.: Радио и связь, 2004. – 248 с.
- [43] Таблицы интегралов / под ред. И.С. Градштейна, И.М. Рыжика. – М.: Физматгиз, 1962. – 1100 с.
- [44] Definition and test methods for the relevant parameters of single-mode fibres. ITU COM 15-273-E Standard. – 1996.
- [45] Bourdine, A.V. Fast and simple method for calculation of the mode field diameter of arbitrary order guided mode in weakly-guiding optical fibers / A.V. Bourdine, O.R. Delmukhametov, A.E. Zhukov, A.S. Chekalov // *Proceedings of SPIE* Vol. 9533. – 2015. – Vol. 9533 – P. 95330F-1 – 95330F-8. DOI: 10.1117/12.2180790
- [46] Андреев, В.А. Моделирование градиентного профиля показателя преломления кварцевых оптических волокон с диаметром сердцевины 42 мкм и уменьшенной дифференциальной модовой задержкой / В.А. Андреев, А.В. Бурдин, В.А. Бурдин, Е.В. Дмитриев, А.С. Евтушенко, Н.Л. Севрук, Р.Х. Халиков // *Инфокоммуникационные технологии*. – 2016. – №3. – С. 238 – 247.
- [47] Dubois, F. Selective mode excitation in graded-index multimode fiber by a computer-generated optical mask / F. Dubois, Ph. Emplit, O. Hugon // *Optics Letters*. – 1994. – Vol. 19(7). – P. 433 – 435. DOI: 10.1364/OL.19.000433.
- [48] Karpeev, S.V. Mode multiplexing by diffractive optical elements in optical telecommunication / S.V. Karpeev, V.S. Pavelyev, V.A. Soifer, L.L. Doskolovich, M. Duparre, B. Luedge // *Proceedings of SPIE*. – 2004. – Vol. 5480. – P. 153 – 165. DOI: 10.1117/12.558775.
- [49] Noordegraaf, D. Efficient multi-mode to single-mode coupling in a photonic lantern / D. Noordegraaf, P.M. Skovgaard, M.D. Nielsen, J. Bland-Hawthorn // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17(3). – P. 1988 – 1994. DOI: 10.1364/OE.17.001988.
- [50] Leon-Saval, S.G. Photonic lanterns: a study of light propagation in multimode to single-mode converters / S.G. Leon-Saval, A. Argyros, J. Bland-Hawthorn // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18(8). – P. 8430 – 8439. DOI: 10.1364/OE.18.008430.