

Математическое моделирование вольт-амперной характеристики мемристора с учетом его неоднородности

Д.В. Продан

Сколковский институт науки и технологий
Москва, Россия
dmitrii.prodan@skoltech.ru

Аннотация—Рассмотрена модель вольт-амперной характеристики мемристора, где неоднородности в устройстве учитываются в рамках суперстатистики, а динамика его внутреннего состояния описывается дифференциальным уравнением с дробной производной. Показано, что предложенная модель дает хорошее согласие с результатами экспериментальных измерений вольт-амперной характеристики реального мемристора.

Ключевые слова— мемристор, вольт-амперная характеристика, суперстатистика, дробная производная

1. ВВЕДЕНИЕ

Мемристор – это пассивный двухполюсный элемент, сопротивление которого меняется в зависимости от интеграла по времени от напряжения, приложенного к полюсам устройства. Мемристор был теоретически предложен в 1971 году как естественное дополнение к известным элементарным двухполюсным устройствам – резистору, конденсатору и катушке индуктивности [1]. В настоящее время мемристоры находят применение в перспективных устройствах хранения и обработки информации [2-4].

В общем случае модель мемристора описывается системой уравнений [1]

$$i = G(t,x,v)v, \quad x' = f(t,x,v) \quad (1)$$

где i – проходящий через устройство ток, v – приложенное к нему напряжение, x – переменная его состояния, G – проводимость, функция f описывает динамику внутренней переменной, и t – время. Характерной особенностью решения системы уравнений (1) для мемристора является нелинейная вольт-амперная характеристика (ВАХ) с двусторонней петлей гистерезиса, проходящей через начало координат.

В последние годы предложены разнообразные модели, позволяющие учесть различные физические процессы, происходящие внутри мемристора. Как правило, такие модели хорошо описывают конкретный тип мемристора как, например, модель мемристора HP для устройства на основе оксида титана [5]. Широкое применение получила обобщенная модель Якопича [6], релевантная для мемристоров с различной реализацией. Недавно данная модель была расширена за счет учета неоднородностей мемристора в рамках подхода суперстатистики [8]. В настоящей работе предложена модель, где динамика внутренней переменной состояния мемристора описывается дифференциальным уравнением с дробной производной, что позволяет увеличить количество степеней свободы модели за счет добавления нового параметра – порядка производной – и точнее описать долговременные эффекты памяти.

2. МОДЕЛЬ ТОКА НА ГРАНИЦЕ ЭЛЕКТРОД-СРЕДА

В работе рассматривается модель, где уравнение для тока имеет вид

$$i = \gamma_1 x \sinh_q(\delta_1 v) + \gamma_2 (1-x) \sinh_q(\delta_2 v) \quad (2)$$

Уравнение (2) получается на основе подхода суперстатистики, где в гиперболическом синусе вместо обычной экспоненты используется ее q -деформированный аналог [9]. Здесь $\gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2, q$ – параметры модели. Во втором уравнении системы (1) вместо производной по времени используется дробная производная,

$$D_t^\alpha x = f(x,v,t) \quad (3)$$

где D_t^α – это дробная производная порядка $0 < \alpha < 1$ по Капуто, а правая часть уравнения (3) взята из обобщенной модели Якопича [6].

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

Для вычисления параметров модели разработан стохастический метод, основанный на многократной минимизации квадратов ошибки со стохастической вариацией начальных значений. Вариация необходима для поиска глобального минимума ошибки и осуществляется на двух уровнях. В первой процедуре минимизации используются заданные пользователем начальные значения параметров модели. Полученный вектор параметров и ошибка заносятся в соответствующие динамические массивы.

Далее производится несколько циклов оптимизации. В начале каждого цикла из массива полученных параметров взвешенным стохастическим методом выбирается один из векторов. В значения параметров вносится гауссовский шум со стандартным отклонением равным

$$\sigma = \sqrt{|p_i + 1|} \quad (4)$$

где p_i – компоненты вектора параметров, а добавление единицы используется для предотвращения "замерзания" параметров малых по модулю.

Внутри внешнего цикла выполняется внутренний цикл, на каждой итерации которого начальные параметры подвергаются воздействию равномерного шума с диапазоном в 4 раза меньшим, чем стандартное отклонение шума во внешнем цикле. По результатам каждой итерации, начиная со второй, новые значения принимаются согласно алгоритму, схожему с алгоритмом метода Метрополиса-Гастингса (Accept-

Reject Method) [7] где в экспоненциальной функции в числителе используется разность между старым и новым значением ошибки, а в знаменателе - условная переменная, которая умножается на коэффициент в интервале (0,1) на каждом шаге итерации. По завершении внутреннего цикла полученные итоговые вектор параметров и ошибка заносятся в массив параметров и ошибок и внешний цикл начинается заново.

Для решения метода наименьших квадратов в каждой итерации используется метод нелинейной многомерной оптимизации из библиотеки GNU Scientific Library для языков C/C++, а именно интерфейс `gsl_multifit_nlinear` [10].

Для оценки погрешности используется параметр NRMSE описываемый формулой:

$$NRMSE = \frac{1}{\langle y \rangle} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (y_i^* - y_i)^2}{T}} \quad (5)$$

где $\langle y \rangle$ – среднее по всем измерениям, T – общее время измерения, а под знаком суммы стоит квадрат разности между измеренным и рассчитанным значениями.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная математическая модель была использована для расчета ВАХ реального мемристора (см. Рис. 1).

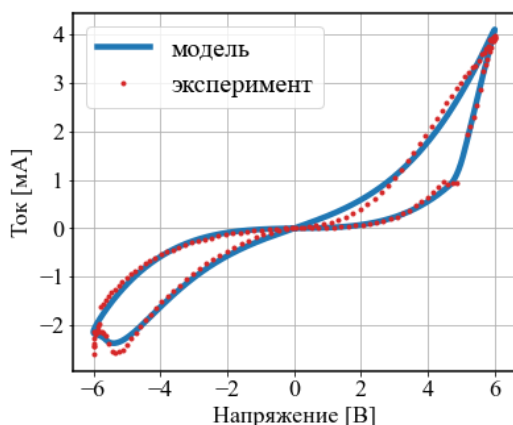


Рис. 1. Расчет ВАХ мемристора в рамках модели с q-деформированной экспонентой и дробно-дифференциальным уравнением состояния (синяя кривая) в сравнении с экспериментальными данными (красные точки)

Параметры модели были вычислены так, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку между результатом расчета модели и данными эксперимента. Анализ среднеквадратичной ошибки показывает лучшее согласие разработанной модели с экспериментальными данными ВАХ по сравнению с более простыми моделями мемристора (в частности, обобщенной модели [6] и модели [8]), см. Табл. I. Таким образом, переход к дробной производной позволяет точнее описывать динамику состояния устройства и может

рассматриваться как обобщение предыдущих математических моделей мемристора.

Таблица I. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МОДЕЛЕЙ

Модель	NRMSE
Обобщённая [6,8]	0,533
С q-деформированной экспонентой [8]	0,467
С q-деформированной экспонентой и дробной производной	0,443

Разработанные электрические модели мемристоров позволяют описывать поведение электронных компонент в симуляторах исходных схем, которые в дальнейшем могут быть использованы при создании альтернативных электронных устройств на базе мемристоров. Примером таких устройств являются перспективные нейроморфные мемристивные матрицы на перекрёстных массивах электродов, имитирующих синаптическую передачу сигнала с заданными весовыми коэффициентами. Реализация такой архитектуры возможна с использованием программы SPICE [11].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Chua, L.O. Memristor—the missing circuit element. / L.O. Chua // IEEE Trans. Circuit Theory. – 1971. – Vol.18(5). – P. 507–519.
- [2] Huang, H. Artificial Neural Networks Based on Memristive Devices: From Device to System / H. Huang, Z. Wang, T. Wang, Y. Xiao, X. Guo // Advanced Intelligence Systems. – 2020. – Vol. 2(12). – P.2000149. DOI: 10.1002/aisy.202000149
- [3] Bao, H. Toward memristive in-memory computing: principles and applications. / H. Bao, H. Zhou, J. Li et al. // Front. Optoelectron. – 2022. – Vol. 15(23). DOI: 10.1007/s12200-022-00025-4
- [4] Peotta, S. Superconducting Memristors / S. Peotta, M. Ventra. // Phys. Rev. Appl. – 2014. – Vol. 2(3). – P. 034011. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.2.034011
- [5] Strukov, D. The missing memristor found. / D. Strukov, G. Snider, D. Stewart, R. Williams // Nature. – 2008. – Vol. 453. – P. 80–83. DOI: 10.1038/nature06932
- [6] Yakopcic, C. A Memristor Device Model / C. Yakopcic, T. Taha, G. Subramanyam, R. Pino, S. Rogers // IEEE Electron Device Letters. – 2011. – Vol. 32(10). – P. 1436-1438. DOI: 10.1109/LED.2011.2163292
- [7] Metropolis, N. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines / N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, E. Teller // J. Chem. Phys. – 1953. – Vol. 21. – P. 1087-1092. DOI: 10.1063/1.1699114
- [8] A superstatistics approach to memristor current-voltage modelling / R. Konlechner, A. Allagui, V. Antonov, D. Yudin // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2023. – Vol. 614.
- [9] Umarov, S. On a q-Central Limit Theorem Consistent with Nonextensive Statistical Mechanics. /S. Umarov, C. Tsallis, S. Steinberg // Milan j. math. – 2008. – Vol.76. – P.307–328. DOI: 10.1007/s00032-008-0087-y
- [10] Библиотека численных методов GNU Scientific Library, нелинейный метод наименьших квадратов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.gnu.org/software/gsl/doc/html/nls.html>
- [11] Yakopcic, C. Memristor SPICE model and crossbar simulation based on devices with nanosecond switching time. / C. Yakopcic, T. Taha G. Subramanyam, R. Pino // Proceedings of the 2013 IJCNN. – 2013. – P. 1-7. DOI: 10.1109/IJCNN.2013.6706773.