

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИХ ИЗМЕРЕНИЯ

В.Н. Нестеров

АО «Самарский электромеханический завод», Самара, Россия

Даны положения концепции векторной многокомпонентной физической величины, основанной на понимании процессов перемещений объектов как сложных структурированных процессов, источниками которых могут являться различные, в том числе независимые факторы. Представлены в общем виде модели многокомпонентных перемещений подвижных объектов, содержащие информативные составляющие. Сформулирована проблема измерения названных информативных компонентов и представлены положения метода, позволяющего решить проблему на основе использования многомерных тестовых объектов.

Ключевые слова: модели, многокомпонентные перемещения, оптические измерения, обработка изображений.

Для успешного решения задачи измерения информативных составляющих сложных перемещений подвижных объектов определяющее значение имеют вопросы выбора расчетной и измерительной моделей объекта. Сложность исследуемых объектов и процессов, приводящая к разным по виду и информативности перемещениям и деформациям, требует обоснования и разработки общей идеологии их моделирования. А отсутствие единых информационных и математических моделей контролируемых процессов затрудняет качественный и количественный выбор метода и средств измерения, а также обработку результатов с целью получения целостной картины происходящего с объектом.

Если контролируемые объекты и связанные с ними процессы имеют сложный характер и (или) структуру, то перемещения, являющиеся их следствием, сами характеризуются определенной структурой, элементы которой связаны между собой каким-либо образом, находятся во взаимодействии, оказывают взаимное влияние друг на друга и несут дополнительную информацию об исследуемом явлении или объекте.

Понимание процессов перемещений сложных и даже простых объектов как сложных структурированных процессов, источниками которых могут являться различные, в том числе независимые факторы, привело к осознанию необходимости формулирования концепции векторной многокомпонентной физической величины [1], применяемой в данном случае для описания сложных многокомпонентных перемещений подвижных объектов. Основные положения концепции представлены следующими тремя пунктами [1, 2]:

- векторные многокомпонентные физические величины рассматриваются как функции множества составляющих их информативных компонентов;
- функции связи названных информативных компонентов в моделях многокомпонентных физических величин определяются законами векторной алгебры;
- информационные модели векторных многокомпонентных физических величин допускают многовариантность представления указанных информативных составляющих в зависимости от объекта исследования и поставленной задачи.

С учетом первого из указанных положений математическая модель векторной многокомпонентной физической величины, включающая в себя информативные компоненты, отражающие сложные процессы, происходящие с движущимся и (или) деформирующимся объектом, в общем виде записана в декартовой системе координат как:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_x(\mathbf{r}, \tau) &= \mathbf{F}(\mathbf{x}_{1x}(\mathbf{r}, \tau), \dots, \mathbf{x}_{px}(\mathbf{r}, \tau)); \\ \mathbf{X}_y(\mathbf{r}, \tau) &= \mathbf{F}(\mathbf{x}_{1y}(\mathbf{r}, \tau), \dots, \mathbf{x}_{py}(\mathbf{r}, \tau)); \\ \mathbf{X}_z(\mathbf{r}, \tau) &= \mathbf{F}(\mathbf{x}_{1z}(\mathbf{r}, \tau), \dots, \mathbf{x}_{pz}(\mathbf{r}, \tau)), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\mathbf{X}_x(\mathbf{r}, \tau)$, $\mathbf{X}_y(\mathbf{r}, \tau)$, $\mathbf{X}_z(\mathbf{r}, \tau)$ – проекции многокомпонентных перемещений на координатные оси декартовой системы координат; $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r}, \tau), \dots, \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r}, \tau)$ – информативные компоненты k -й координатной составляющей ($k \in \{x, y, z\}$) многокомпонентного перемещения \mathbf{X} ; \mathbf{r}, τ – пространственные и временные координаты; \mathbf{F} – функция связи, определяемая физикой исследуемого объекта или процесса.

В соответствие со вторым пунктом упомянутых положений векторной многокомпонентной физической величины модель (1) представляется в виде векторной суммы соответствующих информативных компонентов:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_x(\mathbf{r}, \tau) &= \sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{jx}(\mathbf{r}, \tau); \\ \mathbf{X}_y(\mathbf{r}, \tau) &= \sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{jy}(\mathbf{r}, \tau); \\ \mathbf{X}_z(\mathbf{r}, \tau) &= \sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{jz}(\mathbf{r}, \tau), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{jx}(\mathbf{r}, \tau)$, $\sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{jy}(\mathbf{r}, \tau)$, $\sum_{j=1}^p \mathbf{x}_{jz}(\mathbf{r}, \tau)$ – векторные суммы P информативных компонентов координатных составляющих многокомпонентного перемещения \mathbf{X} .

Анализ практических задач, различающихся сложностью контролируемых объектов и траекторий их перемещения в реальном трехмерном пространстве, позволил выявить проблемы:

- формирования моделей и определения составляющих сложных перемещений, которые претерпевают простые объекты;
- формирования моделей и определения составляющих простых перемещений, которые претерпевают сложные объекты;
- формирования моделей и определения составляющих сложных перемещений, которые претерпевают сложные объекты.

Эти проблемы возникают в процессе решения задач, связанных с проектированием оптических систем определения параметров движения подвижных объектов, систем бесконтактного измерения параметров ходовой части транспортных средств при их диагностике. Отдельная и очень сложная проблема моделирования возникает при решении задачи калибровки универсальных промышленных роботов.

Учитывая относительность перемещений различных точек контролируемых объектов, а также относительность систем координат, базовой и присоединенной, например, при моделировании перемещений звеньев манипулятора универсального промышленного робота [4], становится понятным необходимость и важность третьего пункта в положениях концепции векторных многокомпонентных физических величин.

Иллюстрация моделей сложных многокомпонентных перемещений подвижных объектов выходит за пределы настоящего исследования. Для понимания сложности последних можно обратиться к работам [4, 5]. Иллюстрируем проблему на относительно простой задаче многокомпонентного перемещения простого объекта.

На рис. 1 показана декомпозиция многокомпонентного перемещения деформирующегося объекта, выполненного в виде круга. Объект переместился из положения I в положение III, повернувшись при этом вокруг оси, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка и привязанной к точке O_i , принятой за полюс. При этом объект изменил свои геометрические параметры, в частности $\Delta r = r_0 - r_1$.

Осуществляя декомпозицию перемещения точек A и B данного объекта в проекции на координатную ось OX, выделяем следующие информативные составляющие: x_1 – компонента, характеризующая перемещение точки O_i объекта, принятой за полюс, в направлении координатной оси OX; x_2 , x_2' – компоненты перемещений точек A и B, характеризующие поворот объекта вокруг координатной оси, проходящей через полюс O_i ; x_3 , x_3' – компоненты, характеризующие деформацию объекта в направлении радиуса r_1 . Тогда для проекций точек A и B на ось OX, можем построить модели, содержащие по три информативные компоненты каждая:

$$X_1 = x_1 + x_2 + x_3, \quad (3)$$

$$X_2 = x_1 + x_2' + x_3'. \quad (4)$$

Информативные составляющие, записанные в правых частях моделей (3) и (4), характеризуют разные источники, влияние или действие которых приводит к результирующему изменению многокомпонентной физической величины в правых частях (3) и (4), и, в силу этого, представляют существенный интерес. В то же время, в соответствии с концепцией [1, 2], компоненты, входящие в многокомпонентную физическую величину имеют ту же физическую размерность, что и величина в целом, существенно перекрывающийся или полностью совпадающий спектральный диапазон. Последние обстоятельства существенно затрудняют процесс измерения названных компонентов, делая невозможным использование известных методов измерения для их определения.

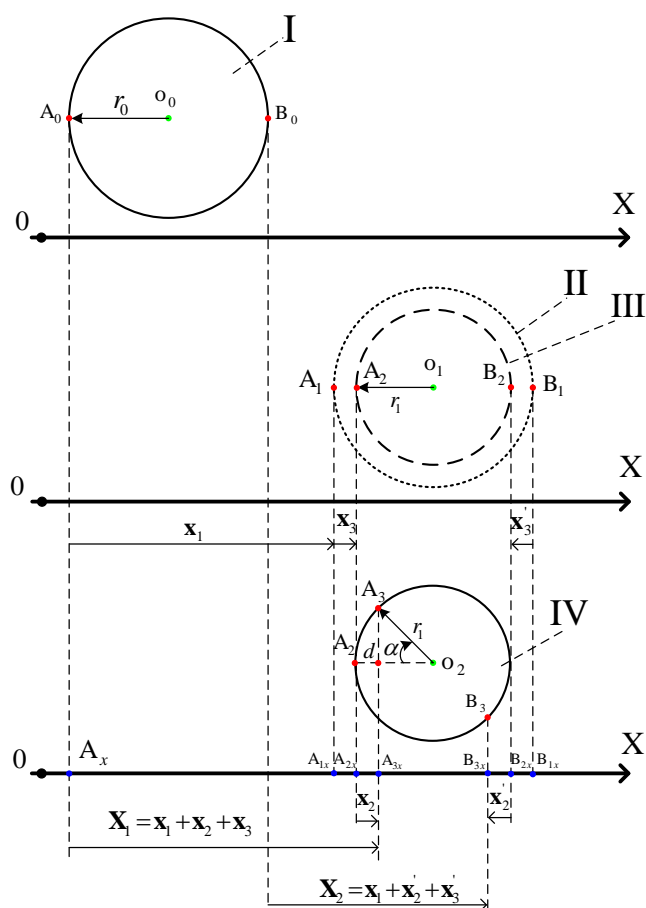


Рис.1. Декомпозиция многокомпонентного перемещения деформирующегося объекта

Анализ известных методов и средств измерения перемещений позволяет сделать вывод о перспективности использования оптических методов в решении обозначенных проблем применительно к перемещениям и простым, и сложных объектов различного назначения [6]. Однако проблема использования оптического метода измерения составляющих сложных перемещений подвижных объектов осложняется невозможностью восстановления координат реального объекта по его плоскому изображению вследствие ее некорректности [4]. Последнее иллюстрируется схемой формирования изображения на рис.2.

Связь между координатами точки $m(x_0, y_0)$, являющейся изображением точки $M_1(X_1, Y_1, Z_1)$ реального объекта устанавливается системой двух уравнений с тремя неизвестными:

$$\frac{x_0}{\lambda} = \frac{X_1}{\lambda - Z_1}; \quad \frac{y_0}{\lambda} = \frac{Y_1}{\lambda - Z_1}, \quad (5)$$

где λ - фокусное расстояние линзы.

Точка изображения $m(x_0, y_0)$ соответствует всем точкам, лежащим на прямой, проходящей через точки с координатами $(x_0, y_0, 0)$ и $(0, 0, \lambda)$.

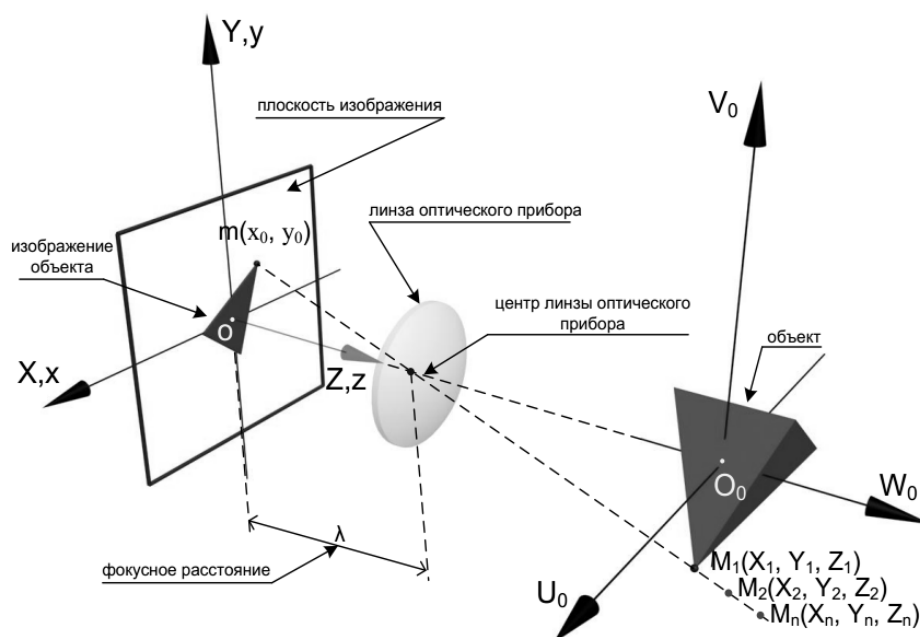


Рис.2. Схема формирования изображения

Таким образом, мы имеем двойную проблему:

- во-первых, не возможность однозначного восстановления координат реального объекта по его плоскому изображению;
- во-вторых, не селективность прямого метода измерения к информативным составляющим, проявляющимся интегрально в перемещениях контролируемых точек объекта наблюдения, которые отображаются на плоскость изображения.

Решение проблемы лежит в плоскости системного подхода. Во многих случаях системный подход связывают с организацией в системе информационной избыточности. Способы обеспечения информационной избыточности довольно различны. Например, некорректная задача восстановления координат объекта по его плоскому изображению может быть решена за счет использования бинокулярных систем технического зрения [4]. Однако вторая сторона обозначенной проблемы таким образом решена быть не может. В данном случае основой решения поставленных задач является оптический метод измерения, основанный на применении многомерных тестовых объектов [7].

Сущность метода многомерных тестовых объектов сводится к тому, что для обеспечения процесса измерения информативных составляющих перемещений контролируемого объекта оптическим методом с объектом связывается распределенный в пространстве контрольный объект, обладающий известными с высокой точностью геометрическими параметрами, которые используются в процессе реализации метода в качестве мер. В частном случае в качестве тестового может быть использован непосредственно контролируемый объект.

Особенностью метода является то, что параметры многомерного тестового объекта отражают многомерность контролируемых перемещений и функционально связываются с

