

Математическое моделирование распределенной системы управления температурным полем листовой заготовки в системе ГАММА-3

В.А. Коваль¹, М.Ф. Степанов¹, О.Ю. Торгашова¹, О.Н. Пименова¹

¹Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина, Политехническая 77, Саратов, Россия, 410054

Аннотация. Известные методы построения распределенных систем управления достаточно сложны при создании замкнутой системы управления температурным полем, зависящим от геометрических координат объекта. Применение спектрального метода позволяет использовать методы синтеза и анализа систем управления в пространстве состояний, реализованные в системе ГАММА-3. Приводятся результаты математического моделирования управления процессом формирования температурного поля заданной конфигурации для плоской пластины с помощью секционных нагревателей на её краях.

1. Введение

Большинство управляемых объектов имеет пространственно распределённую конфигурацию. Однако известные методы построения распределённых систем управления достаточно сложны [1]-[3]. Это наиболее ярко проявляется при построении замкнутых систем управления (на основе принципа управления по обратной связи). На современном этапе развития теории автоматического управления наиболее развитыми являются методы синтеза и анализа систем управления в пространстве состояний. Модели в пространстве состояний базируются на матричном представлении обыкновенных дифференциальных уравнений. Это в свою очередь позволяет использовать эффективные информационные технологии, включая методы параллельной и распределённой обработки информации. Как следствие, стало возможным за разумное время решать задачи управления сложными объектами, описываемыми математическими моделями большой размерности.

2. Система автоматического решения задач управления ГАММА-3

В системе автоматического решения задач ГАММА-3 [4] реализованы развитые средства оперирования различными математическими моделями динамических систем, в том числе и в пространстве состояний. В целях повышения эффективности решения задач используются современные информационные технологии, включая параллельную и распределённую обработку информации.

Относительная простота реализации указанных возможностей обусловлена открытой архитектурой системы ГАММА-3. Отличительной особенностью системы ГАММА-3 является разделение функций пользователей за счёт предоставления каждой категории пользователей собственного интерфейса к ресурсам системы. Выделяются следующие категории пользователей системы:

- *Пользователи-разработчики САУ.* Пользователи этой категории (инженеры-разработчики САУ, являясь специалистами в области проектирования конкретных систем, не обладают достаточно хорошими знаниями методов решения задач, кроме того, программная реализация этих методов не является их непосредственной задачей. Для них создана *среда инженера*, которая предоставляет доступ к пакетам расширения системы, а также позволяет воспользоваться возможностью решения задач в непроцедурной постановке, используя интеллектуальные средства системы.
- *Разработчики пакетов расширения,* которые используют систему для исследования и программной реализации различных методов решения инженерных задач. Они обладают хорошими знаниями теории и достаточными навыками в области программирования.
- *Исследователи-эксперты* (научные работники). Они обладают глубокими знаниями теории и способны формализовать знания проблемной области. Для экспертов и разработчиков пакетов расширения создана *среда исследователя*, которая содержит средства разработки директив, а также инструментарий для пополнения базы знаний системы и проведения исследований способности планирующей подсистемы по решению новых задач.

На рис. 1 представлена укрупнённая структурная схема варианта реализации системы автоматического решения задач ГАММА-3 с использованием концепции облачных вычислений.

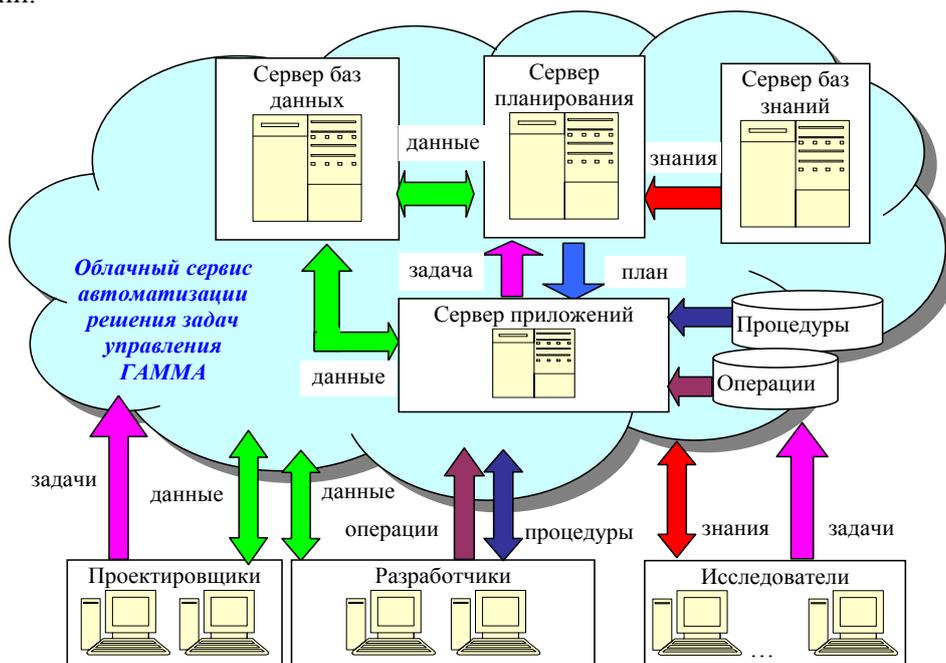


Рисунок 1. Укрупнённая структурная схема системы автоматического решения задач ГАММА-3.

В ограниченной проблемной области наиболее предпочтительным является использование проблемно-ориентированных языков, близких по синтаксису к профессиональным языкам специалистов в данной области. Среди специалистов в области проектирования систем автоматического управления наиболее популярным является использование пакета МАТЛАБ, входной язык которого допускает привычные: традиционную математическую запись алгебраических выражений как скалярных, так и матричных, типовые структуры управления (ветвление, циклы, вызов функций). Отечественным аналогом языка пакета МАТЛАБ является язык ГАММА многофункциональной системы ГАММА-3 [4]. интерпретатор программ на языке ГАММА разработан в соответствии с правилами разработки трансляторов [5]. При этом применяется двухфазная схема построения интерпретатора: 1) на первой фазе осуществляется

преобразование исходного текстового представления программы на языке ГАММА во внутреннее представление вначале в виде бинарного дерева операций, а затем в список триад; 2) на второй фазе осуществляется выполнение действий, заданных списком триад.

Основу системы ГАММА-3 составляют:

- Библиотека элементарных математических функций;
- Проблемно-ориентированный язык программирования ГАММА;
- Интеллектуальная подсистема автоматического планирования решений неструктурно поставленных задач, базирующаяся на использовании планирующих искусственных нейронных сетей [6]-[8].

Наличие библиотеки математических функций и собственного языка программирования позволяет реализовать универсальную систему, обеспечивающую автоматизацию программирования различных математических методов. Проблемная ориентация системы достигается за счет включения в ее состав пользовательских функций, автоматизирующих отдельные операции, входящие в состав процедур решения задач теории автоматического управления; введения в систему пакетов расширения, содержащих программы решения задач анализа, синтеза, идентификации, адаптивного управления; за счет соответствующего наполнения базы знаний системы. В состав системы ГАММА-3 включаются пакеты расширения, каждый из которых представляет собой набор специальных программ – директив. Особенности директивы:

- Директива представляет собой законченную самодокументируемую программу, такую, что пользователь, не обладающий глубокими знаниями в теории автоматического управления, может с её помощью решить достаточно сложную задачу проектирования системы автоматического управления (САУ).
- Интерфейсы всех пакетов расширения и всех директив унифицированы, что значительно упрощает работу с системой. Ввод-вывод данных осуществляется на профессиональном языке (в виде векторов, матриц, дифференциальных уравнений и т.д.) проектировщиков САУ.
- Директивы представляют собой программу на языке ГАММА. Расчётная часть директивы состоит из «элементарных операций» выполнения математических функций, входящих в ядро системы и «укрупненных операций» - функций на языке ГАММА.

В данной работе рассматривается использование системы ГАММА-3 для решения задачи построения системы автоматического управления заданного температурного режима на однозначном контуре или отрезке кривой в плоскости нагреваемой листовой заготовки. Управляющее воздействие прикладывается с границ, по периметру заготовки. Задача ставится процедурно, т.е. для её решения необходимо составить программу на языке ГАММА.

Будем полагать, что выполняются следующие условия и допущения: нагреваемая деталь – плоская тонкая пластина, потери тепла в направлениях, перпендикулярных плоскости пластины, отсутствуют, процессом распространения тепла по толщине пластины пренебрегаем, полагаем, что в рассматриваемом диапазоне стабилизации температуры заготовки параметры материала не меняются. С учетом указанных допущений математическая модель объекта управления может быть представлена в виде

$$\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = a \left\{ \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} \right\}, t \in (0, \infty), x \in (0, L_x), y \in (0, L_y), \quad (1)$$

где T – температура объекта, град; x, y – пространственные координаты, м; t – время, с; a – коэффициент теплопроводности, $\text{м}^2/\text{с}$.

Уравнение (1) будем рассматривать при начальных условиях

$$T(x, y, 0) = T_0 = \text{const}, x \in [0, L_x], y \in [0, L_y] \quad (2)$$

и граничных условиях

$$\begin{aligned} T(L_x, y, t) &= T(x, 0, t) = T_0, \\ T(0, y, t) &= U_1(y, t), \quad T(x, L_y, t) = U_2(x, t), \quad x \in (0, L_x), \quad y \in (0, L_y), \end{aligned} \quad (3)$$

где T_0 – температура среды, град; $U_1(y, t)$, $U_2(x, t)$ – температура на соответствующих границах объекта управления, которую будем считать управляющим воздействием. Для температуры среды без потери общности будем полагать $T_0 = 0$.

Требуется разработать систему управления температурным полем объекта (1)–(3). Управление осуществляется с двух границ, следовательно, в качестве регулируемой переменной может быть рассмотрена температура в точках однозначной кривой, лежащей внутри объекта.

Приведем уравнение (1) к безразмерному виду:

$$\frac{\partial \theta(\chi, \xi, \tau)}{\partial \tau} = a_\chi \frac{\partial^2 \theta(\chi, \xi, \tau)}{\partial \chi^2} + a_\xi \frac{\partial^2 \theta(\chi, \xi, \tau)}{\partial \xi^2}, \quad \tau \in (0, \infty), \quad \chi \in (0, 1), \quad \xi \in (0, 1), \quad (4)$$

где $\theta = T/T_0$, $\chi = x/L_x$, $\tau = t/t_0$, $\xi = y/L_y$ – безразмерные величины; t_0 – номинальное время, примерно равное времени переходного процесса [с]; $a_\chi = at_0/L_x^2$, $a_\xi = at_0/L_y^2$ – безразмерные коэффициенты.

Начальные условия (2) в безразмерном виде будут следующими:

$$\theta(\chi, \xi, 0) = 0, \quad \chi \in [0, 1], \quad \xi \in [0, 1]. \quad (5)$$

Граничные условия (3) преобразуются к виду:

$$\theta(\chi, \xi, \tau)|_{\chi=1} = \theta(\chi, \xi, \tau)|_{\xi=0} = 0, \quad \theta(\chi, \xi, \tau)|_{\chi=0} = \theta_1^*(\xi, \tau), \quad \theta(\chi, \xi, \tau)|_{\xi=1} = \theta_2^*(\chi, \tau), \quad \tau \in [0, \infty), \quad (6)$$

где $\theta_1^*(\xi, \tau) = U_1/T_0$, $\theta_2^*(\chi, \tau) = U_2/T_0$.

Для объекта (4)–(6) будем решать задачу синтеза исходя из требований к заданному установившемуся закону распределения температуры.

При управлении распределенным объектом будем учитывать следующие особенности. Измерения можно осуществлять в ограниченном количестве точек. В качестве таких точек выберем $(\chi_1, \xi_1) = (0.1, 0.1)$, $(\chi_2, \xi_2) = (0.55, 0.6)$, $(\chi_3, \xi_3) = (0.8, 0.8)$. Будем рассматривать температуру в этих точках как регулируемую переменную. Поскольку рассматривается задача граничного управления, а граничные условия зависят от одной пространственной координаты, будем рассматривать такую реализацию системы управления, при которой нагрев осуществляется секционным нагревателем, то есть граничные условия являются кусочно-постоянными функциями:

$$\begin{aligned} \theta_1^*(\xi, \tau) &= \theta_{1h_\xi}^*(\tau), \quad \xi \in [\xi_{(h_\xi-1)/n_\xi}, \xi_{h_\xi/n_\xi}], \quad h_\xi = \overline{1, n_\xi}, \\ \theta_2^*(\chi, \tau) &= \theta_{2h_\chi}^*(\tau), \quad \chi \in [\chi_{(h_\chi-1)/n_\chi}, \chi_{h_\chi/n_\chi}], \quad h_\chi = \overline{1, n_\chi}, \end{aligned} \quad (7)$$

где n_ξ , n_χ – количество секций на границах $\chi = 0$, $\xi = 1$ соответственно.

Задача управления: в заданных точках области определения функции температуры объекта (4)–(6) обеспечить изменение регулируемой переменной по закону

$$\theta(\chi_i, \xi_i, \tau) = \theta_i^*(1 - e^{-\alpha_i^* \tau}), \quad i = \overline{1, r}, \quad \tau \in (0, \infty). \quad (8)$$

Для решения поставленной задачи управления будем использовать переход в спектральную область представления. В связи с громоздкостью опустим процесс преобразований, выполняемых в соответствии [9]–[11]. Синтезируем регулятор для нагрева пластины по закону (8), где $\theta_1^* = 0.1$, $\theta_2^* = 0.08$, $\theta_3^* = 0.09$, $\alpha_1^* = \alpha_2^* = \alpha_3^* = 0.1$.

Решение задачи синтеза будем осуществлять в системе ГАММА-3. Для рассматриваемого объекта управления выполнен синтез непрерывного регулятора на основе LQ-оптимизации и теории наблюдающих устройств в соответствии с процедурой, изложенной в [12]. Уравнения регулятора имеют вид

$$\dot{\xi}(\tau) = A_r \xi(\tau) + B_r y(\tau), u(\tau) = C_r \xi(\tau) + D_r y(\tau), \tag{9}$$

где $\xi \in R^\alpha$ ($\alpha = n_1 n_2 - r$) – вектор состояний регулятора, A_r, B_r, C_r, D_r – числовые матрицы, которые не приводятся из-за их высокой размерности.

На рис. 2 представлена экранная форма редактора кода на языке ГАММА с фрагментом программы решения рассматриваемой задачи синтеза и анализа замкнутой распределённой системы управления температурным полем пространственно распределённого объекта (тонкой пластины). Результаты моделирования представлены на рис. 3–5.

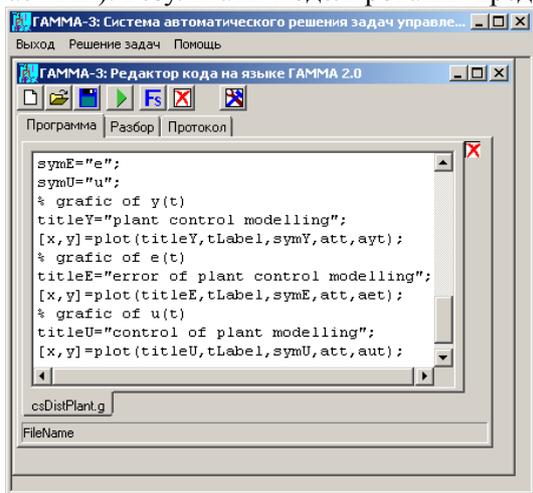


Рисунок 2. Фрагмент программы на языке ГАММА.

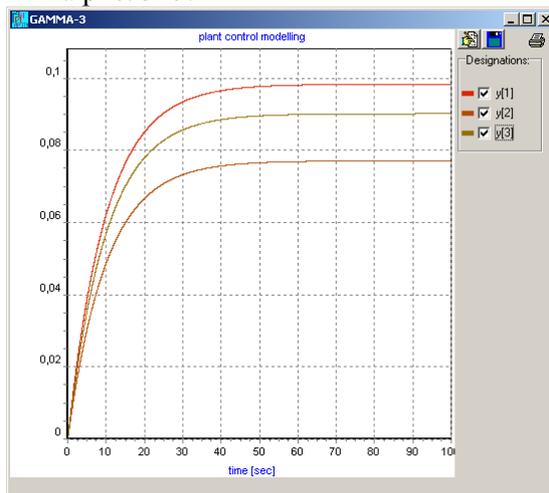


Рисунок 3. Графики регулируемых переменных, представляющих относительную температуру в заданных точках.

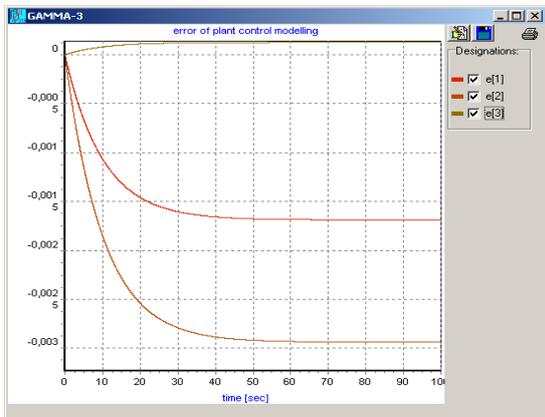


Рисунок 4. Графики ошибок регулирования, представляющих отклонение относительной температуры от желаемых значений в заданных точках.

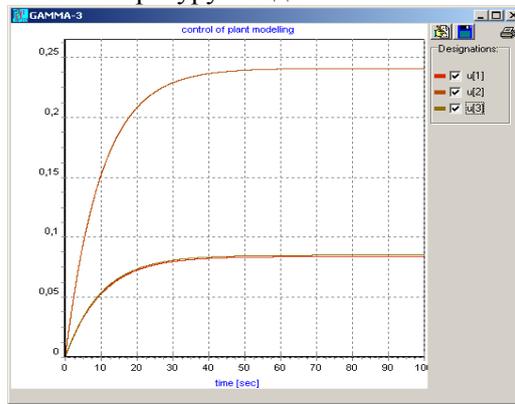


Рисунок 5. Графики управляющих воздействий, представляющих относительную температуру на секциях нагревателя, расположенного на границе $\chi = 0$ объекта управления.

Из представленных графиков переходных процессов следует, что ошибка регулирования не превышает заданной. Управляющие воздействия, приложенные на границах объекта управления, по модулю не превышают допустимых значений.

3. Литература

[1] Бутковский, А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1965.
 [2] Рапорт, Э.Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2005.

- [3] Рапопорт, Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009.
- [4] Александров, А.Г. Система ГАММА-3 и ее применение / А.Г. Александров, Л.С. Михайлова, М.Ф. Степанов // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 10. – С. 19-27.
- [5] Ахо, А. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. В 2-х томах / А. Ахо, Дж. Ульман. – М.: Мир, 1978.
- [6] Степанов, М.Ф. Автоматическое решение формализованных задач теории автоматического управления. – Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т., 2000. – 376 с.
- [7] Stepanov, M.F. Development tools of the intellectual self-organized systems of automatic control / M.F. Stepanov, A.M. Stepanov, M.A. Pakhomov, A.P. Salikhova, L.S. Mikhailova // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1638. – P. 674-680. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-674-680.
- [8] Степанов, М.Ф. Математическое моделирование интеллектуальных самоорганизующихся систем: исследование механизма планирования действий / М.Ф. Степанов, А.М. Степанов // "Информационные технологии и нанотехнологии" (ИТНТ-2017). – Самара: Новая техника, 2017. – С. 1419-1424.
- [9] Коваль, В.А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных управляемых систем. – Саратов: СГТУ, 1997.
- [10] Коваль, В.А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных систем. – Саратов: СГТУ, 2010.
- [11] Коваль, В.А. Решение задач анализа и синтеза для пространственно-двумерного распределенного объекта, представленного бесконечной системой дифференциальных уравнений / В.А. Коваль, О.Ю. Торгашова // АиТ. – 2014. – № 2. – С. 54-71.
- [12] Садомцев, Ю.В. Конструирование систем управления с обратной связью по критериям точности и грубости. – Саратов: Изд-во Саратов. гос. техн. ун-та, 2003.

Mathematical modelling of distributed control system for flat plats temperature field by GAMMA-3 software

V.A. Koval¹, M.F. Stepanov¹, O.Yu. Torgashova¹, O.N. Pimenova¹

¹Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Politechnicheskaya str. 77, Saratov, Russia, 410054

Abstract. Known methods of distributed control system's designing are difficult enough. For example, at closed control system's designing of the plant's temperature field depending on his geometrical coordinates. Spectral method allows to development of state space model of distributed plant. It allows control systems designing by GAMMA-3 software. Results of mathematical modelling of flat plats control temperature field are given.