Математическое моделирование интеллектуальных самоорганизующихся систем: исследование механизма планирования действий

М.Ф. Степанов[а], А.М. Степанов[б]

[а] *Саратовский государственный технический университет, 410054, ул. Политехническая, 77, Саратов, Россия*
[б] *Институт проблем точной механики и управления РАН, 410054, ул. Рабочая, 24, Саратов, Россия*

Аннотация

Процедура математического моделирования является неотъемлемой частью процесса разработки сложных систем. Интеллектуальные самоорганизующиеся системы автоматического управления предназначены для функционирования в условиях изменения не только внешней среды, параметров объекта управления, но и целей управления. В условиях неполноты информации задача управления ставится декларативно, т.е. без указания последовательности действий по её решению. В связи с этим важнейшим компонентом интеллектуальных самоорганизующихся систем автоматического управления (ИССАУ) является подсистема планирования действий. Решение непроцедурно поставленных задач требует привлечения методов искусственного интеллекта. Однако известные методы планирования действий представляют собой ресурсоёмкие процедуры. Поэтому эффективность ИССАУ во многом определяется эффективностью подсистемы планирования действий. Для повышения эффективности в качестве механизма планирования действий в ИССАУ применяются планирующие искусственные нейронные сети (ПИНС). Математическое моделирования ИССАУ предусматривает программную реализацию ПИНС. В работе исследуются свойства планирующих искусственных нейронных сетей.

Ключевые слова: интеллектуальные самоорганизующиеся системы; планирующие искусственные нейронные сети

1. Введение

При автоматизированном проектировании часто возникают непроцедурно поставленные задачи. Для их решения требуется привлечение методов искусственного интеллекта [1]. Однако методы планирования действий представляют собой ресурсоёмкие процедуры. При этом наиболее эффективными являются многоуровневые системы представления и обработки знаний [2], позволяющие на основе декомпозиции пространства поиска вывода сократить затраты времени и ресурсов. С другой стороны, сократить время решения задачи позволяют средства параллельной обработки, к которым относятся нейрокомпьютерные системы [3]. Система автоматизации решения задач управления ГАММА-3 [4] обладает возможностями решать задачи, как в процедурной, так и в непроцедурной (декларативной) постановке. Для повышения эффективности в качестве механизма планирования действий применяются планирующие искусственные нейронные сети [5]. В работе исследуются свойства планирующих искусственных нейронных сетей, важнейшим из которых является сходимость решений. Также, в связи с тем, что в качестве знаний о проблемной области используются аксиоматические теории автоматических решений формализованных задач теории автоматического управления [6], то необходимо рассматривать вопрос разрешимости.

2. Исследование сходимости решений планирующей искусственной нейронной сети

В составе ПИНС архивная искусственная нейронная сеть (АИНС) используется как устройство памяти для хранения решений, получаемых в решающей искусственной нейронной сети (РИНС) и, следовательно, не оказывает влияния на сходимость процесса решения задачи в планирующей искусственной нейронной сети в целом. Поэтому основное внимание следует уделить исследованию поведения решающей искусственной нейронной сети. Введем обозначения:

$S^i(\text{z}) = \left\langle \phi_\text{z}; \text{д}^i; \text{о}^i; \text{п}^i \right\rangle$ - состояние решающей искусственной нейронной сети на i-м шаге решения задачи z;

$\phi_\text{z} = \left\langle \text{и}_\text{z}, \text{р}_\text{z}, \text{т}_\text{z}, \text{с}_\text{z} \right\rangle$ - формулировка задачи z;

и_z - исходные данные задачи z;

р_z - требуемый результат задачи z;

т_z - требования к результату решения задачи z;

с_z - условия применимости задачи z;

$\text{д}^k = < \text{д}_\text{R}, \text{д}_\text{T}, \text{д}_\text{C} >$ - состояние нейронов-данных (искомые результаты, требования к результатам, условия применимости) решающей искусственной нейронной сети на k-м шаге;

о^k - состояние нейронов-операций решающей искусственной нейронной сети на k-м шаге;

п^k - текущий план решения задачи, построенный после k-го шага;

$o: C(o) \to D(o) \Rightarrow R(o) \leftarrow T(o)$ - формат записи собственной аксиомы теории решений,

o - имя действия (операции), описываемого аксиомой;

$C(o)$ - функция, возвращающая условия применимости аксиомы o;

$D(o)$ - функция, возвращающая исходные данные аксиомы o;

$R(o)$ - функция, возвращающая искомые результаты аксиомы o;

$T(o)$ - функция, возвращающая требования к результатам аксиомы;

$card\, A$ - количество элементов множества A;

$\varnothing$ - пустое множество;

$w_{\text{дz}}(\text{z}): \text{и}_\text{z}, \text{р}_\text{z}, \text{т}_\text{z}, \text{c}_\text{z} \mapsto \text{д}_\text{R}, \text{д}_\text{T}, \text{д}_\text{C}$, $(\text{д}_\text{R} \cong -\text{и}_\text{z} + \text{р}_\text{z}, \text{д}_\text{T} \cong \text{т}_\text{z}, \text{д}_\text{C} \cong \text{c}_\text{z})$ - отображение, задающее состояния нейронов слоя «данные» в соответствии с атрибутами задачи z;

$w_{\text{до}}: \text{о} \mapsto \text{д}, (\text{д}_\text{R} \cong -R(o) + D(o) + T(o) + C(o), \text{д}_\text{T} \cong T(o), \text{д}_\text{C} \cong -T(o))$ - отображение, устанавливающее состояния нейронов слоя «данные» в соответствии с состояниями нейронов слоя «операции»;

$w_{\text{од}}: \text{д} \mapsto \text{о}$, $(\text{о} \cong \{ o_i \mid R(o_i) \subseteq \text{д}_\text{R}, T(o_i) \supseteq \text{д}_\text{T}, C(o_i) \supseteq \text{д}_\text{C} \})$ – отображение, устанавливающее состояния нейронов-операций в соответствии с состоянием нейронов данных.

Множество начальных состояний решающей искусственной нейронной сети, соответствующих задаче z определим как $S_\text{z}^\text{н} = \{ s \mid s(\text{z}) = \langle \phi_\text{z}; [0]; [0]; [0] \rangle \}$, где символы "[0]" обозначают векторы соответствующей размерности с нулевыми элементами.

Заключительными назовем состояния $S_\text{z}^\text{з} = \{ s \mid s(\text{z}) = \langle \phi_\text{z}; \text{д}_\text{z}; \text{о}_\text{z}; \text{п}_\text{z} \rangle \}$, достигнутые по окончании процесса поиска решения задачи z.

Среди заключительных выделим множество целевых состояний

$$S_\text{z}^\text{ц} = \{ s \mid s(\text{z}) = \langle \phi_\text{z}; [0]; [0]; \text{п}_\text{z} \rangle \} \subset S_\text{z}^\text{з},$$

достижение которых свидетельствует об успешном построении плана решения п_z задачи z.

Достижение заключительных состояний вида

$$s(\text{z}) = \langle \phi_\text{z}; \text{д}_\text{z}; \text{о}_\text{z}; \text{п}_\text{z} \rangle \notin S_\text{z}^\text{ц}, \qquad \text{д}_\text{z} \neq [0], \qquad \text{о}_\text{z} \neq [0],$$

не являющихся целевыми, свидетельствует об отсутствии решения задачи.

Сходимость процесса поиска решения, применительно к планирующей искусственной нейронной сети, означает, что для каждой задачи z, имеющей решение в соответствующей аксиоматической теории решений, решающая искусственная нейронная сеть перейдет из заданного начального состояния $s(\text{z}) = \langle \phi_\text{z}; [0]; [0]; [0] \rangle \in S_\text{z}^\text{н}$ в соответствующее целевое $s(\text{z}) = \langle \phi_\text{z}; [0]; [0]; \text{п}_\text{z} \rangle \in S_\text{z}^\text{ц}$.

В связи с ограничениями на объём работы доказательства большинства теорем будут опущены.

Теорема 1. Необходимым условием решения задач планирующей искусственной нейронной сетью является полнота в смысле Робинсона используемого фрагмента многоуровневой аксиоматической теории автоматических решений формализованных задач ТАУ.

Теорема 2. Достаточным условием сходимости процесса поиска решения задачи планирующей искусственной нейронной сетью является полнота в смысле Робинсона используемого фрагмента многоуровневой аксиоматической теории автоматических решений формализованных задач ТАУ.

3. Исследование разрешимости решений планирующей искусственной нейронной сети

Разрешимость теорий решений приводит к тому, что для задач имеющих решение оно будет найдено за конечное число шагов поиска. В нашем случае необходимо показать, что использование ПИНС не нарушает разрешимости МАТАРФЗ ТАУ. Это должно явиться следствием особенностей организации РИНС и метода поиска решения задачи, реализованного в ней.

Для обеспечения сохранения разрешимости МАТАРФЗ ТАУ решающая искусственная нейронная сеть должна гарантировать нахождение за конечное число шагов решения задачи, либо отказ, если оно не существует. Поэтому докажем следующее утверждение.

Теорема 3. Заключительное состояние планирующей искусственной нейронной сети, не являющееся целевым, достигается для задач, не имеющих решения за конечное число шагов, равное увеличенному на единицу числу операций в используемом фрагменте аксиоматической теории автоматических решений формализованных задач ТАУ.

Теорема 4. Целевое состояние планирующей искусственной нейронной сети для задач, имеющих решение, достигается за конечное число шагов, не превышающее увеличенного на единицу числа операций в плане решения задачи.

Рассмотрим некоторые из возможных ситуаций в ходе решения задачи ПИНС.

Случай 1. Пусть решение задачи z достигается применением операции, описываемой аксиомой вида $o_1 :\to D(o_1) \Rightarrow R(o_1) \leftarrow$, где $D(o_1) \subseteq D(\text{z})$, $R(o_1) \supseteq R(\text{z})$, $T(o_1) = \varnothing = T(\text{z})$, т.е. аксиома не содержит ни требований к результату, ни условий применимости. Тогда протокол работы ПИНС (пошаговая запись состояний):

Шаг 0 (начальное состояние): $S^0 = < \phi(\text{z}), \text{д}^0, \text{о}^0, \text{п}^0 >$, $\text{д}^0 = w_{\text{дz}}(\text{z}) = -D(o_1) + R(o_1) + T(o_1)$, $o^0 = \varnothing$, $\text{п}^0 = \varnothing$.

Шаг 1: $S^1 = < \phi(\text{z}), \text{д}^1, \text{о}^1, \text{п}^1 >$,

$д^1 = д^0 + w_{до}(o^0) = д^0$, $o^1 = w_{од}(д^1) = \{o \mid R(o) \subseteq д^1, T(o) \supseteq т\} = \{o_1 \mid R(o_1) \subseteq д^1, T(o_1) = \varnothing = т\}$, $п^1 = п^0 + o^1 = \{o_1\}$.

Шаг 2: $S^2 =< \phi(z), д^2, о^2, п^2 >$, $д^2 = д^1 + w_{до}(o^1) = -D(o_1) + R(o_1) + T(o_1) - R(o_1) + D(o_1) + T(o_1) = \varnothing$, $o^2 = w_{од}(д^2) = \varnothing$, $п^2 = п^1 + o^2 = п^1 = \{o_1\}$.

Поскольку $п^2 \neq \varnothing$, $д^2 = \varnothing$, $o^2 = \varnothing$, то решение получено.

При этом Nш=2=$card\, п^2$ +1=1+1=2. Следовательно, утверждение теоремы 4 справедливо для данной ситуации.

Случай 2. Пусть решение задачи z достигается применением операции, описываемой аксиомой вида $o_1 :\to D(o_1) \Rightarrow R(o_1) \leftarrow T(o_1)$, где $D(o_1) \subseteq D(z)$, $R(o_1) \supseteq R(z)$, $T(o_1) = T(z) \neq \varnothing$, т.е. аксиома не содержит условий применимости. Пусть в аксиоматике теории решений имеется аксиома вида $o_2 :\to D(o_2) \Rightarrow R(o_2) \leftarrow$, где $R(o_2) = T(o_1)$, $D(o_2) \subset D(z)$.

Протокол работы ПИНС:

Шаг 0 (начальное состояние): $S^0 =< \phi(z), д^0, о^0, п^0 >$, $д^0 = w_{дz}(z) = -D(o_1) + R(o_1) - D(o_2)$, $o^0 = \varnothing$, $п^0 = \varnothing$.

Шаг 1: $S^1 =< \phi(z), д^1, о^1, п^1 >$, $д^1 = д^0 + w_{до}(o^0) = д^0$, $п^1 = п^0 + o^1 = \{o_1\}$, $o^1 = w_{од}(д^1) = \{o \mid R(o) \subseteq д^1, T(o) \supseteq т = \varnothing\} = \{o_1 \mid R(o_1) \subseteq д^1, T(o_1) \supseteq т = \varnothing\}$,.

Шаг 2: $S^2 =< \phi(z), д^2, о^2, п^2 >$, $д^2 = д^1 + w_{до}(o^1) = -D(o_1) + R(o_1) - D(o_2) - R(o_1) + D(o_1) + T(o_1) = T(o_1) - D(o_2)$, $o^2 = w_{од}(д^2) = \{o \mid R(o) \subseteq д^2, T(o) \supseteq т = \varnothing\} = \{o_2 \mid R(o_2) \subseteq д^2, T(o_2) = \varnothing\}$, $п^2 = п^1 + o^2 = \{o_1, o_2\}$

Шаг 3: $S^3 =< \phi(z), д^3, о^3, п^3 >$, $д^3 = д^2 + w_{до}(o^2) = -D(o_2) + T(o_1) - R(o_2) + D(o_2) = \varnothing$, $o^3 = w_{од}(д^3) = \varnothing$,

$п^3 = п^2 + o^3 = п^2 = \{o_1, o_2\}$

Поскольку $п^3 \neq \varnothing$, $д^3 = \varnothing$, $o^3 = \varnothing$, то решение получено. При этом $N_ш$=3= $card$ $п^3$ +1=2+1=3. Следовательно, утверждение теоремы справедливо для данного случая.

Случай 3. Пусть решение задачи z достигается применением операции, описываемой аксиомой вида $o_1 : C(o_1) \to D(o_1) \Rightarrow R(o_1) \leftarrow T(o_1)$, где $D(o_1) \subseteq D(z)$, в аксиоматике теории решений имеются аксиомы вида:

$o_2 :\to D(o_2) \Rightarrow R(o_2) \leftarrow$, где $R(o_2) = T(o_1)$, $D(o_2) \subset D(z)$.

$o_3 :\to D(o_3) \Rightarrow R(o_3) \leftarrow$, где $R(o_3) = C(o_1)$, $D(o_3) \subset D(z)$.

Протокол работы ПИНС:

Шаг 0: $S^0 =< \phi(z), д^0, о^0, п^0 >$, $д^0 = w_{дz}(z) = -D(o_1) + R(o_1) - D(o_2) - D(o_3)$, $o^0 = \varnothing$, $п^0 = \varnothing$.

Шаг 1: $S^1 =< \phi(z), д^1, о^1, п^1 >$, $д^1 = д^0 + w_{до}(o^0) = д^0$, $o^1 = w_{од}(д^1) = \{o \mid R(o) \subseteq д^1, T(o) \supseteq т\} = \{o_1 \mid R(o_1) \subseteq д^1, T(o_1) \supseteq т = \varnothing\}$, $п^1 = п^0 + o^1 = \{o_1\}$.

Шаг 2: $S^2 =< \phi(z), д^2, о^2, п^2 >$, $д^2 = д^1 + w_{до}(o^1) = -D(o_1) + R(o_1) - D(o_2) - R(o_1) + D(o_1) + T(o_1) - D(o_3) + C(o_1) = -D(o_2) - D(o_3) + T(o_1) + C(o_1)$, $o^2 = w_{од}(д^2) = \{o \mid R(o) \subseteq д^2, T(o) \supseteq т\} = \{o_2, o_3 \mid R(o_2) = T(o_1) \subseteq д^2, R(o_3) = C(o_1) \subset д^2\}$, $п^2 = п^1 + o^2 = \{o_1, o_2, o_3\}$.

Шаг 3: $S^3 =< \phi(z), д^3, о^3, п^3 >$, $д^3 = д^2 + w_{до}(o^2) = -D(o_2) - D(o_3) + T(o_1) + C(o_1) - R(o_2) + D(o_2) - R(o_3) + D(o_3) = \varnothing$, $o^3 = w_{од}(д^3) = \varnothing$, $п^3 = п^2 + o^3 = п^2 = \{o_1, o_2, o_3\}$.

Поскольку $п^3 \neq \varnothing$, $д^3 = \varnothing$, $o^3 = \varnothing$, то решение получено. При этом Nш=3< $card$ $п^3$ +1=4+1=4. Следовательно, утверждение теоремы справедливо для данного случая.

Случай 4. Пусть задача z имеет постановку вида $\phi(z) =< и, р, т, с >$, где $и = D(z) = D(o_1)$, $р = R(z) = R(o_n)$, $т = T(z) = \varnothing$ и существует набор аксиом вида $o_i :\to D(o_i) \Rightarrow R(o_i) \leftarrow$, $i = (\overline{1,n})$, таких, что $\forall i \in [2,n]\ D(o_i) = R(o_{i-1})$.

Протокол работы ПИНС:

Шаг 0 (начальное состояние): $S^0 =< \phi(z), д^0, о^0, п^0 >$, $д^0 = w_{дz}(z) = -D(o_1) + R(o_n)$, $o^0 = \varnothing$, $п^0 = \varnothing$, .

Шаг 1: $S^1 =< \phi(z), д^1, о^1, п^1 >$, $д^1 = д^0 + w_{до}(o^0) = д^0$, $o^1 = w_{од}(д^1) = \{o \mid R(o) \subseteq д^1, T(o) \supseteq т\} = \{o_n \mid R(o_n) \subseteq д^1, T(o_n) \supseteq т = \varnothing\}$, $п^1 = п^0 + o^1 = \{o_n\}$.

Шаг 2: $S^2 =< \phi(z), д^2, о^2, п^2 >$, $д^2 = д^1 + w_{до}(o^1) = -D(o_1) + R(o_n) - R(o_n) + D(o_n) = -D(o_1) + D(o_n)$

$o^2 = w_{од}(д^2) = \{o \mid R(o) \subseteq д^2, T(o) \supseteq т\} = \{o_{n-1} \mid R(o_{n-1}) = D(o_n) \subseteq д^2, T(o_{n-1}) = \varnothing\}$, $п^2 = п^1 + o^2 = \{o_n, o_{n-1}\}$.

Шаг 3: $S^3 =< \phi(z), д^3, о^3, п^3 >$,

$д^3 = д^2 + w_{до}(o^2) = -D(o_1) + D(o_n) - R(o_{n-1}) + D(o_{n-1}) = -D(o_1) + D(o_{n-1})$, $o^3 = w_{од}(д^3) = \{o \mid R(o) \subseteq д^3, T(o) \supseteq т\} =$

$=\{o_{n-2} \mid R(o_{n-2})=D(o_{n-1})\subseteq д^3, T(o_{n-2})=\varnothing\}$, $п^3=п^2+o^3=\{o_n, o_{n-1}, o_{n-2}\}$. …

Шаг n-1: $S^{n-1}=<\phi(z), д^{n-1}, о^{n-1}, п^{n-1}>$, $д^{n-1}=д^{n-2}+w_{до}(o^{n-2})=-D(o_1)+D(o_4)\text{-}R(o_3)+D(o_3)=-D(o_1)+D(o_3)$.

$o^{n-1}=w_{од}(д^{n-1})=\{o \mid R(o)\subseteq д^{n-1}, T(o)\supseteq т\}=\{o_2 \mid R(o_2)=D(o_3)\subseteq д^{n-1}, T(o_2)=\varnothing\}$, $п^{n-1}=п^{n-2}+o^{n-1}=\{o_n, o_{n-1}, ..., o_2\}$.

Шаг n: $S^n=<\phi(z), д^n, о^n, п^n>$, $д^n=д^{n-1}+w_{до}(o^{n-1})=-D(o_1)+D(o_3)\text{-}R(o_2)+D(o_2)=-D(o_1)+D(o_2)$,

$o^n=w_{од}(д^n)=\{o \mid R(o)\subseteq д^n, T(o)\supseteq т\}=\{o_1 \mid R(o_1)=D(o_2)\subseteq д^n, T(o_1)=\varnothing\}$,

$п^n=п^{n-1}+o^n=\{o_n, o_{n-1}, ..., o_2, o_1\}$.

Шаг n+1: $S^{n+1}=<\phi(z), д^{n+1}, о^{n+1}, п^{n+1}>$, $д^{n+1}=д^n+w_{до}(o^n)=-D(o_1)+D(o_2)\text{-}R(o_1)+D(o_1)=\varnothing$,

$o^{n+1}=w_{од}(д^{n+1})=\{o \mid R(o)\subseteq д^{n+1}, T(o)\supseteq т\}=\varnothing$,

$п^{n+1}=п^n+o^{n+1}=п^n=\{o_n, o_{n-1}, ..., o_2, o_1\}$.

Поскольку $п^{n+1}\neq\varnothing$, $д^{n+1}=\varnothing$, $o^{n+1}=\varnothing$, то решение получено. При этом Nш=n+1= $card$ $п^{n+1}$ +1=n+1. Следовательно, утверждение теоремы справедливо для данного случая.

Случай 5. Пусть задача z имеет постановку вида $\phi(z)=<и, р, т, с>$, где $и=D(z)=\bigcup\limits_{i=1}^{n} D(o_i)$, $р=R(z)=\bigcup\limits_{i=1}^{n} R(o_i)$, $т=T(z)=\varnothing$ и существует набор аксиом вида $o_i :\to D(o_i)\Rightarrow R(o_i)\leftarrow$, $i=(\overline{1,n})$.

Протокол работы ПИНС:

Шаг 0 (начальное состояние): $S^0=<\phi(z), д^0, о^0, п^0>$, $д^0=w_{дz}(z)=-\bigcup\limits_{i=1}^{n} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=1}^{n} R(o_i)$, $o^0=\varnothing$, $п^0=\varnothing$, .

Шаг 1: $S^1=<\phi(z), д^1, о^1, п^1>$, $д^1=д^0+w_{до}(o^0)=д^0$, $o^1=w_{од}(д^1)=\{o \mid R(o)\subseteq д^1, T(o)\supseteq т\}=$

$=\{o_i \mid i=(\overline{1,n}), R(o_i)\subseteq д^1, T(o_i)\supseteq т=\varnothing\}$, $п^1=п^0+o^1=\{o_1, o_2, ..., o_n\}$.

Шаг 2: $S^2=<\phi(z), д^2, о^2, п^2>$, $д^2=д^1+w_{до}(o^1)=-\bigcup\limits_{i=1}^{n} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=1}^{n} R(o_i)-\bigcup\limits_{i=1}^{n} R(o_i)+\bigcup\limits_{i=1}^{n} D(o_i)=\varnothing$,

$o^2=w_{од}(д^2)=\{o \mid R(o)\subseteq д^2, T(o)\supseteq т\}=\varnothing$, $п^2=п^1+o^2=п^1$.

Поскольку $п^2\neq\varnothing$, $д^2=\varnothing$, $o^2=\varnothing$, то решение получено. При этом Nш=2< $card$ $п^2$ +1=n+1. Следовательно, утверждение теоремы справедливо для данного случая.

Случай 6. Пусть задача z имеет постановку вида $\phi(z)=<и, р, т, с>$, где $и=D(z)=\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)$, $р=R(z)=R(o_1)$, $т=T(z)=\varnothing$, $l_m=2^{m-1}$, $L_m=2^m-1$ и существует набор аксиом вида $o_i :\to D(o_i)\Rightarrow R(o_i)\leftarrow$, таких, что $D(o_i)=R(o_l)+R(o_{l+1})$ $\forall i=2^{n-1}+j$, $\forall n=1,2,...,m>0$, $\forall j\in[0, 2^n-2^{n-1}-1]$, $\forall l\in[2^n, 2^{n+1}-1]$. Иначе говоря, решение задачи z представляет собой бинарное дерево с ветвями длиной m.

Протокол работы ПИНС:

Шаг 0 (начальное состояние): $S^0=<\phi(z), д^0, о^0, п^0>$,

$д^0=w_{дz}(z)=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+R(o_1)$, $o^0=\varnothing$, $п^0=\varnothing$, .

Шаг 1: $S^1=<\phi(z), д^1, о^1, п^1>$, $д^1=д^0+w_{до}(o^0)=д^0$,

$o^1=w_{од}(д^1)=\{o \mid R(o)\subseteq д^1, T(o)\supseteq т\}=\{o_1 \mid R(o_1)\subseteq д^1, T(o_1)\supseteq т=\varnothing\}$, $п^1=п^0+o^1=\{o_1\}$.

Шаг 2: $S^2=<\phi(z), д^2, о^2, п^2>$,

$д^2=д^1+w_{до}(o^1)=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+R(o_1)-R(o_1)+D(o_1)=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=l_1}^{L_1} D(o_i)=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=l_2}^{L_2} R(o_i)$,

$o^2=w_{од}(д^2)=\{o \mid R(o)\subseteq д^2, T(o)\supseteq т\}=\{o_i \mid \forall i\in[l_2, L_2], R(o_i)\subset д^2, T(o_i)=\varnothing\}$,

$п^2=п^1+o^2=\{o_1, o_{l_2}, ..., o_{L_2}\}=\{o_1, o_2, o_3\}$.

Шаг 3: $S^3=<\phi(z), д^3, о^3, п^3>$, $д^3=д^2+w_{до}(o^2)=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=l_2}^{L_2} R(o_i)-\bigcup\limits_{i=l_2}^{L_2} R(o_i)+\bigcup\limits_{i=l_2}^{L_2} D(o_i)=$

$=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=l_2}^{L_2} D(o_i)=-\bigcup\limits_{i=l_m}^{L_m} D(o_i)+\bigcup\limits_{i=l_3}^{L_3} R(o_i)$, $o^3=w_{од}(д^3)=\{o \mid R(o)\subseteq д^3, T(o)\supseteq т\}=$

$=\{o_i \mid \forall i \in [l_3,L_3],R(o_i)\subset д^3,T(o_i)=\varnothing\}$, $п^3=п^2+o^3=\{o_1,o_{l_2},...,o_{L_2},o_{l_3},...,o_{L_3}\}=\{o_1,o_2,o_3,o_4,o_5,o_6,o_7\}$. …

Шаг m-1: $S^{m-1}=<\phi(z),д^{m-1},о^{m-1},п^{m-1}>$, $д^{m-1}=д^{m-2}+w_{до}(o^{m-2})=-\bigcup_{i=l_m}^{L_m}D(o_i)+\bigcup_{i=l_{m-2}}^{L_{m-2}}R(o_i)-\bigcup_{i=l_{m-2}}^{L_{m-2}}R(o_i)+\bigcup_{i=l_{m-2}}^{L_{m-2}}D(o_i)=$

$=-\bigcup_{i=l_m}^{L_m}D(o_i)+\bigcup_{i=l_{m-1}}^{L_{m-1}}R(o_i)$, $o^{m-1}=w_{од}(д^{m-1})=\{o \mid R(o)\subseteq д^{m-1},T(o)\supseteq т\}=\{o_i \mid \forall i\in[l_{m-1},L_{m-1}],R(o_i)\subset д^{m-1},T(o_i)=\varnothing\}$,

$п^{m-1}=п^{m-2}+o^{m-1}=\{o_1,o_{l_2},...,o_{L_{m-1}}\}$.

Шаг m: $S^m=<\phi(z),д^m,о^m,п^m>$,

$$д^m=д^{m-1}+w_{до}(o^{m-1})=-\bigcup_{i=l_m}^{L_m}D(o_i)+\bigcup_{i=l_{m-1}}^{L_{m-1}}R(o_i)-\bigcup_{i=l_{m-1}}^{L_{m-1}}R(o_i)+\bigcup_{i=l_{m-1}}^{L_{m-1}}D(o_i)=-\bigcup_{i=l_m}^{L_m}D(o_i)+\bigcup_{i=l_m}^{L_m}R(o_i),$$

$$o^m=w_{од}(д^m)=\{o \mid R(o)\subseteq д^m,T(o)\supseteq т\}=$$

$$=\{o_i \mid \forall i\in[l_m,L_m],R(o_i)\subset д^m,T(o_i)=\varnothing\},$$

$$п^m=п^{m-1}+o^m=\{o_1,o_{l_2},...,o_{L_m}\}.$$

Шаг m+1: $S^{m+1}=<\phi(z),д^{m+1},о^{m+1},п^{m+1}>$, $д^{m+1}=д^m+w_{до}(o^m)=-\bigcup_{i=l_m}^{L_m}D(o_i)+\bigcup_{i=l_m}^{L_m}R(o_i)-\bigcup_{i=l_m}^{L_m}R(o_i)+\bigcup_{i=l_m}^{L_m}D(o_i)=\varnothing$,

$$o^{m+1}=w_{од}(д^{m+1})=\{o \mid R(o)\subseteq д^m,T(o)\supseteq т\}=\varnothing,$$

$$п^{m+1}=п^m+o^{m+1}=п^m.$$

Поскольку $п^{m+1}\neq\varnothing$, $д^{m+1}=\varnothing$, $o^{m+1}=\varnothing$, то решение получено. При этом Nш=m+1< $card$ $п^{m+1}$ +1= L_m +1= 2^m . Следовательно, утверждение теоремы справедливо для данного случая.

Рассмотрение других ситуаций здесь не приведено в связи с более громоздкими выкладками.

В целом, легко видеть, что рассмотренные случаи могут комбинироваться в произвольных сочетаниях, что, очевидно, в целом охватывает всевозможные варианты представления планов решения задач ТАУ.

Таким образом, утверждение теоремы справедливо в целом.

В целом используемый в РИНС метод поиска решений можно интерпретировать следующим образом: решающая искусственная нейронная сеть возбуждается атрибутами поставленной задачи и возвращается в исходное невозбужденное состояние (нулевое состояние) лишь в случае нахождения плана решения поставленной задачи, что является эффективно распознаваемым признаком. Оценку сложности алгоритма работы РИНС при его моделировании на традиционной однопроцессорной ЭВМ даёт

Теорема 5. Изменение затрат времени на выполнение одного шага работы РИНС ограничено сверху полиномом второй степени от изменения количества собственных аксиом теории решений $T^r_{k,p}$.

Доказательство. Докажем утверждение теоремы посредством оценки изменения количества вычислительных операций (сложений и умножений), которые необходимо выполнить для вычисления значения состояния нейронов выходного слоя РИНС, т.е. нейронов-операций. Для простоты исключим из рассмотрения активационные функции нейронов РИНС, каждая из которых вычисляется только один раз в течение шага работы РИНС, внося, таким образом, не более, чем линейный вклад в увеличение трудоемкости алгоритма работы РИНС. Введем обозначения: o – вектор состояний нейронов-операций РИНС; д – вектор состояний нейронов-данных РИНС; z – вектор исходных данных решаемой задачи; Wдz – матрица коэффициентов передачи синапсов от слоя исходных данных задачи к слою нейронов-данных; Wдо - матрица коэффициентов передачи синапсов от слоя нейронов-операций к слою нейронов-данных; Wод - матрица коэффициентов передачи синапсов от слоя нейронов-данных к слою нейронов-операций. С учетом этого выходной сигнал РИНС можно определить следующим образом:

$о=(W_{од}*д)$ – выход нейронов-операций.

$д=W_{дz}*z+W_{до}*о$ – выход нейронов-данных.

$о=W_{од}*W_{дz}*z+W_{од}*W_{до}*о$

$о=W_{одд}*z+W_{одд}*о$ – обобщенная формула

$W_{одд}=W_{од}*W_{дz}$. $W_{одд}=W_{од}*W_{до}$

$W_{одд}\in R^{no}\times R^{nz}$, $W_{одо}\in R^{no}\times R^{no}$ – размерности матриц весовых коэффициентов.

$No\sim no*nz+no*no$ – оценка количества арифметических операций (умножений и сложений), необходимых для вычисления значения выхода нейронов-операций.

$\Delta No=(no+\Delta no)*nz+(no+\Delta no)*(no+\Delta no)$.

$\Delta No=no*nz+\Delta no*nz+no*no+2*(no*\Delta no)+\Delta no*\Delta no$.

$\Delta No\sim=O(\Delta no)+O(\Delta no^2)=P^2(\Delta no)$.

Таким образом, изменение количества арифметических операций оценивается полиномом второй степени от изменения количества нейронов-операций РИНС, что и требовалось доказать. Это позволяет отнести алгоритм работы решающей искусственной нейронной сети к эффективным.

4. Заключение

Проведенные исследования подтверждают перспективность и целесообразность применения планирующих искусственных нейронных сетей для решения задач планирования действий непроцедурно (декларативно) поставленных задач. Являясь средством параллельной обработки информации, ПИНС предоставляет механизм реализации правил вывода аксиоматической теории автоматических решений, являющейся прикладной системой исчисления секвенций [2].

Концепция [6] планирования действий на основе планирующих искусственных нейронных сетей предусматривает построение многоуровневой системы планирования. Однако её практическая реализация оказалась непростым делом. В связи с этим первоначально были проведены исследования одноуровневых систем планирования. Первая исследовательская реализация концепции ПИНС была осуществлена в программном комплексе «ЕИ-решатель 2001» [7]. Практическое применение в учебных и научно-исследовательских задачах получил более развитый программный комплекс ИНСТРУМЕНТ-3м-И [8]. Дальнейшее развитие метода планирования действий на основе ПИНС осуществляется в рамках многофункциональной системы ГАММА-3 [4] в направлении создания эффективной многоуровневой системы планирования, полноценно реализующей концепцию [6].

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-07-99684-а).

Литература

[1] Искусственный интеллект: Справочник.– В 3–х кн.: / Под ред. Д.А.Поспелова.– М.: Радио и связь, 1990.

[2] Ефимов, Е.И. Решатели интеллектуальных задач / Е.И.Ефимов – М.:Наука,1982, 316 с.

[3] Уоссермен, Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика / Ф.Уоссермен.– М.: Мир, 1992.

[4] Александров, А.Г. Система ГАММА-3 и ее применение / А.Г.Александров, Л.С.Михайлова, М.Ф.Степанов // Автоматика и телемеханика, 2011, № 10. С. 19 – 27

[5] Степанов, М.Ф. Автоматическое решение задач теории автоматического управления на основе планирующих искусственных нейронных сетей // Нейрокомпьютеры: разработка и применение, 2003. № 3 и 4. С. 27 – 44.

[6] Степанов, М.Ф. Автоматическое решение формализованных задач теории автоматического управления. – Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т. 2000. – 376 с.

[7] Степанов, М.Ф. Естественно-интеллектуальный решатель задач теории автоматического управления на основе планирующих искусственных нейронных сетей (ЕИ-решатель 2001) (программа для ЭВМ). Свидетельство Роспатента об офиц. регистр. программы для ЭВМ. - № 2004610215. – 2004.

[8] Степанов, М.Ф. Система автоматического синтеза систем автоматического управления ИНСТРУМЕНТ-3м-И. Свидетельство Роспатента об официальной регистрации программы для ЭВМ. - № 2003612369. – 2003.