Математические методы расчета голограммной маски со слоистой структурой

В.В. Черник¹

¹Nanotech SWHL, Überlandstrasse 129, 8600 Dübendorf, Switzerland

Аннотация. Предложены варианты конструкции слоистых голограммных масок, размер которых меньше по сравнению с амплитудной голографической маской. Предложен метод расчета дифракции волн, подходящий для использования на слоистых структурах, используемых при изготовлении таких голограммных масок. Разработан программный модуль, позволяющий моделировать прохождение и отражение плоской волны произвольной поляризации через периодическую неоднородную среду с цилиндрической структурой. Данный программный модуль предполагается использовать для исследования границ применимости и для модификации некоторых приближённых методов решения задач дифракции. Разработанные методы и программы применены также для решения задач из других областей электродинамики, например, в задаче пассивной радиолокации поверхности океана. С помощью полученного программного модуля проведено математическое моделирование таких эффектов, как наличие угла Брюстера и аномалии Вуда. Количественные результаты моделирования с хорошей точностью совпадают с аналитическими формулами и с результатами расчетов другими методами.

1. Введение

В традиционных методах литографии применяется трафаретная маска, в основных чертах повторяющая топологию процессорного слоя в увеличенном виде. Размер такой маски примерно в 4-5 раз больше размера желаемого изображения. В альтернативной технологии субволновой голографической литографии [1-2], активно развивающейся в настоящее время, используется бинаризованная голограммная маска, которая является реализацией функции пропускания, получаемой на основе классического принципа, предложенного Д. Габором [3]. Основным свойством голограммы является то, что в каждом её элементе содержится некоторая информация обо всех элементах объекта. Это, например, когда информационная емкость голограммы много больше объёма информации, содержащейся в объекте, приводит к тому, что практически полную информацию об объекте можно восстановить с помощью малой части голограммы или с помощью поврежденной голограммы. Такое свойство голограммы выгодно отличает голограммную маску от трафаретной, любой локальный дефект на которой воспроизводится на изображении.

Простейшим вариантом строения голограммной маски является непрозрачный хромовый экран на кварцевой подложке с прямоугольными отверстиями переменной величины, центры которых расположены по равномерной прямоугольной сетке. Для синтеза таких амплитудных масок группой Nanotech SWHL был разработан программный комплекс, с помощью которого были рассчитаны маски для получения тестовых изображений с субволновым разрешением.

Изготовленные голограммные маски были засвечены на экспериментальном оптическом столе, качественные изображения были зарегистрированы на КМОП-матрице, а также в виде отпечатков в фоторезисте, в том числе на неплоских поверхностях [4].

Разработанный программный комплекс для синтеза голограммных масок основан на модели дифракции Гюйгенса-Кирхгофа. Принцип Гюйгенса-Кирхгофа позволяет свести задачи дифракции к расчету интерференции волн, испускаемых вторичными источниками. Данный метод хорошо подходят для расчета дифракции на достаточно больших по сравнению с длиной волны отверстиях в непрозрачных тонких экранах. Недостатком подхода, однако, является его приближенный характер. Так же требование большой величины отверстий ведет к большим размерам голограммной маски. Исследование границы применимости принципа Гюйгенса-Кирхгофа является актуальной задачей [5]. Сложность проблемы обусловлена большим количеством параметров задачи дифракции, таких как кривизна границы раздела сред с различными электрической и магнитной проницаемостями, толщина экрана, угол падения волны. Для решения некоторых актуальных задач требуются новые подходы к расчету дифракционных явлений [6-8].

Ещё одним фактором, влияющим на величину амплитудной голограммной маски, является наличие в восстанавливаемом поле паразитных порядков дифракции, в особенности нулевого порядка. Для уменьшения влияния нулевого порядка дифракции на качество полезного изображения требуется удалять его от фокуса восстанавливающей волны. Это возможно только при соответствующем увеличении маски.

В данной работе предложены некоторые варианты архитектуры голограммных масок, позволяющие устранять влияние паразитных порядков дифракции и уменьшить соотношение между размером маски и соответствующего изображения.

2. Виды голограммных масок

Голограммная маска представляет собой физическую реализацию функции локального модуляции амплитуды проходящей через маску световой волны. Такая функция может быть получена как интенсивность интерференционной картины опорного и объектного источников [3, 9]. Простейший вариант структуры голограммной маски представляет собой непрозрачный экран с отверстиями, в котором необходимая функция локального ослабления амплитуды приближается плотностью и размером отверстий. Отверстия на такой маске должны быть достаточно велики. Так же требуется учесть, что получение высокоразрешенных световых изображений с элементами субволнового размера возможно только при высокой угловой апертуре осветителя. Большие углы падения восстанавливающей волны и сложная многослойная структура маски делают необходимой разработку соответствующей модели дифракции, учитывающей эффекты переотражения на границах слоев, волноводные эффекты в отверстиях. Опишем виды голограмм с различными структурами, укажем на особенности и преимущества.

2.1. Амплитудная голограмма

Метод Габора получения голограммы связан с регистрацией интерференции взаимно когерентных опорной и объектной волн. Пусть (ξ, η) - координаты на плоскости голограммы, $O(\xi, \eta)$ - комплексная амплитуда опорной волны на плоскости голограммы, $\Pi(\xi, \eta)$ - предметное поле. Тогда функцию

$$T(\xi,\eta) = rac{|O(\xi,\eta) + \Pi(\xi,\eta)|^2}{|O(\xi,\eta)|^2},$$

принимающую положительные значения, будем считать функцией пропускания амплитудной голограммы. Заметим, что

$$T(\xi,\eta)O^{*}(\xi,\eta) = \frac{(|O(\xi,\eta)|^{2} + |\Pi(\xi,\eta)|^{2})O^{*}(\xi,\eta)}{|O(\xi,\eta)|^{2}} + \frac{\Pi(\xi,\eta)O^{*2}(\xi,\eta)}{|O(\xi,\eta)|^{2}} + \Pi^{*}(\xi,\eta).$$

Таким образом, если подсветить пластину с функцией пропускания $T(\xi, \eta)$ восстанавливающей волной $O^*(\xi, \eta)$, которая представляет собой обращенную опорную волну, то полученная волна раскладывается на три составляющих:

- $\Pi^*(\xi, \eta)$ поле, сопряженное объектному, фокусируется в объектном изображении;
- $\frac{\left(O(\xi,\eta)^2 + |\Pi(\xi,\eta)|^2 \right) O^*(\xi,\eta)}{|O(\xi,\eta)|^2}$ в случае сферической опорной волны и квадратной

голограммы фокусируется в яркое изображение в виде креста, представляющий собой дифракцию на краях квадрата (нулевой порядок дифракции);

• $\frac{\Pi(\xi,\eta)O^{*2}(\xi,\eta)}{|O(\xi,\eta)|^2}$ - фокусируется в изображение симметричное несколько искаженному

объектному относительно фокуса восстанавливающей волны.

Остается заметить, что для возможности физической реализации голограммы требуется, чтобы в каждой точке коэффициент амплитудной модуляции не превышал единицы. Поэтому, делая перенормировку получим

$$T(\xi,\eta) = \frac{|O(\xi,\eta) + \Pi(\xi,\eta)|^2}{M * |O(\xi,\eta)|^2}$$

где $M = max \left\{ O(\xi, \eta) + \Pi(\xi, \eta)^2 / [O(\xi, \eta)]^2 \right\}$ - константа.

Физической реализацией такой функции пропускания является кварцевая пластина с тонким непрозрачным слоем хрома и множеством отверстий в нем, плотность и размер которых соответствует функции пропускания.

2.2. Амплитудная голограмма с фазосдвигающим слоем

Нулевой порядок дифракции концентрирует в себе большую часть энергии восстанавливающей волны, поэтому, интерферируя с полезным изображением, создает существенные помехи. Для устранения составляющей, отвечающей нулевому порядку, следует вычесть из функции пропускания соответствующее действительное слагаемое. Тогда функция

$$T_1(\zeta,\eta) = \frac{|O + \Pi|^2 - (|O|^2 + |\Pi|^2)}{M_1 * |O|^2} = \frac{O^*\Pi + O\Pi^*}{M_1 * |O|^2}$$

принимает значения из интервала [-1;1] за счет выбора нормировочного коэффициента M_1 , аналогичного коэффициенту M в предыдущем случае. Модуляция волны отрицательным множителем означает пропорциональное изменение амплитуды и сдвиг фазы на половину длины волны. Поэтому, такая функция серости может быть реализована физически за счет наложения в точках с отрицательной модуляцией дополнительного фазосдвигающего слоя.

Отметим, что в этом случае есть выигрыш в дифракционной эффективности голограммы. Этот факт является следствием неравенства

$$M_{1} = max \left\{ \frac{\left| O^{*} \Pi + O \Pi^{*} \right|}{\left| O \right|^{2}} \right\} < M = max \left\{ \frac{\left| O + \Pi \right|^{2}}{\left| O \right|^{2}} \right\},$$

которое в свою очередь является следствием неравенства треугольника. При правильном выборе опорной волны, дифракционная эффективность повышается примерно в пять раз по сравнению с амплитудной маской. Это подтверждается численными экспериментами.

2.3. Голограмма с затемняющими слоями

Одной из возможных проблем создания изображений голографическим путем является отсутствие пропускания света маленькими отверстиями. На голограмме с фазосдвигающим слоем, устраняющим нулевой порядок дифракции, таких отверстий оказывается довольно много. Как показали предыдущие исследования, основанные на приближении Кирхгофа, на

голограмме, размеры которой примерно в 5 раз больше размеров изображения, подавляющее большинство зон пропускания имеют размер в диапазоне $[0;0,7\lambda]$. Кроме этого, отверстия с характерными размерами менее $1,7\lambda$ в слое хрома толщиной примерно $0,5\lambda$ проявляют волноводные свойства. Это приводит к тому, что расчёт излучения отверстий в диапазонах $[0,7\lambda;1,7\lambda]$ сложен, а с учётом погрешностей изготовления голограммной маски недостоверен. При прохождении волновода, волна разбивается на моды, которые распространяются в разных направлениях (дисперсия), затухают при движении по волноводу с разным декрементом, поразному отражаются от открытых концов волновода, передают энергию друг другу при наличии локальных нерегулярностей внутри волновода, а также вследствие конечной проводимости материала стенок. Таким образом, использование отверстий, размер которых меньше $1,7\lambda$, в маске, которая рассчитана и оптимизирована в рамках теории Кирхгофа, нежелательно.

Для увеличения диапазона используемых размеров зон пропускания приходится существенно увеличивать максимальный размер зоны пропускания, а значит, и размер голограммы. Идея использования затемняющего слоя состоит в том, чтобы отверстия малого размера заменить отверстиями большего размера с наложенным на них фильтром, понижающим коэффициент пропускания. Таким образом можно вывести размеры малых зон пропускания из нежелательного диапазона и таким образом сохранить существенную часть информации на маске. Можно пойти дальше и допустить использование нескольких затемняющих слоев с разными коэффициентами поглощения.

Для расчета толщины, показателей преломления и поглощения фазосдвигающих и дополнительных затемняющих слоев требуется модель дифракции, принципиально отличающаяся от формул Гюйгенса-Кирхгофа. Важно, что функция, описывающая распределение оптических показателей в слоях маски, может претерпевать разрывы.

3. Задача дифракции в слоистой среде

Предложим метод, подходящий для решения задачи прохождения плоской волны через среду с переменной электропроницаемостью. Для упрощения задачи сделаем предположения о цилиндрическом характере функции $\xi(x, y, z) = \xi(x, z)$ єраспределения электропроницаемости по оси y, а так же о её периодичности по оси x с некоторым периодом a. Пусть комплекснозначная функция $\xi(x, z)$ изменяется при $z \in (0; z_{max})$ и $\xi(x, z) = 1$ при $z \in (-\infty; 0] \cup [z_{max}, +\infty)$, падающая плоская волна в области z < 0 имеет вид $u_0 = e^{ik(x\sin\theta + z\cos\theta)}$,

 θ – угол падения, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число. Будем исходить из системы уравнений Максвелла для изотропной среды [10]:

$$rot \vec{H} = \frac{-i\omega}{c} \xi \vec{E} ,$$
$$rot \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \mu \vec{H} ,$$
$$div(\mu \vec{H}) = 0 ,$$
$$div(\xi \vec{E}) = 0 .$$

Положим магнитную проницаемость μ постоянной и равной единице. Предположим так же, что падающая плоская волна линейно поляризована в направлении цилиндрической оси y. Отсутствие зависимости функции $\xi(x, z)$ распределения электропроницаемости от y позволяет утверждать, что поляризация волны сохранится при дифракции, и, в соответствии с этим упростить систему Максвелла до уравнения в частных производных от одной компоненты соответствующего вектора.

3.1. Случай Е-поляризации

Предположим, что вектор напряженности электрического поля равен $\vec{E} = (0, E_y, 0)$, вектор напряженности магнитного поля, соответственно, $\vec{H} = (H_x, 0, H_z)$. Подставляя эти предположения в систему Максвелла, получим уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_y + \frac{\partial^2}{\partial z^2}E_y + k^2\xi E_y = 0,$$

с переменным, периодическим по оси x и, возможно, разрывным коэффициентом $\xi(x, z)$, от которого требуется только интегрируемость на отрезке периодичности.

Будем искать решение в виде разложения по плоским волнам

$$E_{y}(x,z) = \sum B_{j}(z)\Psi_{j}(x), \qquad (1)$$

где $\Psi_{j}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}e^{i\frac{t+2\pi j}{a}x}, t = ka\sin\theta$. Заметим, что $\Delta\Psi_{j} + \lambda_{j}\Psi_{j} = 0, \ \lambda_{j} = \left(\frac{t+2\pi j}{a}\right)^{2}.$

Краевые условия на неизвестные функции $B_j(z)$ ставятся исходя из условий излучения [11]:

$$z \le 0: B_j = \delta_{j0} e^{ik z\cos \Theta} + R_j e^{-i\gamma_j z}, \quad \gamma_j = \sqrt{k^2 - \lambda_j}$$
$$z \ge z_{max}: B_j = T_j e^{i\gamma_j z}, \quad \gamma_j = \sqrt{k^2 - \lambda_j}$$

Количество элементов суммы (1) определяется исходя из условия $k^2 - \lambda_j \ge 0$ или $\frac{-a(1+\sin\theta)}{\lambda} \le j \le \frac{a(1-\sin\theta)}{\lambda}.$

Для перехода к обыкновенным дифференциальным уравнениям на искомые функции $B_j(z)$ требуется выполнить интегральные преобразования вида

$$\int_{0}^{a} \left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} E_{y} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} E_{y} + k^{2} \xi E_{y} \right) \Psi_{j}^{*} dx = 0$$

Получим следующую систему ОДУ

$$\frac{d^{2}}{dz^{2}}B_{j} + (k^{2} - \lambda_{j})B_{j} + k^{2}\sum_{n=-N_{1}}^{N_{2}}k_{jn}B_{n} = 0,$$

где $k_{jn}(z) = \int_{0}^{a} (\xi(x, z) - 1)\Psi_{j}^{*}\Psi_{n}dx, N_{1} = \left[\frac{a(1 + \sin\theta)}{\lambda}\right], N_{2} = \left[\frac{a(1 - \sin\theta)}{\lambda}\right]$

Краевые условия записываются исходя из предположения о направлении прошедших и отраженных волн: $z \le 0$: $B_j(z) = \delta_0^j e^{ik_z \cos\theta} + R_j e^{-i\gamma_j z}$, $z \ge z_{\max}$: $B_j(z) = T_j e^{i\gamma_j z}$, где

$$\gamma_j = \sqrt{k^2 - \lambda_j}$$
, δ_0^j - символ Кронекера, R_j и T_j - неизвестные коэффициенты, в виде
 $\frac{d}{dz}B_j + i\gamma_j B_j\Big|_{z=0} = 2i\gamma_0\delta_0^j$, $\frac{d}{dz}B_j - i\gamma_j B_j\Big|_{z=z_{\text{max}}} = 0$.

Сделав замену $B'_{i} = P_{i}$, понижающую порядок, получим систему ОДУ вида

$$\begin{cases} p' = b \\ b' = Bp \end{cases}$$

с краевыми условиями

$$p+i\Gamma b\Big|_{z=0}=c$$
, $p-i\Gamma b\Big|_{z=z_{\max}}=0$,

где неизвестные вектор-функции $p = \left(P_{-N_1}, ..., P_{N_2}\right)^T$, $b = \left(B_{-N_1}, ..., B_{N_2}\right)^T$, вектор $c = \left(0, ..., 0, 2i\gamma_0, 0, ..., 0\right)^T$, матрица $B = -k^2K - \Gamma^2$, матрица $K = \left\{k_{jn}\right\}$, матрица Γ - диагональная с элементами χ

с элементами γ_i .

3.2. Случай Н-поляризации

Предположим, что вектор напряженности магнитного поля равен $\vec{H} = (0, H_y, 0)$, вектор напряженности электрического поля, соответственно, $\vec{E} = (E_x, 0, E_z)$. Подставляя эти предположения в систему Максвелла, получим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + k^2 H_z = 0$$
⁽²⁾

с аналогичными предыдущему случаю условиями на $\xi(x, z)$. Будем так же искать решение в виде разложения по плоским волнам

 $H_{y}(x,z) = \sum B_{j}(z)\Psi_{j}(x).$

Уравнение (2) при помощи интегральных преобразований сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая в матричном виде записывается как

$$\left(Kb'\right)' - \left(\tilde{K} - k^2 E\right)b = 0$$

где неизвестная вектор-функция b определяется аналогично предыдущему случаю, матрица K

состоит из элементов $k_{sj} = \int_{0}^{a} \frac{\Psi_s \Psi_j^*}{\xi} dx$, $\mathcal{K} = -\Gamma K \Gamma$, матрица Γ определяется аналогично

предыдущему случаю. Краевые условия на неизвестные функции $B_j(z)$ определяются так же аналогично.

Сделав замену Kb' = p, понижающую порядок, получим систему ОДУ вида

$$\begin{cases} p' = Ab \\ b' = Bp \end{cases}$$
(3)

где матрица $A = K^{-1}$, $B = \tilde{K} - k^2 E$, с краевыми условиями

$$p + i\Gamma Kb\Big|_{z=0} = Kc , p - i\Gamma Kb\Big|_{z=z_{\text{max}}} = 0$$
(4)

Можно видеть, что оба случая сводятся к аналогичным краевым задачам.

3.3. Вспомогательные задачи Коши

Положим $\delta_j = \left(\delta_{N_2}^j, \delta_{N_2-1}^j, ..., \delta_{-N_1}^j\right)^T$, $j = -N_1, ..., N_2$. Вспомогательные задачи Коши: $\left(p^{1,j'} = Ab^{1,j}\right)$

$$\left. \begin{array}{c} \left. b^{1,j'} = Bp^{1,j} \right. \\ \left. b^{1,j} \right|_{z=0} = \delta_j, p^{1,j} \right|_{z=0} = 0 \end{array} \right.$$
(1,j)

$$\begin{cases} p^{2,j'} = Ab^{2,j} \\ b^{2,j'} = Bp^{2,j} \end{cases}$$

$$b^{2,j} \Big|_{z=0} = 0, p^{2,j} \Big|_{z=0} = \delta_j$$
(2,j)

Для решения задач типа (1,j) и (2,j) используется численная схема третьего порядка точности. Именно, задача вида (3) с краевыми условиями $b|_{z=0} = b_0$, $p|_{z=0} = p_0$ решается по схеме

$$\begin{split} p_{j+1} &= p_j + \frac{A^j + A^{j+1}}{2} b_j h + \frac{1}{2} A^j B^j p_j h^2, \\ b_{j+1} &= b_j + \frac{1}{2} \Big(B^{j+1} p_{j+1} + B^j p_j \Big) h, \end{split}$$

где $h = \frac{z_{\text{max}}}{N}$, N - количество элементов разбиения отрезка $[0; z_{\text{max}}]$, $b_n = b(hn)$, $p_n = p(hn)$, $A^n = A(hn)$, $B^n = B(hn)$, n = 0, 1, ..., N.

3.4. Решение задачи дифракции

Решение задачи, описываемой системой (3) с краевыми условиями (4), получим в виде линейной комбинации решений вспомогательных задач типов (1,j) и (2,j). Именно,

$$b = \sum_{j=-N_1}^{N_2} \alpha_j b^{1,j} + \sum_{j=-N_1}^{N_2} \beta_j b^{2,j} ,$$

$$p = \sum_{j=-N_1}^{N_2} \alpha_j p^{1,j} + \sum_{s=-N_1}^{N_2} \beta_s p^{2,s} ,$$

где $\alpha = (\alpha_{N_2}, \alpha_{N_2-1}, ..., \alpha_{-N_1})^T$, $\beta = (\beta_{N_2}, \beta_{N_2-1}, ..., \beta_{-N_1})^T$ - неизвестные вектора, требующие определения. Вектор β выразим из первого граничного условия (4), которое в обозначениях предыдущего пункта можно записать как $p_0 + iK_0\Gamma b_0 = K_0c$. Отсюда

 $\beta = K_0(c - i\Gamma\alpha).$

Систему для искомого вектора α запишем исходя из второго краевого условия (4). Для этого понадобятся матрицы, составленные из решений вспомогательных задач (1,j) и (2,j) в точке $z = z_{\text{max}}$, как из столбцов. Именно, $b^l = (b_N^{l,N_2-l}, ..., b_N^{l,N_2-l}), p^l = (p_N^{l,N_2}, p_N^{l,N_2-l}, ..., p_N^{l,-N_1}), l \in \{1; 2\}$.

Система уравнений на коэффициенты α :

$$\left(p^{1} - (ip^{2}K_{0} + iK_{N}b^{1} + K_{N}\Gamma b^{2}K_{0})\Gamma\right)\alpha = \left(iK_{N}\Gamma b^{2} - p^{2}\right)K_{0}c$$

4. Результаты расчетов

Для проведения расчетов для каждой из поляризаций была написана программа на языке Python, входными данными для которой являются функция распределения показателя электропроницаемости слоя, угол падения волны, параметры разбиения. На выходе получаем разложение прошедшей и отраженной волн по плоским составляющим, распределение фазы и амплитуды прошедшей волны в ближней зоне, а также процент прошедшей, отраженной и поглощенной энергии.

Следует отметить, что в случае Е-поляризации задача дифракции электромагнитной волны идентична задаче дифракции акустической волны. Такая задача была рассмотрена в работе [12], был предложен метода локальных возмущений, точность которого в случае импедансных граничных условий зависит от малости наклонов и кривизны границы раздела сред. Для сравнения результатов, полученных методом, описанным в данной работе, и методом локальных возмущений серия расчётов, в которой сравнивалась доля энергии, поглощённой в среде, для различных амплитуд перепада рельефа среды и углов падения волны. На рисунке 2 отражена зависимость доли энергии волны d, отложенной по вертикальной оси, потерянной в результате дифракции на поверхности среды, от амплитуды возмущения поверхности A. Граница раздела описывается функцией $f(z) = A \sin(z)$, угол падения плоской

0.8

0.6

волны 30 градусов. Сплошной линией показан результат расчёта методом локальных вариаций для импедансных условий на границе, прерывистой – результат расчёта методом, описанным в данной работе.







На рисунке 3 показано сравнение результатов моделирования дифракции на волнистой поверхности раздела сред методом локальных вариаций и проекционным методом. На графике отражены линии уровня зависимости взаимной погрешности $e(\alpha, A) = \frac{|d_1 - d_2|}{d_2} * 100$ от угла падения α по горизонтали и амплитуды волнения поверхности *A* по вертикали.

С помощью разработанной программы удается наблюдать такие известные физические эффекты, как угол Брюстера (рисунок 4) и аномалия Вуда (рисунок 5).

Были проведены расчеты интерференционных зеркал, состоящих из нескольких слоев диелектриков переменной толщины. Методом локальных вариаций толщины слоев получено зеркало из 6-ти слоев с коэффициентом отражения 86 и зеркало из 8-ми слоев с коэффициентом отражения 95%, сохраняющимся при величинах угла падения до 50°.



Рисунок 3. Сравнение результатов моделирования дифракции на волнистой поверхности раздела сред методом локальных вариаций и проекционным методом.



Рисунок 4. Результаты расчета дифракции плоской *Е*-поляризованной волны на плоской границе раздела. По горизонтальной оси отложен угол падения плоской волны, по вертикальной оси процент отраженной энергии. Минимум отраженной энергии достигается при значении угла падения около 84°.



Рисунок 5. Пример дифракции на волнистой структуре. Большая часть энергии отраженной волны распространяется вдоль поверхности.

5. Благодарности

За ценные обсуждения, постановки задач благодарю научного руководителя профессора Шамаева А. С., а так же всю группу сотрудников Nanotech SWHL в лице Раховского В. И., Борисова М. Б., Челюбеева Д. Ю., Михеева П. А.

6. Литература

- [1] Борисов, М.В. Методы создания и коррекции качества голографических изображений геометрических объектов с элементами субволновых размеров / М.В. Борисов, В.А. Боровиков, А.А. Гавриков, Д.Ю. Князьков, В.И. Раховский, Д.А. Челюбеев, А.С. Шамаев // Доклады Академии Наук. 2010. Т. 434, № 3. С. 332-336.
- [2] Борисов, М.В. Способ изготовления голографических изображений рисунка / М.В. Борисов, А.А. Гавриков, Д.Ю. Князьков, В.И. Раховский, Д.А. Челюбеев, А.С. Шамаев // Патент РФ 2396584 С1. – 2010.
- [3] Габор, Д. Голография (1948-1971 г.г.) // Успехи физических наук. 1973. Т. 9, Вып. 1.
- Borisov, M.V. Experimental verification of sub-wavelength holographic lithography physical concept for single exposure fabrication of complex structures on planar and nonplanar surfaces / M.V. Borisov, D.A. Chelyubeev, V.V. Chernik, P.A. Miheev, V.I. Rakhovskii, A.S. Shamaev // Proc. SPIE. 2017. Vol. 10446. DOI: 10.1117/12.2279736.
- [5] Вайнштейн, Л.А. Электромагнитные волны / Л.А. Вайнштейн. Москва: Радио и связь, 1988. 440 с.
- [6] Исерс, А.Б. О малых параметрах в задаче рассеяния волн на поверхности с пологими неровностями произвольной высоты / А.Б. Исерс, А.А. Пузенко, И.М. Фукс // Акустический журнал. 1990. Т. 36, № 3. С. 454-457.
- [7] Галишникова, Т.Н. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции волн / Т.Н. Галишникова, А.С. Ильинский. Москва: МАКС Пресс, 2013. 248 с.
- [8] Черник, В.В. Оценка размеров субволновой голографической маски и методы его минимизации // Труды 55-й научной конференции МФТИ «Аэрофизика и космические исследования». – 2012. – Т. 1. – С. 114-115.
- [9] Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. Москва: Главная редакция физикоматематической литературы изд-ва «Наука», 1973. – 713 с.
- [10] Бреховских, Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М. Бреховских. Москва: АН СССР, 1957. 503 с.
- [11] Калитеевский, Н.И. Волновая оптика / Н.И. Калитеевский. Москва: Высшая школа, 1995. 463 с.
- [12] Князьков, Д.Ю. Метод локальных возмущений для приближенного расчета дифракции акустической волны с импедансными условиями на границе раздела сред / Д.Ю. Князьков, А.В. Романова, А.С. Шамаев // Труды МИАН. 2016. Т. 295. С. 184-194.

Mathematical methods for holographic mask with layered structure synthesis

V.V. Chernik¹

¹Nanotech SWHL, Überlandstrasse 129, 8600 Dübendorf, Switzerland

Abstract. In this paper various layered holographic mask structures are proposed and their effectiveness is assessed. A method for diffraction calculation, suitable for use in layered structures of such masks, is proposed. A software module that allows to calculate the transmission and reflection of a plane wave of arbitrary polarization on periodic inhomogeneous medium with a cylindrical structure is developed. This software module is intended to be used for the study of applicability limits of some approximate methods for solving diffraction problems. The developed methods and programs have also been used to solve problems in other fields of electrodynamics, for example, in the problem of ocean surface radiolocation. Mathematical modeling of effects such as Brewster angle and Wood's anomaly was performed with the resulting software module. Quantitative modeling results are coincide with the analytical formulas with good accuracy.

Keywords: holographic mask structures, diffraction calculation, transmission, reflection.